ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
ESCUELA DE GRADUADOS

TESIS DE GRADO

PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE:

“MAGÍSTER EN CONTROL DE OPERACIONES Y GESTIÓN LOGÍSTICA”

TEMA

MODELO MATEMÁTICO E IMPLEMENTACIÓN DE HEURÍSTICA PARA OPTIMIZACIÓN DE LA OPERACIÓN DE BRIGADAS MÓVILES DE SERVICIOS SOCIALES Y DE SALUD

AUTOR:
ING. DAVID LEONARDO PINZÓN ULLOA

Guayaquil - Ecuador

AÑO
2015

DEDICATORIA

Este esfuerzo se lo dedico a Dios, a mi esposa e hijos, a mis padres y hermanos y a todos aquellos seres queridos que siempre me apoyaron.

AGRADECIMIENTO

A Dios y a la Virgen por sus bendiciones, a mi esposa e hijos por su amor y motivación constante. A mis padres por su incondicional apoyo. A mis hermanos, tíos y primos que creyeron en mí. A mi Director de tesis por su consejo y dirección.

DECLARACIÓN EXPRESA

La responsabilidad por los hechos y doctrinas expuestas en este Proyecto de Graduación, me corresponde exclusivamente; el patrimonio intelectual del mismo, corresponde exclusivamente a la **Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas, Departamento de Matemáticas** de la Escuela Superior Politécnica del Litoral.

David Leonardo Pinzón Ulloa

TRIBUNAL DE GRADUACIÓN

Ph. D. FERNANDO SANDOYA SÁNCHEZ
PRESIDENTE DEL TRIBUNAL

M. Sc. CARLOS SUÁREZ HERNÁNDEZ
DIRECTOR DE LA TESIS

M. Sc. CARLOS MARTÍN BARREIRO
VOCAL DEL TRIBUNAL

AUTOR DEL PROYECTO

David Leonardo Pinzón Ulloa

Tabla de contenido Pág.

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABLAS

OBJETIVO GENERAL

Analizar y dar soluciones al problema de la planificación de las brigadas móviles destinadas a satisfacer la demanda de un servicio que presta una institución a través del desarrollo de un modelo de programación entera mixta y la implementación de una heurística que permita encontrar dichas soluciones.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Entre los objetivos específicos del proyecto están:

- Plantear un modelo matemático de programación entera mixta que permita resolver varias instancias del problema de planificación de las brigadas móviles.
- Analizar el problema de la planificación como una analogía del problema de ruteo vehicular.
- Implementar un método heurístico para solucionar el problema de la planificación de las brigadas móviles
- Analizar los resultados obtenidos del planteamiento del problema.

INTRODUCCIÓN

Existen decisiones en todos los niveles de una organización sea esta pública o privada, decisiones de nivel estratégico que involucran por lo general planificación a largo plazo. También existen decisiones a nivel táctico, donde están involucradas las Gerencias y Jefaturas, y finalmente decisiones a nivel operativo, aquellas que se deben tomar con mucho más frecuencia, en el día a día de las operaciones.

Realizar la planificación a cualquier nivel tiene una gran importancia e impacto, tanto así, que hoy en día no se concibe el desarrollo de un proyecto o tarea sin haber pasado por este proceso previo.

Planificar permite a los directivos, gerentes, jefes y supervisores reducir la incertidumbre y minimizar los riesgos.

En muchas ocasiones en el proceso de la planificación de un proyecto intervienen muchos factores, los cuales presentan un abanico de opciones o alternativas que pueden cambiar el resultado de la operación en cuestión. Cuando la combinación de estas opciones es grande y determinar la combinación que mejor resultados ofrece a la operación resulta es una tarea complicada para una persona o conjunto de personas, es ahí, donde técnicas como la programación matemática cobra gran interés.

En los últimos años, especialmente durante el gobierno actual, ha existido un gran interés por acercar los servicios a los ciudadanos como estrategia de desconcentración de los servicios. Otra iniciativa del gobierno es llevar servicios a ciudadanos que por sus limitaciones físicas y mentales no pueden movilizarse con facilidad hacia los centros donde se ofrecen comúnmente estos servicios. Para llevar a cabo estas iniciativas se realiza una planificación de la operación, que presenta entre sus interrogantes el determinar con cuánta gente atiende y donde atiende, y con qué recursos. Esta operación se la conoce por lo general como operación con brigadas móviles.

En esta tesis se estudiará la problemática de esta planificación y se busca encontrar una solución a través de la implementación de programación matemática.

CAPÍTULO I

1. PLANIFICACIÓN DE LAS BRIGADAS MÓVILES DE ATENCIÓN.

En la última década se ha evidenciado el crecimiento de la necesidad de desconcentrar los servicios, dicho en otras palabras, de acercar los servicios que brinda una institución a los ciudadanos, a través de la creación de nuevas oficinas en diversas ciudades o a través de un conjunto de recursos, humanos y tecnológicos móviles a los que se denominan brigadas.

Las brigadas móviles tienen como objetivo acercar los servicios que oferta una institución sea pública o privada, desplazándose hacia los lugares donde existe la demanda de dichos servicios, que en algunas ocasiones suelen estar muy lejanos o su acceso es difícil, razón por la cual dicha demanda no logra ser satisfecha a través de una oficina fija instalada lejos del nodo de demanda.

Las ventajas de las brigadas móviles con respecto a las oficinas fijas es que no se requiere del capital de inversión necesario para crear la infraestructura física que necesita una oficina, además resulta conveniente cuando la demanda de un servicio en un determinado sitio geográfico es finita, puesto que en el caso de una oficina, una vez cubierta la demanda, esta quedaría completamente subutilizada.

Sin embargo las brigadas móviles incurren en costos operativos adicionales que no requieren en las oficinas fijas, como son: costos de movilización de las brigadas y viáticos durante la estadía en determinado sitio de demanda.

Por lo tanto resulta importante para el planificador determinar con claridad el número necesario de brigadas requeridas así como la capacidad de las brigadas, esto es, el número de personas asignadas a cada brigada y el orden de visita de los nodos de demanda.

En Ecuador es de conocimiento general la implementación de brigadas móviles [13] [14] como las de Manuela Espejo y Joaquín Gallegos Lara [17], a través de las cuales se brinda asistencia técnica y ayuda a personas con capacidades especiales.

Otro ejemplo de implementación de brigadas móviles es el de la Agencia de Regulación, Control y Vigilancia Sanitaria (ARCSA) [18] que busca llegar a los establecimientos que requieren obtener permisos sanitarios, para que puedan acceder a dichos permisos previo la revisión técnica respectiva.

Así también el Servicio de Rentas Internas, dispone de un conjunto de brigadas móviles recorriendo diferentes sitios a nivel nacional [15].

La Dirección general de Registro Civil del Ecuador también ha optado por la implementación de brigadas móviles con el objetivo de llevar los servicios de cedulación a ciudadanos de diferentes parroquias [16].

En la actualidad el proceso de planificación de las brigadas móviles requiere de la utilización de TICs de alto nivel, entre las cuales se encuentran los Sistemas de Información geográficos para disponer de información georeferenciada de la demanda y sirva de plataforma base para el estudio del análisis de asignaciones y prioridades de atención. No obstante aún la utilización de técnicas de optimización para la asignación de brigadas a los diferentes sitios de demanda no se aplica, sino que más bien dicha planificación corresponde a la experiencia del planificador responsable, o del equipo encargado del proyecto.

Este trabajo abordará el desarrollo e implementación de técnicas de optimización para resolver el problema de planificación de brigadas móviles.

CAPÍTULO II

2. MARCO TEÓRICO

En este capítulo se presentarán algunos conceptos, teorías y desarrollos que nos servirán de base para desarrollar el modelo y solucionar el problema planteado en esta tesis. Inicialmente se introducen los conceptos y teorías básicas de la programación lineal y de la programación entera mixta, así como un repaso sobre el problema de ruteo vehicular y los métodos existentes para encontrar solución a dicho problema.

2.1. CONCEPTOS Y TEORÍA BÁSICA SOBRE PROGRAMACIÓN LINEAL

La programación lineal es una técnica avanzada de modelamiento que cada vez es más considerada por muchos analistas, planificadores y responsables de toma de decisiones en la cadena de abastecimientos especialmente, sin que esto signifique que esta técnica no se utilice en otras áreas de las industrias.

Existe un sin número de aplicaciones de la programación lineal (PL) relacionados a problemas de decisión que se presentan en empresas e industrias de cualquier sector. Entre ejemplos de la aplicación de PL tenemos:

- Problemas de distribución

- Problemas de flujo de red

- Problemas de planificación de la producción

- Problemas de programación de medios publicitarios

- Problemas de dietas.

Como primer paso para el modelamiento de un problema utilizando programación lineal, es importante entender el problema que se desea plantear, lo que en el argot de modelamiento se conoce como las reglas del negocio. Por tanto como una primera etapa se necesita identificar las preguntas o cuestiones que se quieren resolver, es decir identificar las posibles decisiones que se pueden tomar, lo cual generaría para el modelo las variables de decisión. En el proceso de comprensión del problema se debe considerar el conjunto de decisiones posibles o admisibles, es decir, aquellas condiciones que se deben cumplir de tal manera que mi decisión guarde coherencia con las realidades del negocio; a este conjunto de posibles decisiones o condiciones reguladoras se las denomina restricciones. Finalmente se debe encontrar una formulación que refleje y contenga todos los costos/beneficios asociados a todas las variables de decisión. Un problema de optimización agrupa estos 3 elementos mencionados: variables de decisión, restricciones y formulación de una función de costos/beneficios, o dicho de otra manera, función objetivo.

La programación lineal tiene como objetivo encontrar el óptimo (mínimo o máximo) de una función objetivo lineal que tiene un conjunto de n variables de decisión que están sujetas, a su vez, a un conjunto de restricciones lineales de igualdad o desigualdad.

Una forma de representar un problema de programación lineal viene dada por la siguiente formulación [1]:

$$Z = \min \text{ o } \max \; f(x) = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j \qquad 2.1$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j = b_i, \;\; i = 1,2, \ldots\ldots p \qquad 2.2$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j \geq b_i, \;\; i = p+1, p+2, \ldots\ldots q \qquad 2.3$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j \leq b_i, \;\; i = q+1, \ldots\ldots, m$$

Donde p, q y m son enteros positivos, tales que p<q y q<m

Nótese que en 2.1 y 2.2 las formulaciones descritas son lineales. Es una condición necesaria que todas las funciones involucradas en el modelo sean lineales, el no cumplimiento de esta condición por alguna de las funciones que se utilicen en el modelamiento conllevaría a que el problema no pueda clasificarse como problema de programación lineal.

Un problema de programación lineal se pude representar de varias formas, sin embargo para el estudio de este tipo de problemas se ha definido un tipo de representación denominado FORMA ESTÁNDAR [2], que viene dada por:

$$\min Z = c^T x$$

Sujeto a:

$$Ax = b \qquad 2.4$$

$$x \geq 0$$

Donde:

El vector c$\in R^n$

El vector b$\in R^n$

La matriz A es una matriz de dimensiones *mxn*, donde por lo general n siempre es mucho mayor a m

Esta representación tiene las siguientes características:

1) Es un problema de minimización
2) Las restricciones del problema solo son de igualdad
3) Los elementos del vector b son no negativos
4) Las variables de decisión x son no negativas

Todo problema de programación lineal puede transformarse a la forma estándar realizando las siguientes operaciones algebraicas:

1) Si el objetivo del problema es de maximización, basta con multiplicar por -1 la función objetivo, de tal manera que $\max Z = c^T x$ es equivalente a $\min Z = -c^T x$
2) En el caso de restricciones de la forma:

$$\sum_j a_{ij}x_j \leq b_i$$

   Se agrega una variable de holgura $S_i \geq 0$ en el lado izquierdo de la inecuación, de tal manera que se cumpla $\sum_j a_{ij}x_j + S_i = b_i$

3) En el caso de restricciones de la forma:

$$\sum_j a_{ij}x_j \geq b_i$$

   Se agrega una variable de déficit $D_i \geq 0$ en el lado izquierdo de la inecuación, de tal manera que se cumpla $\sum_j a_{ij}x_j - D_i = b_i$

4) En el caso de que alguno de las restricciones presenten un término independiente b_i negativo, se puede reemplazar esta restricción por otra equivalente multiplicando por -1 ambos lado de la ecuación, es decir: $\sum_j a_{ij}x_j = -b_i$ es equivalente a $-\sum_j a_{ij}x_j = b_i$
5) En el caso de que exista una variable x no restringida en signo, estas se pueden reemplazar por la resta de dos variables no negativas x^+ y x^-, tal que x = $x^+ - x^-$

Como se mencionó anteriormente, el objetivo de los problemas de optimización consiste en encontrar la mejor solución del problema, conocido como óptimo global. Sin embargo no en todos los problemas se puede garantizar hallar dicha solución. No obstante, los problemas de programación lineal presentan ciertas propiedades que garantizan la existencia de un óptimo global, siendo estas:

- La región factible del problema sea acotada.

- El óptimo de un PPL es siempre un óptimo global

- Si *x* y *y* son soluciones óptimas del problema, entonces cualquier combinación lineal convexa de los mismos, es también una solución óptima.

- La solución óptima siempre será elemento del conjunto formado por los puntos extremos de la región factible.

Para entender mejor algunas de las propiedades presentadas, y como parte del análisis, comprensión y definición de métodos de solución de los PPL, es necesario presentar ciertas definiciones y teoremas relacionados con el conjunto de soluciones derivados de las restricciones definidas para el problema. En la siguiente sección se abordarán estas definiciones y teoremas. Cabe enfatizar que la demostración de los teoremas que se presenten en la siguiente sección no forma parte del alcance de este trabajo.

2.2. CONJUNTO DE SOLUCIONES

2.2.1 Soluciones Básicas

Antes de abordar el tema de soluciones básicas, cabe presentar las siguientes definiciones:

Un punto $x = (x_1, x_2, . . . , x_n)$ que satisface todas las restricciones de un PPL se denomina solución factible. El conjunto de todas esas soluciones es la región de factibilidad [1]
Además un punto factible $x^{(*)}$ es una solución óptima si para todo x, excepto $x^{(*)}$, $f(x) \leq f(x^{(*)})$ [1]

En la sección anterior se mostró la forma estándar de un PPL, en el cual se puede observar la existencia de una matriz A de dimensión *mxn* (*m≤n*) y de un vector *b* tal que Ax=b. Se puede reescribir este conjunto de restricciones generadas en términos de una matriz básica B, que es una matriz invertible de dimensión *m*x*m*, que cumple con la siguiente condición:

$$B^{-1}b \geq 0 \tag{2.5}$$

Toda matriz básica B, tiene asociado un vector de soluciones básicas, que viene dado por:

$$x_B = B^{-1}b \tag{2.6}$$

Que se obtiene a través de la solución de la partición de la matriz A, y el vector x, en la siguiente forma:

$$[B \quad N]\binom{x_B}{x_N} = b \tag{2.7}$$

Y asignando valor 0 a x_N, el vector de soluciones no básicas, donde N es la matriz asociada al vector de soluciones no básicas.

Por lo tanto si B es una matriz básica factible, x_B es factible, en otras palabras, satisface todas las restricciones del PPL.

2.2.2 Conjunto de Soluciones Factibles

Una de las condiciones para que un PPL esté bien formulado, es que exista una solución acotada para el mismo.

También puede ocurrir que nuestro problema de programación lineal no tenga solución, lo cual se puede dar si existen demasiadas restricciones involucradas en el problema, sin que estas restricciones tengan una importancia necesaria para el problema.

Es importante definir adecuadamente las restricciones a utilizar en el problema, puesto que estas condicionan el conjunto de soluciones factibles y solución óptima.

Por lo tanto resulta de interés estudiar el conjunto de restricciones de un problema de programación lineal, pues este conjunto genera una estructura de la región de factibilidad que debe comprenderse, y cuyo estudio y análisis ha generado métodos o algoritmos para hallar la solución de un PPL.

Entre las estructuras generadas por el conjunto de restricciones de un problema de programación lineal se tienen: espacios vectoriales, espacios afines, conos, politopos y poliedros. En la siguiente sección se introducirán los conjuntos convexos, cuyo conocimiento es de vital importancia para el estudio de problemas de programación lineal

Conjuntos Convexos

Definición de conjunto Convexo: Un conjunto S en R^n se dice que es convexo si y solo si $\alpha x + (1-\alpha)y \ \in \ S$, para todo $\alpha \epsilon [0,1]$ y x,y ∈ S [3].

La figura siguiente muestra un Conjunto Convexo y uno no convexo.

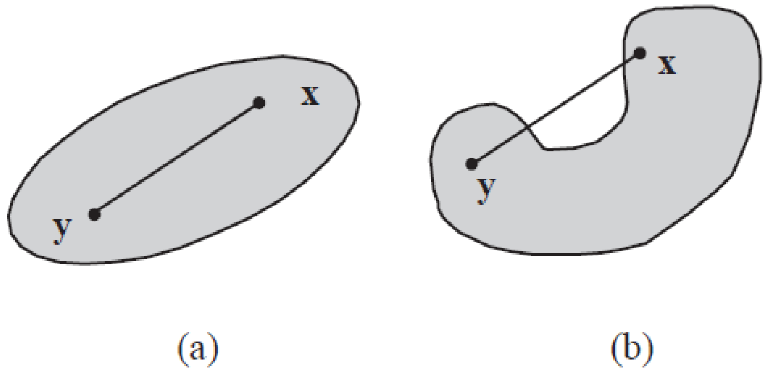

Figura 2.1. (a) Conjunto Convexo, (b) Conjunto no convexo en R^2

A continuación se muestran dos conjuntos convexos de utilidad en problemas de programación lineal:

Hiperplanos: Los hiperplanos son conjuntos definidos mediante

$$S = \{x \in R^n |\, p^T x = \alpha\}$$

Donde p es un vector no nulo ∈ R^n y α es un escalar [3].

Semiespacios: Sea S un hiperplano, se denomina semiespacio del conjunto S, a los conjuntos que vienen dados por [3]:

$S^+ = \{x \in R^n |\, q^T x \geq \alpha\}$ y $S^- = \{x \in R^n |\, q^T x \leq \alpha\}$

Cono convexo: Un conjunto C se denomina Cono Convexo si para todo elemento x∈C, y para todo λ>0, λx∈C; y además C es convexo [3].

Definición de Espacios vectoriales: Sea A una matriz formada por un conjunto de vectores columnas A= {a_1, a_2, …,a_k}. El conjunto $A_\rho = \{x \in R^n |\, x = \rho_1 a_1 + \cdots + \rho_k a_k\ con\ \rho_i \in R; i = 1,2, \dots, k\}$, que contiene todos los vectores del espacio R^n, resultante de la combinación lineal de los vectores del conjunto A, se denomina espacio vectorial generado por A, y el conjunto A contiene los vectores generadores de dicho espacio [3].

Definición de conos poliédricos convexos: Sea A = $\{a_1, a_2, \dots, a_k\}$. Se denomina cono poliédrico convexo al conjunto $A_\pi = \{x \in R^n |\, x = \pi_1 a_1 + \cdots + \pi_k a_k\ con\ \pi_i \geq 0; i = 1,2, \dots, k\}$ de todas las combinaciones lineales no negativas de los vectores de A. A los vectores columna de A se los conoce como vectores generadores del cono [3].

Definición de Politopo: Sea A = $\{a_1, a_2, \dots, a_k\}$. Se denomina politopo o envoltura convexa al conjunto $A_\lambda = \{x \in R^n |\, x = \lambda_1 a_1 + \cdots + \lambda_k a_k\ con\ \lambda_i \geq 0;\ \sum_i \lambda_i = 1\}$ de todas las combinaciones lineales convexas de los vectores de A. Si el conjunto de vectores $\{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ es mínimo entonces estos vectores representan al conjunto de puntos extremos de A_λ [3].

Definición de Poliedro: Se denomina poliedro al conjunto resultante de la intersección de un número finito de semiespacios [3] S=$\{x \in R^n | Hx \leq b\}$

La tabla 2.1 muestra la representación en la función de las restricciones, y de su representación interna [3].

Tabla 2.1. Definición de las restricciones y representación interna

Estructura Algebraica	Definición en función de las restricciones	Representación Interna
Espacio vectorial	**Hx = 0**	$x = \sum_i \rho_i v_i \,; \rho_i \in R$
Espacio afín	**Hx = a**	$x = q + \sum_i \rho_i v_i \,; \rho_i \in R$
Cono	**Hx ≤ 0**	$x = \sum_j \pi_j w_j \,; \pi_j \geq 0$
Politopo	**Hx ≤ a**	$x = \sum_k \lambda_k q_k \,; \lambda_k \geq 0;$ $\sum_k \lambda_k = 1$
Poliedro	**Hx ≤ a**	$x = \sum_i \rho_i v_i + \sum_j \pi_j w_j + \sum_k \lambda_k q_k \,;$ $\rho_i \in R; \pi_j \geq 0; \lambda_k \geq 0; \sum_k \lambda_k = 1$

Fuente: [2]

2.3. PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA MIXTA

Un problema de programación lineal entera mixta (PPLEM) es una particularidad del PPL, la diferencia básica radica en que las variables de decisión dentro del problema, solo pueden tomar números enteros, es decir $X_i \in E$, donde E es el conjunto de los números enteros. En algunos casos estas variables tienen más limitado su dominio, como el caso de las variables binarias.

A pesar de que a simple vista la diferencia en la definición del problema solo se de en la naturaleza de las variables, es importante recalcar que los métodos de resolución de un problema de este tipo son diferentes a los métodos o algoritmos de resolución de los PPL. En el caso de los PPL, existen métodos que permiten obtener soluciones exactas como el Método simplex y el método de Punto Exterior, en el caso del PPLEM los métodos más conocidos son Branch and Bound y los Cortes de Gomory [4].

Finalmente es importante recalcar que la mayoría de los problemas de la vida real son problemas de programación lineal entera mixta. La flexibilidad de este tipo problemas permite abstraer un sin número de realidades, entre ellas por ejemplo, el decidir si implementar un proyecto u otro, decidir que recurso asigno a una actividad, cuántos estudiantes asigno a este curso, en fin decisiones que restringen el dominio de las variables a tomar valores enteros o solo binarios.

2.4. PROBLEMA DEL RUTEO VEHICULAR

El problema de ruteo vehicular (VRP) es uno de los problemas combinatorios que ha generado mucho interés en la comunidad científica del área de programación matemática. Sin embargo a pesar de que también su interés se debe a la importancia que encierra el problema en sí para las empresas, en realidad su principal interés se centra en la complejidad para resolver dicho problema en tiempos computacionales razonables.

El problema de ruteo vehicular fue estudiado por primera vez por Dantzig and Ramser en el año 1959 [20], y a partir de esa fecha se han desarrollado innumerables escritos acerca de métodos u algoritmos para su resolución, ya sea de manera exacta o a través de aproximaciones heurísticas; así como también se han generado variantes de dicho problema original y su correspondiente estudio.

El problema VRP se puede considerar como una generalización del problema del agente viajero, dado que en este caso la diferencia radica en que en el primer caso se requieren obtener recorridos óptimos para más de un vendedor (vehículo).

El problema clásico de ruteo vehicular considera que existe un conjunto G = {V, A} donde V={0,1,2,.. n} es el conjunto de n nodos de demanda (vértices) más un depósito, bodega o centro de operación 0, desde donde salen todos y cada uno de los nodos; y A ={(i, j), i=0,1,… n y j=1,2,..., n,0} el conjunto de las aristas o nodos que se pueden conectar, es decir la combinaciones posibles de pares de nodos de demanda, y para cada combinación existe un costo asociado. A cada nodo de demanda i se le asocia una demanda d_i. Existe un solo depósito {0} desde donde salen K vehículos de capacidad Q fija y homogénea, es decir todos de la misma capacidad. El objetivo del problema de ruteo vehicular consiste en hallar las rutas para cada vehículo de tal manera que la suma de los costos asociados a cada una de las rutas sea el menor posible, considerando que ningún vehículo puede visitar más nodos de demanda de lo que su capacidad le permite, que toda la demanda debe ser atendida, que un mismo vértice puede solo ser visitado por un vehículo a la vez (a excepción del nodo origen o depósito), y que cada ruta empieza y termina en el depósito. El problema de ruteo vehicular se puede formular de la siguiente manera [5]:

$$\min \sum_{(i,j)\in A} c_{ij}X_{ij} \tag{2.10}$$

$$s.a.: \sum_{j\in ADY^{+}(0)} X_{0j} = m \tag{2.11}$$

$$\sum_{i\in ADY^{-}(0)} X_{i0} = m \tag{2.12}$$

$$\sum_{i\in ADY^{-}(j)} X_{ij} = 1; \qquad \forall j \in V - \{0\} \tag{2.13}$$

$$\sum_{j\in ADY^{+}(i)} X_{ij} = 1; \qquad \forall i \in V - \{0\} \tag{2.14}$$

$$\sum_{i\in S, j\in ADY^{+}(i)-S} X_{ij} \geq r(S); \qquad \forall\, S \subset V - \{0\} \tag{2.15}$$

$$m \geq 1 \tag{2.16}$$

$$X_{ij} \in \{0,1\}; \qquad \forall (i,j) \in A$$

Donde $ADY^{+}(i)$, representa el conjunto de nodos de salida adyacentes a un nodo de demanda i, y , $ADY^{-}(j)$, representa el conjunto de nodos de entrada adyacentes a un nodo de demanda j; m es el número de vehículos utilizados en la solución del problema y Xij variable binaria que indica si la arista o el par de nodos son incluidos en la ruta. Esta formulación matemática es conocida con el nombre de flujo de vehículos de dos índices, debido a que la variable de decisión Xij, utiliza dos índices.

Para el modelo antes mencionado, se requiere previamente realizar el cálculo de r(S), el cual se lo obtiene a través de la resolución del siguiente problema, conocido como bin packing problem:

$$r(s) = \min \sum_{k \in K} y_k \qquad 2.17$$

$$s.a. \sum_{i \in S} d_i X_{ik} \leq C y_k; \qquad \forall k \in K \qquad 2.18$$

$$\sum_{k \in K} X_{ik} = 1; \qquad \forall i \in S \qquad 2.19$$

$$X_{ik} \in \{0,1\}; \qquad \forall i \in S, \forall k \in K \qquad 2.20$$

$$y_k \in \{0,1\}; \qquad \forall k \in K \qquad 2.21$$

Sin embargo se suele reformular el problema de ruteo vehicular utilizando en lugar de r(s) una cota inferior del problema de bin packing, $\left\lceil \frac{d(s)}{C} \right\rceil$, y sigue siendo válido.

Una variante del problema de ruteo vehicular capacitado CVRP (o simplemente VRP) es el caso en el que ahora se considera una flota de vehículos heterogénea, cuya formulación matemática se presenta a continuación [5] [6]:

$$\min \sum_{k \in T} \sum_{j \in ADY^+(0)} f_k X_{0jk} + \sum_{k \in T} \sum_{(i,j) \in A} c_{ijk} X_{ijk} \qquad 2.22$$

$$s.a.: \sum_{k \in T} \sum_{i \in ADY^+(j)} X_{ijk} = 1; \qquad \forall j \in V - \{0\} \qquad 2.23$$

$$\sum_{j \in ADY^{+}(i)} X_{ijk} = \sum_{j \in ADY^{-}(i)} X_{jik}\,; \quad \forall i \in V, \forall k \in T \qquad 2.24$$

$$r_0 = 0 \qquad 2.25$$

$$r_j - r_i \geq \left(d_j + q_{|T|}\right) \sum_{k \in T} X_{ijk} - q_{|T|}; \quad \forall i \in V - \{0\}, \forall j \in ADY^{+}(i) \qquad 2.26$$

$$r_j \leq \sum_{k \in T} \sum_{i \in ADY^{-}(j)} q_k X_{ijk}\,; \quad \forall j \in V - \{0\} \qquad 2.27$$

$$X_{ijk} \in \{0,1\}; \quad \forall (i,j) \in A, \forall k \in T \qquad 2.28$$

$$r_j \geq 0; \quad \forall j \in V \qquad 2.29$$

Donde las variables X_{ijk} indican si el par de nodos i, j es visitado por el vehículo k. Las variables r_j indican la carga acumulada en la ruta correspondiente hasta el nodo i. Las restricciones 2.23 establecen que un par de nodos (i,j) puede ser servido por un solo vehículo. La restricción 2.24 establece que si un vehículo atiende a un par de nodos (i,j) solo este debe salir de ahí. Las restricciones 2.25 y 2.26 evitan la generación de ciclos, y fijan los valores de r_j. La restricción 2.27 establece la capacidad de los vehículos.

Existen otras variantes del VRP, tales como VRPTW (Vehicle Routing Problem with Time Windows), MDVRP (Multiple Depot VRP), VRPP (VRP with Precedences), PDVRP (Pick up and Delivery VRP), VRPB (Vrp with Bakchauls) [7] [19].

No se ahondarán en el resto de variantes del VRP, pues el problema de las brigadas móviles tiene mayor similitud con el problema clásico de un VRP con flota heterogénea, aunque con la salvedad de que la capacidad del vehículo es una variable del problema y no un parámetro.

2.5. HEURÍSTICAS Y META HEURÍSTICAS APLICADAS AL PROBLEMA DE RUTEO VEHICULAR.

El problema de ruteo vehicular, como se ha mencionado anteriormente es un problema de optimización combinatoria. Bondin y Bruce(1981) [8] demostraron que este tipo de problemas es del tipo Tiempo Polinomial no determinista (*non-deterministic polynomial time)* o (NP)-Hard, dicho en otras palabras el tiempo para poder resolver este tipo de problemas crece de manera exponencial a medida que crece el número de nodos, tanto así que aún ahora con las capacidad de los computadores actuales resultaría imposible realizar todas los cálculos y exploraciones requeridas para hallar la solución óptima.

Como fruto de esta dificultad surgieron desarrollos de algoritmos que tienen como objetivo determinar una solución buena para el problema VRP en tiempos computaciones razonables. Muchas de estas técnicas se han ido mejorando, o se han desarrollado nuevas técnicas gracias a los avances en capacidad de cálculo de los computadores actuales.

A continuación se presentan algunas técnicas utilizadas para resolver el problema de ruteo vehicular capacitado, se han clasificado en los siguientes dos grupos: heurísticas clásicas y metaheurísticas.

Entre las heurísticas clásicas Laporte and Semet (2002) [9] propusieron una sub clasificación de este tipo algoritmos bajo los siguientes nombres: heurísticas de construcción de rutas, heurísticas de dos fases y heurísticas de mejoramiento de rutas.

Las heurísticas de construcción de rutas fueron las primeras en desarrollarse y aún siguen siendo utilizadas en los algoritmos internos que poseen ciertos softwares comerciales. Este tipo de algoritmo suele iniciar con un conjunto de soluciones vacío para posteriormente ir construyendo rutas en forma iterativa insertando uno o varios nodos de demanda (clientes) en cada una de las iteraciones. El algoritmo finaliza una vez que se han asignado todos los nodos de demanda a una ruta. Dentro de este tipo de algoritmos se puede diferenciar entre aquellos que realizan la inserción en forma secuencial de aquellos que lo realizan en forma paralela, es decir varias rutas a la vez. Los parámetros que determinan un algoritmo de construcción de rutas son: criterio de inicialización, criterio de selección del nodo a ser insertado y criterio de inserción, en el cual se decide en que ruta insertar el nodo de demanda.

Uno de los primeros algoritmos de construcción de rutas fue el propuesto por Clark and Wright en 1964, conocido como el algoritmo de los Ahorros. Este algoritmo se basa en el ahorro estimado (S_{ij}) obtenido al juntar en una misma ruta, en forma secuencial, dos nodos que antes estaban en rutas separadas. El ahorro asociado a la inserción de un nuevo nodo a la ruta se lo mide de la siguiente manera: $S_{ij} = d_{ik} + d_{kj} - d_{ij}$, donde *i* es el último cliente de una ruta y *j* el primer cliente de otra ruta. Si es valor S_{ij} es positivo, entonces la ruta es beneficiosa. Una de las ventajas de este algoritmo es que es sencillo de implementar, en la forma secuencial, así mismo es eficiente en términos de tiempo de ejecución requerido para hallar la solución, sin embargo esta última puede ser de pobre calidad. Se han desarrollado varios intentos para mejorar la efectividad del algoritmo. Los resultados obtenidos con esas modificaciones han demostrado mejores resultados, sin embargo alguno de ellos ha requerido mayores tiempos computaciones. Entre esos desarrollos tenemos el realizado por Desrochers and Verlog en el año 1989, Altikemer y Gavish en 1991, y Wark y Holt (1994) [9]. Otro algoritmo e inserción fue propuesto por Mole y Jameson (1976); una de las diferencias entre este algoritmo y el de Ahorros de Clark and Wright es que en el cálculo del ahorro se utiliza un parámetro λ, definido por el usuario, que multiplica al valor de d_{ij}.

En el conjunto de heurísticas clásicas, se tiene ***la heurística de dos fases***, que básicamente se refiere a descomponer el problema original en dos sub problemas, uno conocido como fase de agrupamiento y la segunda ruteo. En el primer sub problema se determina una partición de los nodos en subconjuntos, cada una de las cuales corresponde a una ruta. Para el problema de agrupamiento se han desarrollado algunos métodos y algoritmos para optimizar el costo de agrupamiento.

Entre los algoritmos de agrupamiento, tenemos el algoritmo de barrido, desarrollado por Wren en 1971, uno de los primeros de este grupo. Consiste en la asignación secuencial de nodos a un grupo (vehículo), ordenados de acuerdo a un ángulo polar creciente con respecto al depósito y a una semilla o cliente seleccionado inicialmente. Una vez que se ha alcanzado la capacidad del vehículo o que la asignación de un nuevo nodo al vehículo supera su capacidad, se crea un nuevo grupo o ruta. En resumen los grupos se forman girando una semirrecta que tiene su origen en el depósito y todo cliente “barrido” por esta semirrecta es incluido en el grupo hasta que se viole la restricción de capacidad. Una vez que todos los clientes se han asignado a un grupo, se resuelve un problema de agente viajero dentro cada grupo. Otro algoritmo de dos fases, fue el desarrollado por Christofides (1979), en el cual el conjunto de rutas se determina en base a una personalización del método de Ramificación y Acotamiento. Otro desarrollo dentro de este grupo fue el de Fisher y Jaikumar (1981) quienes plantearon el problema de grupos como un problema de asignación generalizado, en cual se busca asignar nodos a un grupo de capacidad Q, a un mínimo costo, para esto los nodos tiene asociado un costo de asignación a cada vehículo, que por lo general viene dado por la distancia del nodo a un nodo representativo del grupo.

Bramel y Simchi_levi (1995) determinaron un método para resolver el problema de agrupamiento, a través de un problema de localización. Este algoritmo en primer lugar determina a través de la aplicación de un problema de localización, una ubicación ficticia (artificial) de un vehículo, y luego cada nodo se asignaba a cada vehículo minimizando la distancia entre este nodo y la ubicación de un vehículo más cercana. Una vez determinadas las semillas (o ubicaciones ficticias) y la asignación de las rutas actuales, se utilizaba un algoritmo de inserción para la asignación de los nodos restantes. Este método generaba mejores soluciones que los otros algoritmos sin embargo requerían de extensos tiempos de ejecución.

Una nueva de clase de algoritmos de dos fases se desarrolló, denominado algoritmo de pétalos. Estos procedimientos generaban un conjunto de rutas factibles, y luego se seleccionaba un subconjunto final a través de un modelo de partición. En general estos algoritmos tendían a generar mejores soluciones que el algoritmo de barrido. Finalmente se tienen los métodos de dos fases en los cuales primero se generaba una gran ruta con todos los nodos, y luego se determinaban particiones a partir de esta gran ruta, que generaban rutas factibles, pero la eficiencia de este algoritmo es por lo general baja.

Con respecto a las heurísticas de mejoramiento de las rutas, se suelen utilizar algoritmos de búsqueda local para mejorar las soluciones semilla que se generan a través de otro tipo de heurísticas. En los procedimientos de estos algoritmos se suelen realizar modificaciones, tales como el intercambio de pares de nodos, o movimientos de clientes, esto con el afán de ir construyendo soluciones vecinas, que se esperan sean de mejor costo, y cuándo este proceso iterativo va encontrando soluciones mejores, las va asumiendo como la solución actual, contra la cual se va a comparar en la siguiente iteración; de no encontrar tal, entonces habrá alcanzado una solución óptima, que por lo general es local. Existe una gran variedad de algoritmos de búsqueda en vecindad disponibles, algunos operan con una ruta a la vez mientras otros trabajan con varias rutas simultáneamente. Dentro de este grupo la más conocida es la heurística λ-opt, desarrollada por Lin (1965), en el cual λ aristas son removidas de la solución actual y reemplazada por otras λ aristas. Debido a que el tiempo computacional requerido para este algoritmo es proporcional a λ^n, en la práctica se utiliza este procedimiento para $\lambda=2$ o $\lambda=3$.

Metaheurísticas

Las metaheurísticas son métodos de exploración genéricos del espacio de soluciones, utilizados en problemas de optimización y búsqueda [10]. Estos procedimientos tienden a dar mejores soluciones que los métodos heurísticos clásicos pero requieren de un esfuerzo computacional mayor; no obstante, este tiempo de ejecución es mucho mejor al tiempo requerido si se utilizaran métodos exactos. A diferencia de las heurísticas clásicas, las soluciones obtenidas con metaheurísticas son menos propensas a terminar como un óptimo local, debido a que hacen una exploración más exhaustiva del espacio de soluciones.

Existen varios trabajos realizados relacionados con métodos metaheurísticos para resolver el problema de ruteo de vehículos [10]. Al igual que en las heurísticas clásicas, podemos clasificar a las metaheurísticas en tres grupos [11]:

a) Búsqueda local, dentro de las cuales tenemos recocido simulado, recocido determinístico y la búsqueda tabú.
b) Búsqueda poblacional, que incluyen algoritmos genéticos, y procedimientos de memoria adaptativa.
c) Mecanismos de aprendizaje, como redes neuronales y colonia de hormigas.

Existen procedimientos heurísticos que combinan algunos principios de varias metaheurísticas.

Los algoritmos de búsqueda local realizan exploraciones en el espacio de soluciones moviendo una solución x_t a una nueva solución x_{t+1} en forma iterativa. Esta nueva solución x_{t+1} se la selecciona dentro un conjunto de vecindad de x_t, denotado por N(x_t). El proceso iterativo de búsqueda finaliza cuando un criterio definido se ha satisfecho. El proceso inicia con una solución x_t seleccionada de forma aleatoria, esta comienza siendo la mejor solución, denotada por x^*. Siendo $f(x^*)$ el costo de la solución x^*, entonces si se cumple que la nueva solución $x_{t+1} \in N(x_{t)}$, tiene un costo $f(x_{t+1})$ menor que la solución actual, en otras palabras, se cumple que $f(x_{t+1}) \leq f(x^*)$ entonces $x^* = x_{t+1}$, es decir x_{t+1} es la nueva solución del problema. En caso de que ocurriera lo contrario, con el objetivo de evitar los ciclos, x_{t+1} podría ser la nueva solución con una probabilidad p_t, es decir:

$$x^* = \begin{cases} x_{t+1} & con\ probabilidad\ p_t \\ x_t & con\ probabilidad\ 1 - p_t \end{cases}$$

Donde p_t es una función decreciente que depende de *t* y de la diferencia entre los costos asociados a las soluciones en comparación $f(x_{t+1}) -$

$f(x^*)$ y por lo general esta función suele expresarse de la siguiente manera.

$$p_t = e^{\left(-\frac{f(x_{t+1})-f(x^*)}{\theta_t}\right)}$$

Donde θ_t es un parámetro definido por el investigador para cada t.

En el caso del algoritmo de recocido determinístico existen dos posibles formas de expresar la regla de validación, en el primer caso viene dada por: $f(x_{t+1}) \leq f(x^*) + \theta_1$, mientras que en el segundo caso se expresa así: $f(x_{t+1}) \leq \theta_2 f(x^*)\theta_t$; estas dos versiones se conocen como threshold-accepting y record-to-record travel, respectivamente.

El método de búsqueda tabú, propuesto por Glover, tiene como principio básico del procedimiento aceptar incluso soluciones de alto costo en su búsqueda. Al igual que en los casos anteriores, se mueve una solución x_t a x_{t+1}, escogida dentro de un conjunto de vecindad de x_t, siendo x_{t+1} la mejor de ese conjunto. La búsqueda tabú utiliza en su proceso un concepto de *memoria a corto plazo*, que sirve pare registrar algunos atributos de las soluciones visitadas, con el objetivo de evitar que en las próximas K iteraciones, definidas por el investigador, se las considere dentro del conjunto de vecindad. A este tipo de soluciones restringidas, se las conoce como soluciones *tabú*, y los movimientos (operaciones para cambiar soluciones) que llevan a dichas soluciones se les denomina movimiento *tabú*; de ahí su nombre.

Con el objetivo de asegurar una exploración exhaustiva del espacio de soluciones, utiliza un mecanismo de diversificación que básicamente consiste en penalizar movimientos realizados con mucha frecuencia. Adicionalmente utiliza un mecanismo de intensificación que acentúa la búsqueda en regiones prometedoras.

Estos algoritmos de búsqueda locales rara vez se implementa utilizando solo su versión básica, su implementación exitosa depende del cuidado y detalle de la implementación de los mecanismos antes mencionados.

Los algoritmos de búsqueda poblacional realizan operaciones utilizando varias generaciones P de soluciones poblacionales. Como se mencionó con anterioridad, entre estos algoritmos se encuentra los algoritmos genéticos, introducidos por Holland, los cuales utilizan el concepto o ideas de la evolución natural de los seres vivos para los problemas de optimización. Los mecanismos u operadores que utiliza este tipo de algoritmo en su proceso de búsqueda de las soluciones son: selección, cruzamiento y mutación, estos operadores permiten combinar y modificar a las soluciones de la iteración. El proceso de los algoritmos genéticos inicia seleccionando una población P de soluciones, y en cada iteración se generan soluciones hijas, las cuales se obtienen a través de las operaciones de evolución mencionadas evaluando una función de ajuste la cual mientras mayor sea, mejor será la solución.

Para la resolución de problemas de ruteo vehicular, se seleccionan dos soluciones p1 y p2, posteriormente se toma un sub-ruta r de p1, tal que $r = (r_1, r_2, .., r_k)$, además intúyase que esta sub ruta no necesariamente contiene al nodo depósito. Luego se determina un nodo $w \in r' = (0, w_1, w_2, ... w_k, 0) \in p2$, que sea el más cercano a r_1 y además este nodo w no está en la sub ruta r. Entonces r se inserta en r', luego del nodo w, quedando la nueva ruta de la siguiente manera: r'= $(0, w_1, w_2, ... w, r_1, r_2, .., r_k, ... w_k, 0)$. Si la ruta violara alguna restricción, entonces se subdivide en cuantas subrutas fueran necesarias. Algunas reglas de cruzamiento se han desarrollado, entre las principales tenemos los siguientes trabajos: Bean, 1994; Potvin, 1996; Drezner, 2003; Prins, 2004)

Para los problemas de VRP se utilizan cuatro operadores de mutación: para intercambiar posición de clientes en una ruta, para invertir el orden de una ruta, para re insertar nodos en una ruta diferente y finalmente inserciones de sub rutas en otras rutas.

Con respecto a los algoritmos genéticos de memoria adaptativa, estos fueron propuestos por Rochat y Taillard en 1995 para VRP. El principio de este algoritmo es que si ciertas características aparecen de manera frecuente en las soluciones encontradas, entonces es probable que estas soluciones sean mejores que aquellas que no las posean, por lo tanto en VRP si una ruta aparece con mucha frecuencia en soluciones buenas, entonces debería prestarse atención a este tipo de rutas. En el algoritmo de Rochat y Taillard se obtienen rutas no traslapadas a partir de varias rutas padres, con el objetivo de crear soluciones parciales.

Finalmente respecto a los mecanismos de aprendizaje, tenemos a las redes neuronales cuyo proceso de búsqueda de soluciones imita el comportamiento de las neuronas de un cerebro. Se componen de un conjunto de nodos interconectados a través de una red de aristas o enlaces ponderados. Construyen soluciones a través de la retroalimentación que modifica en cada iteración las ponderaciones de los enlaces. En VRP las redes generadas son deformables y se ajustan al contorno de los vértices para ir generando soluciones factibles. En el caso de los algoritmos Colonia de hormigas, estos se derivan de la analogía del proceso de búsqueda de comida de las hormigas, en el cual a través de las feromonas dejan rastros del camino recorrido que les sirve al resto de las hormigas para no perderse en el proceso de búsqueda, y de esa manera ganar suficiente tiempo y hacer más rápido el trabajo. Cuando se trata de resolver VRP, a un movimiento se le asigna una alta probabilidad de ser seleccionado si previamente esta solución ha conducido a mejores soluciones en iteraciones previas.

La experiencia de ciertos autores como Cordeau, indican que las heurísticas no solo se deben elegir en función de los tiempos de ejecución de sus algoritmos ni en la eficacia de sus soluciones, sino además considerar la flexibilidad de personalización y la simplicidad de su implementación. En este sentido, Li y otros, sostienen que la heurística record-to-record posee una estructura sencilla y es capaz de generar soluciones de buena calidad.

CAPÍTULO III

3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En esta sección se describirá el problema de la planificación de brigadas móviles, cuya objetivo está orientado a brindar un servicio o satisfacer una demanda de índole social o de salud. Esto no implica que esta planificación también se pueda dar en el ámbito de los negocios o empresas con fines de lucro. Sin embargo los datos utilizados y las reglas de negocios entendidas para el desarrollo del modelo matemático consideran la problemática de la planificación de este tipo de operaciones en instituciones dedicadas al fin antes descrito.

Además se describirá el modelo de programación entera mixta que se utilizará para abstraer el problema de la planificación de las brigadas. El modelo matemático que se aplicaría a este problema, es el utilizado para el problema de ruteo vehicular con capacidad heterogénea, con la diferencia que para este problema la capacidad de los vehículos es una variable y no un parámetro.

3.1. EL PROBLEMA DE LA PLANIFICACIÓN DE LAS BRIGADAS MÓVILES.

Existen servicios o productos, por lo general de índole social, que se requieren entregar a ciudadanos que se encuentran distribuidos geográficamente en todo el territorio de un área geográfica específica. Muchos de estos servicios se ofrecen en centros de atención, que poseen infraestructura, recursos tecnológicos y talento humano para ofrecerlo. Sin embargo no toda esa demanda puede ser satisfecha a través de estos centros, y en diversas ocasiones no todos los ciudadanos pueden acceder con facilidad a dicho servicio debido a la distancia a la que se encuentran dichos centros.

Por tal razón ciertas instituciones optan por hacer llegar los servicios o los productos, allá donde se encuentra la demanda, de tal manera de garantizar el acceso a estos servicios a toda la población deseada. Para tal afecto utilizan un equipo conformado, así como en los centros de atención, por recursos tecnológicos y talento humano, pero a diferencia de estos centros de atención este equipo no posee una instalación fija, sino más bien hace uso de vehículos u otros medios que les permitan movilizarse a los sitios donde se genera la demanda.

Para esto es importante definir todos los factores y variables que intervienen en este problema, entiéndase por esto también, las reglas y condiciones que se deben cumplir para el planteamiento y resolución del problema en cuestión.

Para empezar, se deben definir quiénes y donde están los nodos de demanda del producto o servicio; para tal efecto se debe definir un conjunto de nodos **NDE** que se refiere a una ubicación geográfica en la cual se encuentra concentrada la demanda. Estas ubicaciones son parroquias del Ecuador a las cuales se quiere atender con brigadas móviles debido a que no existen centros de atención cercanos, o en su defecto, la accesibilidad a estos centros es complicada debido a la distancia de dichos centros. En resumen el conjunto ***NDE*** está conformado por parroquias del Ecuador en las cuales se quiere satisfacer la demanda de un servicio.

Una vez definido el conjunto de los nodos donde se genera la demanda, se procede a definir la demanda en sí. La demanda ***DEPA*** viene dada por el número de personas en cada parroquia ***i*** del conjunto ***NDE***, que requieren el servicio ofrecido o provisto por la institución. Determinar el número de personas que requieren el servicio depende de los objetivos de cada institución, en el caso del presente trabajo, la población objetivo son todas las personas entre 15 y 64 años de edad que habitan en la parroquia. La demanda $DEPA_i$ de cada parroquia será atendida por un equipo o brigada ***k*** que está conformado por $\boldsymbol{NPBR_k}$ individuos. El tiempo que se requerirá para atender la demanda de cada parroquia dependerá del tamaño de la brigada k, es decir del número de individuos que lo conforman (brigadistas); mientras más brigadistas conformen la brigada, menos tiempo toma atender la demanda de una parroquia.

Las brigadas móviles tienen como centro de operación base un centro fijo ubicado en la ciudad de Quito. Existe un presupuesto para contratar no más de ***NMRH*** individuos con los cuales se podrá conformar las diferentes brigadas móviles que se necesitan para atender la demanda. Debe aclararse que el número de individuos que conforman una brigada puede ser variable entre rutas. Cabe enfatizar que incluir la capacidad de la brigada en el modelo puede presentar un inconveniente en los modelos clásicos de ruteo vehicular, pues se generaría una no linealidad en el problema; sin embargo, como se podrá observar más adelante, este problema es solucionable siempre y cuando la variabilidad de la capacidad sea pequeña.

Alineado con lo expuesto en las últimas líneas del párrafo anterior, en la instancia a resolver para este problema la capacidad de las brigadas no presenta mucha variación, pues existe una limitante como parte de la regla de negocio, y es qué las brigadas pueden ser conformadas por a lo mucho 4 personas. Sin embargo, el modelo matemático a plantear se abstrae de las diferentes variaciones en la capacidad que pueda existir para las diferentes instancias que se puedan presentar.

Para resolver el inconveniente de la no linealidad generada por la inclusión de la capacidad del vehículo (brigada) como una variable, se define un conjunto TBR con todas las combinaciones que puedan generar tipos de vehículos. Para tal efecto se toma en consideración lo siguiente: Se determina la demanda total, es decir, la cantidad de personas que requieren el servicio en todas las parroquias a visitar, que denominaremos DEMT; posteriormente se estima el número de personas que puede atender un individuo de la brigada (TAPB) y dado que existe una cantidad de días máximo (NDIAS) que puede durar el proyecto, entonces se calcula el número de recursos mínimo que se requeriría como:

$$NMHR = \left\lceil \frac{DEMT}{NDIAS * TAPB} \right\rceil$$

En otras palabras, para atender toda la demanda del servicio DEMT en NDIAS que dura el proyecto, dado el número esperado de personas que puede atender un brigadista por día, se necesitarían como mínimo NMHR brigadistas.

Una vez determinado este número, el conjunto TBR de brigadas posibles se genera, considerando que cada brigada se puede formar hasta por 4 individuos entonces el conjunto de vehículos y capacidades posibles se lo genera de la siguiente manera:

- NMHR brigadas con 1 individuo
- $\frac{NMHR}{2}$ brigadas con 2 individuos
- $\frac{NMHR}{3}$ brigadas con 3 individuos
- $\frac{NMHR}{4}$ brigadas con 4 individuos

Es decir que el conjunto de vehículos TBR estaría formado por $\sum_{i=1}^{4}\frac{NMHR}{i}$ elementos.

Sin embargo se debe aclarar que esta forma de parametrización aumenta considerablemente el número de variables en el problema, si NMHR es grande.

Asociado a cada brigada de ese conjunto existirán dos parámetros, el NPBR que, como se mencionó anteriormente, define el número de individuos por brigada, y CAPB que identifica la capacidad de atención de la brigada. Esta capacidad se la deduce a partir de la tasa de atención de cada individuo, el número de personas que conforman la brigada y el número de días de duración del proyecto, en otras palabras, $CAPB_k = NPBR_k * TAPB * NDIAS$.Por ejemplo: Si la brigada *k* está conformada por 2 personas, entonces la capacidad de la brigada **CAPB₂** es de **2*TAPB*NDIAS**.

Se debe recordar que la selección de los elementos de este conjunto TBR debe ser tal, que al final deben haber al menos NMHR individuos disponibles para conformar las brigada, es decir, el problema es factible si el número de brigadistas resultante es al menos el número de brigadistas que a priori se requeriría para atender a toda la demanda.

Adicionalmente en el problema de brigadas puede que no sea necesario atender a toda la demanda, por lo que en esos casos se fija un cubrimiento esperado de la demanda total, es decir un porcentaje de la demanda que por lo menos debe ser atendida. En otras palabras, no necesariamente todos los nodos de demanda serán atendidos.

Para el traslado de las brigadas la institución pondrá a disposición un cierto número de vehículo que dependerá del número de brigadas que se requieren. El uso de estos vehículos tiene un costo que se ha calculado para los seis meses de duración del proyecto.

Utilizar una brigada móvil tiene asociados los siguientes costos operativos:

1. Costo por contratación del talento humano.
2. Costo de movilización de las brigadas.
3. Costo por viáticos asignados a los brigadistas

Adicional a esto, las brigadas requieren de ciertos recursos físicos o tecnológicos, que dependiendo del servicio de la institución, pueden ser kits de atención médica, impresoras, laptops, documentación, etc. Este tipo de costos junto con el costo de utilización de un vehículo conforman el costo fijo de utilización de la brigada, que en el planteamiento del problema se identifica con el parámetro **CFBR.**

Los costos antes mencionados dependen de la cantidad de períodos y personas que se van a utilizar para la operación.

El problema que se le presenta a la dirección de planificación, es determinar la cantidad óptima de recursos para atender toda la demanda requerida, en el lapso de tiempo máximo de duración del proyecto. Además debe determinar cómo configurar cada una de las brigadas móviles que llevarán los servicios a los nodos de demanda, es decir, cuántos brigadistas por brigada y por ende cuántas brigadas. Dependiendo del número de brigadas, el planificador deberá asignar al proyecto tantos vehículos como brigadas resulten. Otro de los problemas a resolver por el área de planificación de la institución es determinar la secuencia de atención de las parroquias para cubrir la demanda en el tiempo máximo disponible y con el menor costo de operación.

En resumen, el planificador debe determinar la cantidad de recursos a asignar, la configuración de las brigadas, y la secuencia de recorrido de las brigadas que minimicen los costos operativos asociados.

En función de las reglas de negocios expuestas, se definieron analogías con un modelo VRP con flota heterogénea, de la siguiente manera:

1. Las brigadas, con sus diferentes capacidades, representan los vehículos de un VRP.
2. Las parroquias son los nodos de demanda del problema de ruteo vehicular.
3. Existen costos fijos, por utilización de vehículos y costos variables asociados al recorrido de las brigadas, tal y como se presenta en un VRP.

Para la formulación del problema se tomó como base el modelo matemático propuesto por Miller-Tuckin-Zemlin [21].

$$\sum_{k\in BRI}\sum_{j\in ADY(0)} CFBR * ABR_{0jk} + \sum_{k\in BRI}\sum_{(i,j)\in NCO} CTRA_{ij} * ABR_{ijk} + COBP \sum_{k\in\in BRI}\sum_{j\in ADY(0)} NPBR_k * ABR_{0jk} \tag{3.1}$$

$$s.a.: \sum_{k\in BRI}\sum_{i\in ADY^{+}(j)} ABR_{ijk} = 1; \quad \forall j \in NDE - \{0\} \tag{3.2}$$

$$\sum_{j\in ADY^{+}(i)} ABR_{ijk} = \sum_{j\in ADY^{-}(i)} ABR_{jik}\,; \quad \forall i \in NDE, \forall k \in BRI \tag{3.3}$$

$$r_j - r_i \geq \left(DEPA_j + CAPB_{|T|}\right)\sum_{k\in T} ABR_{ijk} - CAPB_{|T|}; \quad \forall i \in NDE - \{0\}, \forall j \in ADY^{+}(i) \tag{3.4}$$

$$r_j \leq \sum_{k\in T}\sum_{i\in ADY^{-}(j)} CAPB_k ABR_{ijk}\,; \quad \forall j \in NDE - \{0\} \tag{3.5}$$

$$\sum_{k\in BRI}\sum_{j} NPBR_k * ABR_{0jk} \geq NMRH \qquad 3.6$$

$$\sum_{i}\sum_{j} DEPA_J * ABR_{0jk} \geq PRTG * \sum_{J} DEPA_j \qquad 3.7$$

$$ABR_{ijk} \in \{0,1\};\ \forall(i,j) \in NCO, \forall k \in BRI \text{ y } r_j \geq 0 \qquad 3.8$$

Cómo se podrá observar en el capítulo siguiente este planteamiento presenta dos grandes inconvenientes relacionado con el tiempo de ejecución, considerando obviamente que el problema no se va a resolver integralmente por métodos exactos.

El primer generador de ineficiencia es el incremento del número de variables debido al método inicial de generación del conjunto de vehículos, que crece dependiendo del número mínimo de brigadistas a requerir. El segundo inconveniente presentado tiene que ver con el conjunto de restricciones utilizado para evitar sub-ciclos. Durante la implementación del modelo matemático, se realizaron ciertos ajustes al modelo que dieron como resultado una reducción significativa del tamaño del problema. Aunque no necesariamente si el problema es de menor tamaño se resuelve en menor tiempo, en el caso del problema planteado si se obtuvieron mejoras considerables en los tiempos de respuesta. Otros ajustes que se hicieron permitían a los algoritmos realizar un recorrido más eficiente del espacio de soluciones.

CAPÍTULO IV

4. APLICACIÓN DE HEURÍSTICAS PARA EL PROBLEMA DE BRIGADAS MOVILES

4.1. DESCRIPCIÓN DE LA INSTANCIA DEL PROBLEMA

Como se describió con anterioridad en el planteamiento de problema, las brigadas móviles deben atender una demanda, cuyos nodos son parroquias. Se ha definido una instancia para el problema en conjunto con la institución que requiere realizar la planificación. En esta sección describiremos dicha instancia.

Cabe mencionar que existen datos referentes a los costos de operación que se tuvieron que transformar debido a la confidencialidad de dicha información de la institución. Aun así se ha tratado de guardar la relación existente entre dichos datos.

Con respecto a la demanda en cada parroquia, dada por las personas comprendidas entre los 15 y 64 años de edad para el 2016, se la estimó de la siguiente manera:

- Se trabajó con la proyección poblacional para el año 2016 de cada uno de los 224 cantones del país, generada por el Instituto Nacional de estadísticas y Censos.
- Se consideró la distribución de los habitantes de cada cantón según la parroquia, de acuerdo a los datos del Censo de población y vivienda realizado en el 2010.
- Se consideró el porcentaje de habitantes entre 15 y 64 años de edad en cada parroquia, de acuerdo a los datos del Censo de población y vivienda realizado en el 2010.

De acuerdo a lo expuesto anteriormente en la parroquia CHAUCHA, del cantón Cuenca, existirán 787 personas que tienen una edad comprendida entre 15 y 64 años. Utilizando el método descrito anteriormente esta cantidad de habitante se la obtuvo de la siguiente manera:

Tabla 4.1 Método de cálculo de demanda

OBTENCIÓN DEMANDA PARROQUIA CHAUCHA	
Total Habitantes Parroquia Censo 2010 (A)	1,297.00
Total Habitantes entre 15 y 64 años (B)	672.00
% entre 15 y 64 años (B/A)x100 (C)	51.81%
Total Habitantes Cantón Censo 2010 (D)	505,585.00
% parroquia /cantón 2010 (A/D)x100 (E)	0.26%
población cantonal proyección 2016 (F)	591,996.00
proyección población entre 15 y 64 años de edad (FxCxE)	**787**

Fuente: INEC Censo 2010 y Proyecciones [12]

Elaboración: David Pinzón

Del total de 1244 parroquias que existen en el Ecuador, la mayor parte de estas se asume de acuerdo a políticas institucionales que serán atendidas por los centros fijos de la institución distribuidos por casi todo el país. Sin embargo se define para esta instancia que las parroquias cuya población entre 15 y 64 años, de acuerdo a las proyecciones del Censo Nacional para el 2016, no supera las 2000 personas, serán atendidas a través de las brigadas. Esto bajo el supuesto de que estas parroquias no tienen una densidad poblacional alta. Las parroquias que cumplen este supuesto son 465, y el total de ciudadanos a atender son 449.917. De este grupo de 465, se deben descartar las parroquias existentes en Galápagos, por lo que finalmente el número de parroquias a considerar en esta instancia es de 459.

Además, para esta instancia del problema, la dirección de planificación define como meta atender al menos al 70% de dicha población.

Como se es conocido y estudiado, con la cantidad de nodos de demanda en esta instancia del problema, planteado como un VRP, obtener una solución óptima en tiempos razonables sería una tarea casi imposible. Por esta razón el problema se resolverá aplicando una heurística clásica para

VRP con capacidad heterogénea. En este caso se utilizará una heurística de 2 fases: agrupamiento –ruteo.

4.2. APLICACIÓN DE LA HEURÍSTICA DE 2 FASES.

De acuerdo a lo indicado en el capítulo 2, la heurística de dos fases: agrupamiento y ruteo, subdivide el problema inicial en dos subproblemas. En el primer caso, se debe resolver un problema de cobertura, mientras que el segundo caso, una vez asignado los nodos de demanda (parroquias) a una instalación (brigada), se procederá a resolver el problema de optimización de secuencia de visita.

Para el primer caso, se debe resolver el problema formulado de la siguiente manera:

$$\min Z = \sum_i \sum_k CFIB_k * ABC_{ik} + COBR * NBRI_k * ABC_{ik} + \sum_i \sum_j COKM * DIST_{ij} * APB_{ij} \tag{4.1}$$

$$s.a. \sum_i \sum_k NBRI_k * ABC_{ik} \geq MAXB \tag{4.2}$$

$$\sum_i \sum_j DEMD_i * APB_{ji} \leq \sum_k CAPC_k * ABC_{ik}\,; \quad \forall i \tag{4.3}$$

$$\sum_i APB_{ij} = 1\,;\ \forall j \tag{4.4}$$

$$\sum_k ABC_{ik} \leq 1\,;\ \forall i \tag{4.5}$$

$$\sum_i \sum_j DEMD_i * APB_{ji} \geq 0.7 * \sum_j DEMD_j\,; \quad \forall i \tag{4.6}$$

La ecuación 4.1 representa la función objetivo del problema y consiste en minimizar el costo de asignación de parroquias a una brigada centroide más el costo de utilización de una brigada. El costo de movilización viene dado por la distancia en kilómetros desde las coordenadas del *centroide* de cada parroquia hacia las coordenadas del *centroide* de la parroquia elegida como centro ficticio de la brigada, multiplicado por el costo asociado a cada kilómetro. El costo variable por cada kilómetro recorrido COKM es de $0.35 y se lo obtuvo en base a los siguientes datos:

Tabla 4.2 Cálculo del costo variable de recorrido

Rubro	**Dólares/km**
Combustible - Galón de Diesel **$1.03** - Rendimiento 35 km por galón	$0.03
Mantenimiento preventivo	$0.07
Reparaciones	$0.20
Reposición de neumáticos	$0.05
Total	$0.35

Fuente: Área de Planificación
Elaboración: David Pinzón

Adicionalmente en el costo de operación están los costos fijos de contratación de un brigadista para la duración del proyecto, que para esta instancia es de seis meses.

El costo por brigadista COBR, se calcula multiplicando el sueldo mensual a cancelarle a un brigadista multiplicada por seis meses que dura como máximo el proyecto, es decir, $700 x 6 = $4.200.

De igual manera al costo por brigadista hay que asignar el valor de los viáticos para el proyecto, que por día es de $40. Este costo alcanzaría $7200 durante los seis meses de duración del proyecto.

El costo fijo de utilización de una brigada CFIB(k), presenta una ligera variación en función del número de brigadistas. Si la brigada es conformada por hasta 3 brigadistas, entonces la institución dispone para dicha brigada un tipo de vehículo. Si la brigada necesita 4 personas o más, entonces debe disponer de un vehículo más grande y por ende con un costo asignado al proyecto, mayor. Adicional al costo propio del vehículo se le agrega costos fijos tecnológicos, como impresoras, conexión satelital, etc.

La expresión 4.2 restringe que el número de brigadistas a utilizar sea al menos MAXB, donde MAXB es determinado a priori de la siguiente manera:

De acuerdo a datos históricos de atención de la institución, un brigadista puede atender a 50 personas al día. Considerando el lapso de duración máximo del proyecto, que es de seis meses, el número máximo de personas que puede atender un empleado de este tipo es 9000 personas (50 personas/día x 30 días x 6 meses) durante el periodo de duración del proyecto. Por otro lado, la demanda a atender es de 449398 personas, por lo tanto el número mínimo de brigadistas requerido para atender toda la demanda en seis meses es de $\left\lceil \frac{449398}{9000} \right\rceil$, es decir, 49 brigadistas. Sin embargo, este valor cambia en función de la meta establecida por la institución, que en este caso requiere cubrir el 70% de la demanda. De esa forma la cantidad mínima de brigadistas necesaria para atender el 70% de la demanda es 35. Es importante aclarar que inicialmente la restricción 4.2 estaba planteada como una igualdad, pero los tiempos de ejecución considerando este tipo de restricción eran altos, en promedio en 45 minutos de ejecución se alcanzaba una solución con un gap de 45%. Cambiar la restricción hacia una desigualdad "≥" permitió una mayor flexibilidad (relajación) del problema y en 20 minutos se llegó a 1.35% del valor óptimo.

La formulación (4.3) indica que la cantidad de personas a atender no puede superar la capacidad seleccionada de la brigada, donde $CAPC_k$ es la capacidad de la brigada de tipo *k* y $DEMD_k$ es la demanda de cada parroquia.

La formulación (4.4) restringe que la parroquia sea asignada a más de una brigada.

La formulación (4.5) es un artificio para restringir que una parroquia pueda a lo mucho ser asignada como centroide de una brigada, es decir, la parroquia puede ser asignada como centroide de ninguna brigada o de a lo mucho solo una. Además en esta misma formulación se restringe que la brigada puede ser solo de una de las capacidades posibles finitas definidas para el problema.

La restricción 4.6 permite garantizar que en la solución obtenida se haya atendido al menos al 70% de la población que tiene como meta la dirección de planificación de la institución.

APB es un conjunto de variables binarias que indican lo siguiente:

$$APB_{ij} = \begin{cases} 0 & Si\ la\ parroquia\ j\ no\ es\ asignada\ a\ la\ brigada\ i \\ 1 & Si\ la\ parroquia\ j\ es\ asignada\ a\ la\ brigada\ i \end{cases}$$

ABC es un conjunto de variables binarias que indican lo siguiente:

$$ABC_{ik} = \begin{cases} 0 & Si\ la\ parroquia\ no\ es\ asignada\ como\ centroide\ de\ la\ brigada \\ 1 & Si\ la\ parroquia\ i\ es\ centroide\ de\ la\ brigada\ de\ capacidad\ k \end{cases}$$

Para el caso del ruteo se utilizó un modelo de flujo de productos. Inicialmente se utilizó la formulación propuesta por Miller-Tuckin-Zemlin para VRP pero adaptada para el problema del agente viajero, es decir:

$$\min Z = \sum_i \sum_j COKM * DIST_{ij} * ASP_{ij} \tag{4.6}$$

$$s.a. \sum_j ASP_{ij} = 1;\ \forall i \in NDE - \{0\} \tag{4.7}$$

$$\sum_j ASP_{ij} = \sum_j ASP_{ji}\,;\ \forall i \in NDE - \{0\} \tag{4.8}$$

$$DAT_j - DAT_i + N * ASP_{ij} \leq N - 1;\ \forall i \in NDE - \{0\};\ \forall j \in NDE - \{0\} \tag{4.9}$$

$$DAT_i \geq 0, \forall i; DAT(0) = 0; ASP_{ij} \in \{0,1\}, \forall i,j \tag{4.10}$$

Donde 0 hace referencia al centro de operaciones. NDE representa al conjunto de nodos del problema (parroquias + centro de operaciones).

Sin embargo esta formulación resultaba bastante ineficiente para instancias con más de 10 parroquias por brigada. Por esa razón se utilizó una nueva formulación basada en un modelo de flujo de productos [22], de igual manera adaptado a un problema de agente viajero.

$$\min Z = \sum_{i} \sum_{j \in ADY(i)} COKM * DIST_{ij} * ASP_{ij} \tag{4.11}$$

$$\sum_{j \in ADY(i)} ASP_{ij} + \sum_{j \in ADY(i)} ASP_{ji} = 2;\ \forall i \in NDE - \{0,99999\}, \forall i \in NDE - \{0,99999\} \tag{4.12}$$

$$- \sum_{j \in (ADY(i), j \neq i)} DAT_{ij} + \sum_{j \in (ADY(i), j \neq i)} DAT_{ji} = 2;\ \forall i \in NDE - \{0,99999\}, \forall i \in NDE - \{0,99999\} \tag{4.13}$$

$$\sum_{j \in (ADY(i), j \neq i)} DAT_{0j} + \sum_{j \in (ADY(i), j \neq i)} DAT_{j0} = N \tag{4.14}$$

$$\sum_{j \in (ADY(i), j \neq i)} DAT_{99999j} + \sum_{j \in (ADY(i), j \neq i)} DAT_{j99999} = N \tag{4.15}$$

$$DAT_{ij} + DAT_{ji} - N * ASP_{ij} = 0; \forall ij \in A - \{0,99999\}, i < j \tag{4.16}$$

$$DAT_{ij} \geq 0, ASP_{ij} \in \{0,1\};\ \ \forall i,j \tag{4.17}$$

En 4.11 se expresa la función objetivo del problema, el costo de recorrido de la brigada. En 4.12 se restringe que la suma del grado de salida más el grado de entrada de un nodo (parroquia) debe ser igual a 2. Las expresiones 4.13 y 4.16 evitan la formación de sub-ciclos. Finalmente las restricciones 4.14 y 4.15 aseguran que la ruta empiece en el centro de operaciones y termine en el centro de operaciones.

A continuación se describirán los parámetros, conjunto y variables utilizadas en el modelo de ruteo

Tabla 4.3 Conjuntos del modelo de ruteo

ADY(i)	Hace referencia al conjunto de parroquias que son conexas o adyacentes a la parroquia i
A	Conjunto de aristas del grafo

Fuente: Modelo matemático de ruteo
Elaboración: David Pinzón

Tabla 4.4 Parámetros del modelo de ruteo

N	Número de parroquias asignada a la brigada
COKM	Costo de recorrido por kilómetro
DIST	Distancia en km entre dos parroquias i y j

Fuente: Modelo matemático de ruteo
Elaboración: David Pinzón

Tabla 4.5 Variables del modelo de ruteo

ASP(ij)	Variable binaria que identifica si la arista (i,j) es utilizada en la ruta
DAT(ij)	Variable no negativa, identifica el flujo de demanda desde el nodo i al nodo j.

Fuente: Modelo matemático de ruteo
Elaboración: David Pinzón

Adicionalmente en el modelo los nodos 0 y 999999 se refieren al centro de operaciones. Debe recordarse que en el modelo basado en flujo de productos es necesario, para hallar la solución, crear un centro de operaciones ficticio adicional al ya existente, con el objetivo de garantizar que la ruta termine en el centro de operaciones, dada la lógica del modelamiento.

4.3. IMPLEMENTACIÓN

Para la implementación de la heurística se utilizaron las siguientes herramientas informáticas:

- Una base de datos de Access, donde estaba almacenada la información de los índices y parámetros a utilizar en ambos modelos.

- Gams y solver CPLEX para la programación del modelo y la generación de las soluciones, respectivamente
- Microsoft Excel para desarrollo de macros para la lectura de las soluciones obtenidas a través de GAMS-CPLEX.

Estructura de datos

La base de datos contenía las siguientes dos tablas, BRIGADAS y PARROQUIAS. En la tabla Brigadas se almacenaba la información sobre parámetros relacionados con la configuración de una brigada, mientras que en la tabla PARROQUIAS se almacenaba la información necesaria para la creación de conjuntos y parámetros relacionados a los nodos de demanda y requeridos para la ejecución correcta del modelo.

La tabla BRIGADAS tenía la siguiente estructura y contenido:

Tabla 4.6 Tipos de Brigadas

COD BRIGADA	DESCRICPION	N BRIGADISTAS	CAPACIDAD	COSTO SUELDO	COSTO VIATICO
B_1_CF	BRIGADA de 1 BRIGADISTA	1	9000	4200	7200
B_2_CF	BRIGADA de 2 BRIGADISTAS	2	18000	8400	14400
B_3_CF	BRIGADA de 3 BRIGADISTAS	3	27000	12600	21600
B_4_CF	BRIGADA de 4 BRIGADISTAS	4	36000	16800	28800

Fuente: Área de Planificación
Elaboración: David Pinzón

Donde N_BRIGADISTAS almacena el número de brigadistas por brigada, y CAPACIDAD almacena el número máximo de personas que puede atender una brigada, en el período de seis meses, según el número y tipo de brigadistas, COSTOSUELDO se refiere al costo asociado al sueldo total del número de brigadistas que conforman la brigada, y COSTOVIATICOS corresponde al valor en viáticos para el total de brigadistas que conforman la brigada.

Adicional a esto, en la tabla BRIGADAS existe un campo que almacena la información del costo del vehículo a utilizar por la brigada. Este costo no cambia si la brigada trabaja fines de semana o no, pero si es diferente dependiendo del tamaño de la brigada. Específicamente para el caso de brigadas formadas por 4 brigadistas el costo del vehículo es más alto, pues se necesitará de un vehículo con más espacio. La tabla 4.7 muestra el costo del vehículo para cada tipo de brigada.

Tabla 4.7 Costo de asignación de vehículo a Brigada

CODIGO BRIGADA	DESCRICPION BRIGADA	COSTO ASIGNACION DE VEHICULO
B_1_CF	BRIGADA CONFORMADA POR 1 BRIGADISTA	$ 2,564.50
B_2_CF	BRIGADA CONFORMADA POR 2 BRIGADISTAS	$ 2,564.50
B_3_CF	BRIGADA CONFORMADA POR 3 BRIGADISTAS	$ 2,564.50
B_4_CF	BRIGADA CONFORMADA POR 4 BRIGADISTAS	$ 3,464.50

Fuente: Área de Planificación
Elaboración: David Pinzón

La tabla PARROQUIAS tiene 461 registros, que corresponden a las 459 parroquias, más 2 registros correspondiente al centro de operaciones y una copia de este registro, cuyo objetivo es permitir la implementación de la parte de ruteo de la heurística. Se presenta a continuación la estructura de la tabla:

Tabla 4.7 Estructura de datos de Nodos de demanda

CODIGO_PARROQUIA	**Código de parroquia**
DESCRIPCION	Nombre de la Parroquia
CIUDAD	Ciudad a la que pertenece la parroquia
PROVINCIA	Provincia a la que pertenece la parroquia
X	Coordenada de la parroquia
Y	Coordenada de la parroquia
DEMANDA	Personas a atender
BRIGADA_ASIGNADA	Código de la brigada a la cual la parroquia ha sido asignada.
TIPO	Si es parroquia o centro de operaciones

Fuente: Área de Planificación
Elaboración: David Pinzón

Programación en GAMS.

Se programó en GAMS ambos modelos matemáticos. En ambos casos se desarrolló código en GAMS para que se pudieran obtener los datos registrados en la base de datos, puesto que debido a la cantidad de datos, hubiese resultado engorroso haber definido directamente en el código de GAMS los datos de conjuntos y parámetros. Los resultados obtenidos se guardaban en archivos .gdx, para su posterior revisión. Los archivos de extensión GDX son bases de datos que almacenan la información de conjuntos, parámetros, ecuaciones, variables y otras entidades que integran el modelo matemático programado en GAMS. La figura 4.1 muestra la pantalla de un archivo GDX:

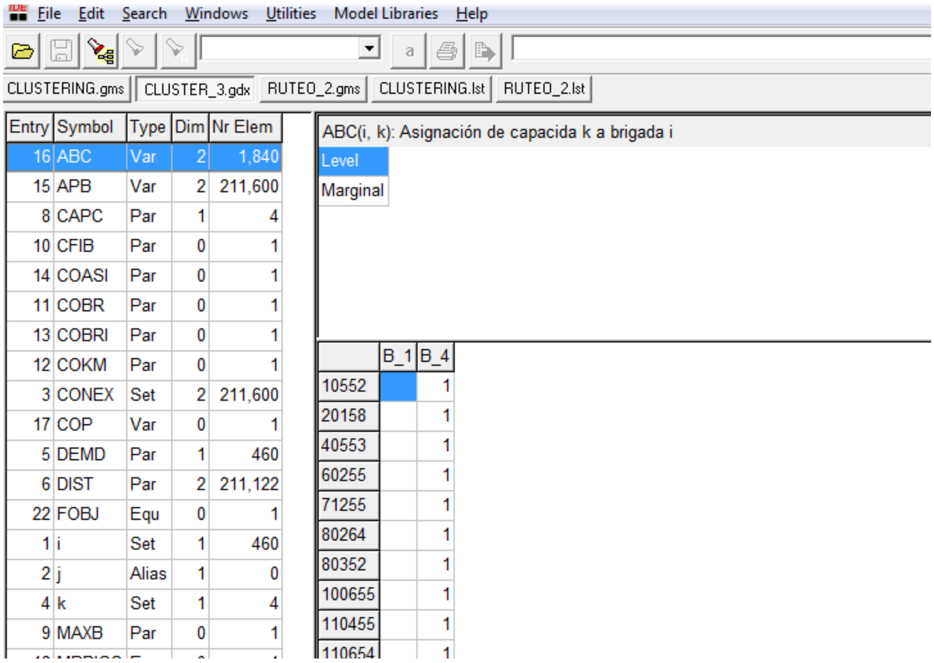

Figura 4.1 Vista de un archivo tipo GDX desde GAMS

Programación del modelo de agrupamiento

option optcr=0.01

$onecho > cmd.txt

I="C:\DIRECTORIO MODELO\DATOS TESIS.mdb"

Q1=SELECT COD_BRIGADA from BRIGADAS

O1=C:\DIRECTORIO MODELO\BRIGADA.inc

Q2=select COD_BRIGADA,N_BRIGADISTAS from BRIGADAS

O2=C:\DIRECTORIO MODELO\NBRIGADISTAS.inc

Q3=select COD_BRIGADA,CAPACIDAD from BRIGADAS

O3=C:\DIRECTORIO MODELO\CAPACIDAD.inc

Q4=select CODIGO_PARROQUIA from PARROQUIAS

O4=C:\DIRECTORIO MODELO\PARROQUIA.inc

Q5=select CODIGO_PARROQUIA, DEMANDA from PARROQUIAS

O5=C:\DIRECTORIO MODELO\DEMANDA.inc

Q6=select ORIGEN,DESTINO, DISTANCIA from DISTANCIAS

O6=C:\DIRECTORIO MODELO\DISTANCIAS.inc

Q7=SELECT ORIGEN,DESTINO,'yes' from DISTANCIAS

O7=C:\DIRECTORIO MODELO\ADYACENTES.inc

Q8=select COD_BRIGADA, COSTOBRIGADISTAS from BRIGADAS where N_BRIGADISTAS>=1

```
O8= C:\DIRECTORIO MODELO \COSTOBRIGADISTAS.inc
$offecho

$call =mdb2gms  @cmd.txt

SET
i  Unidad basica o nodo de demanda - Parroquias con menos de 2000
habitantes
/
$include C:\DIRECTORIO MODELO\PARROQUIA.inc
/

Alias(i,j);


SET CONEX(i,j) Conjunto de parroquias conexas
/
$include C:\DIRECTORIO MODELO\ADYACENTES.inc
/
k Conjunto Artificial de Brigadas Disponibles
/
$include C:\DIRECTORIO MODELO\BRIGADA.inc
/
PARAMETERS
DEMD(j)      Demanda a atender en la parroquia j
/
$include C:\DIRECTORIO MODELO\DEMANDA.inc
/
DIST(i,j)      Distancia entre parroquias i y j
/
$include C:\DIRECTORIO MODELO\DISTANCIAS.inc
/
NBRI(k)      Número de brigadistas por brigada
/
$include C:\DIRECTORIO MODELO\NBRIGADISTAS.inc
/
CAPC(k)      Capacidad de atención de la brigada k
```

```
/
$include C:\DIRECTORIO MODELO\CAPACIDAD.inc
/
COBR(k)     Capacidad de atención de la brigada k
/
$include C:\ DIRECTORIO MODELO \COSTOBRIGADISTAS.inc
/
scalar MAXB /48/
scalar CFIB /4112/
scalar COKM /0.35/
VARIABLES
APB(i,j)       Asignación de Parroquia j a Brigada i
ABC(i,k)       Asignación de capacidad k a brigada i
COP            Costo total de operación
binary variables APB, ABC;
EQUATIONS
MBRIGS         Restringe el número mínimo de brigadas a utilizar
RCAPC(i)       Restricción de capacidad de la brigadas
RASIG(j)       Restricción de asignación a una sola brigada
CUBRM          Restricción de mínimo cubrimiento de demanda
RACB(i)        Asigna una sola capacidad a las brigadas
FOBJ           Función objetivo;
MBRIGS..    sum[(i,k),NBRI(k)*ABC(i,k)]=g=MAXB;
RCAPC(i)..
        sum[j$CONEX(i,j),DEMD(j)*APB(i,j)]=l=sum[k,CAPC(k)*ABC(i,k)];
CUBRM..
sum[(i,j)$CONEX(i,j),DEMD(j)*APB(i,j)]=g=0.7*sum[j,DEMD(j)];
RASIG(j)..    sum[i$CONEX(i,j),APB(i,j)]=l=1;
RACB(i)..            sum[k,ABC(i,k)]=l=1;
FOBJ..
COP=e=sum[(i,k),CFIB*ABC(i,k)+COBR*NBRI(k)*ABC(i,k)]+sum[(i,j)$CONEX(i
,j),COKM*DIST(i,j)*APB(i,j)];
MODEL CLUSTER /all/;
CLUSTER.optfile =1
SOLVE CLUSTER USING MIP MINIMIZING COP
execute_unload "C:\DIRECTORIO MODELO\CLUSTER.gdx"
```

Programación del modelo de ruteo.

```
option reslim =600

$call =mdb2gms  @cmod.txt

SET i Parroquias

/

$include C:\DIRECTORIO MODELO\PARROQUIA_RUTEAR.inc

/

alias(i,j,k)

set E(i,j) parroquias conexas; E(i,j)$(ord(i) < ord(j))= yes; E("0","999999")=No;

set A(i,j) nodos conexos; A(i,j)$(ord(i) ne ord(j))= yes; A("0","999999")=No;
A("999999","0")=No;

set N(i) parroquias; N(i)$(ord(i)> 1)=yes; N("999999")=No;

PARAMETERS

DIST(i,j) Distancia entre nodos

/

$include C:\DIRECTORIO MODELO\DISTANCIAS_RUTEAR.inc

/

scalar NPAR

/

$include C:\DIRECTORIO MODELO\NPARROQUIAS.inc

/

VARIABLES

      DAT(i,j)      Flujo de demanda desde el nodo i hacia el nodo j

      ASP(i,j)      Utiliza el arco i-j en la ruta.

      TRU           Total Ruta

POSITIVE VARIABLES DAT;

BINARY VARIABLES ASP;
```

```
EQUATIONS

GRNO(i)              Grado de entrada y Grado de Salida de un nodo en la
                     ruta es igual

GRES(i)              El flujo de producto que entra al nodo es igual al flujo
                     que sale

SALIDA_DEP                  Restringe el flujo de producto de salida del
depósito

LLEGAD_DEP          Restringe el flujo de producto de llegada al depósito

VINCULA(i,j)        Restricción de ciclos, vincula las variables

FOBJ                Función Objetivo;


GRNO(k)$N(k)..      sum[E(i,k),ASP(i,k)]+sum[E(k,j),ASP(k,j)]=e=2;

GRES(k)$N(k)..      sum[A(j,k),DAT(j,k)] -sum[A(k,i),DAT(k,i)]=e=2;

SALIDA_DEP..        sum[j$A("0",j),DAT("0",j)]=e=NPAR;

LLEGAD_DEP..        sum[j$A("999999",j),DAT("999999",j)]=e=NPAR;

VINCULA(i,j)$E(i,j).. DAT(i,j)+DAT(j,i)=e=NPAR*ASP(i,j);

FOBJ..                      TRU=e=SUM[E(i,j),0.35*DIST(i,j)*ASP(i,j)];

MODEL RUTEAR /ALL/;

RUTEAR.optfile =1

SOLVE RUTEAR USING MIP MINIMIZING TRU

execute_unload "C:\DIRECTORIO MODELO\RUTEO.gdx"
```

El modelo de agrupamiento se ejecutaba una sola vez, mientras que el modelo de ruteo se debía ejecutar el número de veces que sea igual al número de brigadas resultante del modelo de agrupamiento. En el caso de la programación en GAMS del modelo de ruteo, la línea de código necesaria para la creación de los archivos a utilizar para los conjuntos, parámetros y escalares se la generó fuera del código de GAMS en un archivo de nombre CMOD.txt

Este archivo cmod.txt tenía el siguiente contenido:

```
I="C:\DIRECTORIO MODELO\DATOS TESIS.mdb"
Q1=SELECT distinct [BRIGADA ASIGNADA] from PARROQUIAS WHERE [BRIGADA ASIGNADA] IS NOT NULL
O1=C:\DIRECTORIO MODELO\BRIGADA_ASIGNADA.inc
Q2=select CODIGO_PARROQUIA from PARROQUIAS WHERE [BRIGADA ASIGNADA]=CODIGO_BRIGADA or [BRIGADA ASIGNADA] IS NULL ORDER BY CODIGO_PARROQUIA
O2=C:\DIRECTORIO MODELO\PARROQUIA_RUTEAR.inc
Q3=select ORIGEN, DESTINO, DISTANCIA from DISTANCIAS WHERE [BRIGADA_ORIGEN]=CODIGO_BRIGADA AND [BRIGADA_DESTINO]=CODIGO_BRIGADA OR ((ORIGEN=0 OR ORIGEN=999999) AND [BRIGADA_DESTINO]=CODIGO_BRIGADA) OR ((DESTINO=0 OR DESTINO=999999) AND [BRIGADA_ORIGEN]= CODIGO_BRIGADA) OR (ORIGEN=0 AND DESTINO=0) OR (ORIGEN=999999 AND DESTINO=999999)
O3=C:\DIRECTORIO MODELO\DISTANCIAS_RUTEAR.inc
Q4=select count(CODIGO_PARROQUIA) from PARROQUIAS WHERE [BRIGADA ASIGNADA]= CODIGO_BRIGADA
O4=C:\DIRECTORIO MODELO\NPARROQUIAS.inc
```

4.4. RESULTADOS

Los resultados obtenidos a través de la heurística de dos fases; agrupamiento y ruteo, determinaron que la institución necesita 35 personas para laborar como brigadistas. Esto de alguna manera se podía esperar puesto que con esa cantidad se cubría el 70% de la demanda total.

Además la solución óptima requiere que se utilice 11 brigadas móviles, de las cuales 9 están conformadas por 3 brigadistas y 2 por 4 brigadistas.

En la solución óptima obtenida se atiende a 258 parroquias de las 459. La figura 4.2 nos muestra visualmente las parroquias que deben ser atendidas según el resultado óptimo del modelo de agrupamiento.

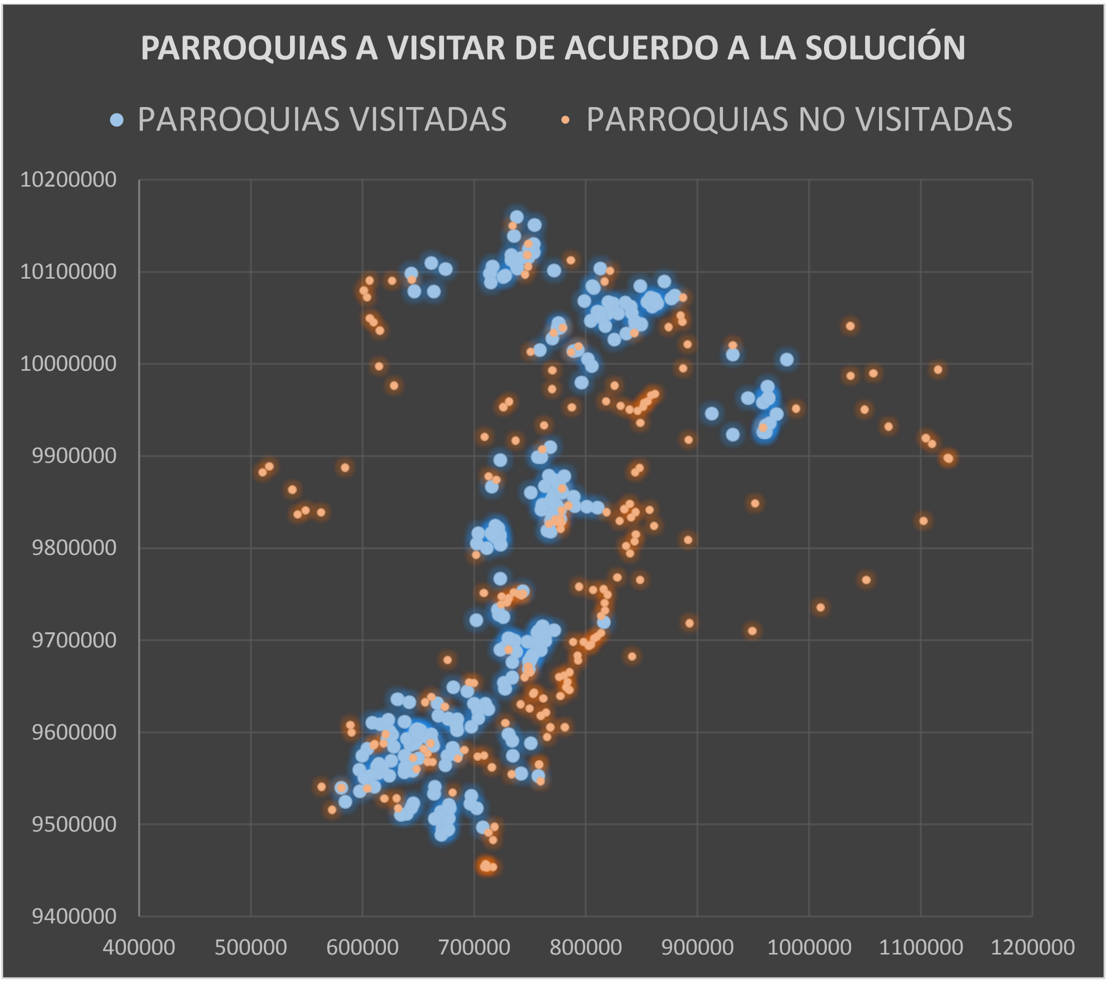

Figura 4.2 Parroquias seleccionadas por la solución del modelo versus el total

Fuente: Resultados del modelo matemático de agrupamiento

Elaboración: David Pinzón

Obsérvese en el gráfico anterior, que el modelo descarta las parroquias más alejadas, pues el costo de movilización es más alto.

La figura 4.3 se muestra las parroquias según las brigadas a las que han sido asignadas.

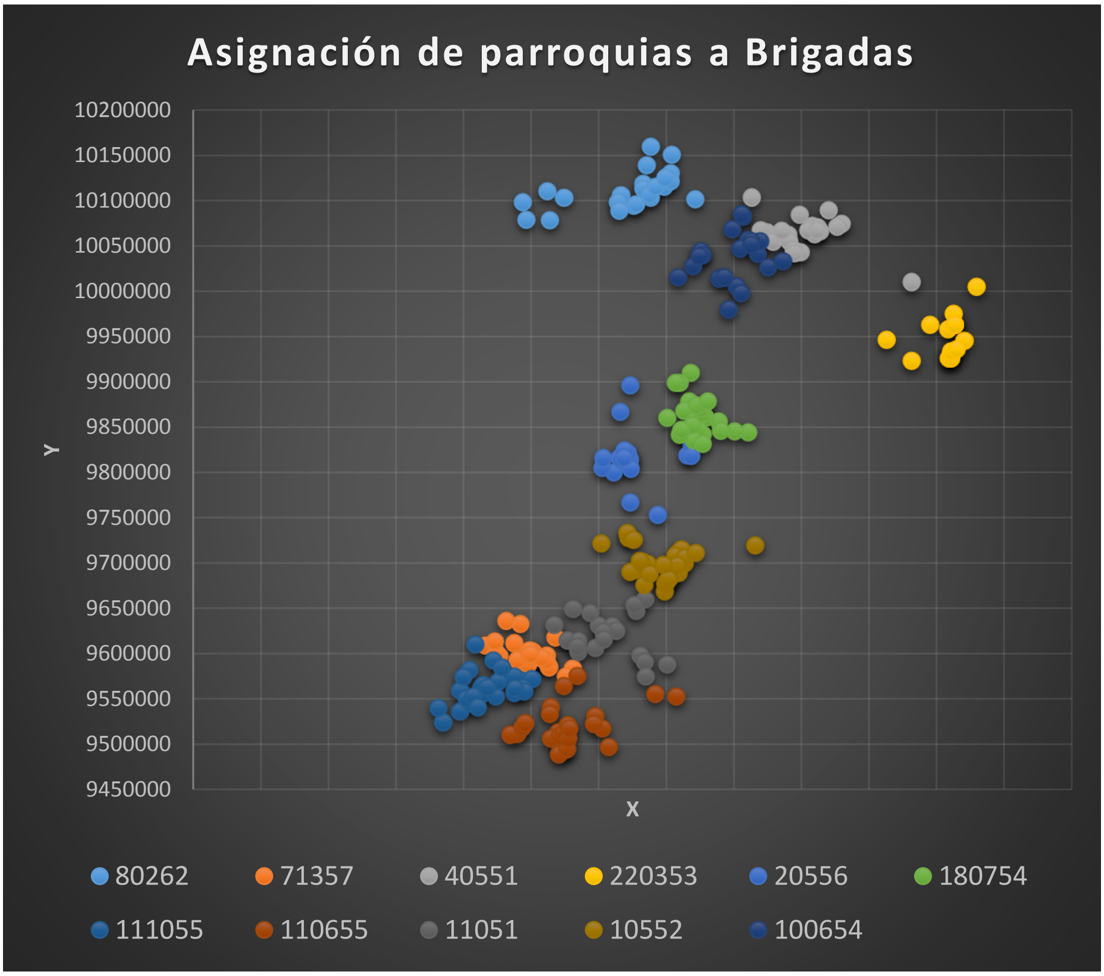

Figura 4.3 Resultado de asignación de parroquias a Brigadas del modelo de agrupamiento

Fuente: Resultados del modelo matemático de agrupamiento

Elaboración: David Pinzón

Las leyendas de la figura 4.3 se refieren al código de la parroquia que funciona como centroide ficticio del grupo.

Sin embargo uno de los resultados más contundentes obtenidos al resolver el problema de agrupamiento es la participación del costo fijo de la operación en el costo total. Debe recordarse que la función objetivo del modelo de agrupamiento estaba compuesta por un costo de utilización de la brigada, el costo del personal utilizado en la brigada y el costo de asignación de una parroquia a una brigada, determinada por la distancia entre las parroquias y el centroide del grupo.

El valor de la función objetivo fue de $433.496, que se descompone en los siguientes rubros: Costo fijo por utilización de brigada y personal, $429.009; costo de asignación, $4.487.

Es decir el costo más importante en este modelo resulta ser el costo de la infraestructura y del recurso humano, que representa el 98,96% del costo total obtenido.

Una vez obtenido los resultados del modelo de agrupamiento se procedió a ejecutar la segunda fase de la heurística para determinar el recorrido óptimo de cada una de las 11 brigadas obtenidas. En el gráfico siguiente se muestra el recorrido de las 11 brigadas. En el Anexo, se podrá verificar la asignación de cada parroquia a la brigada correspondiente.

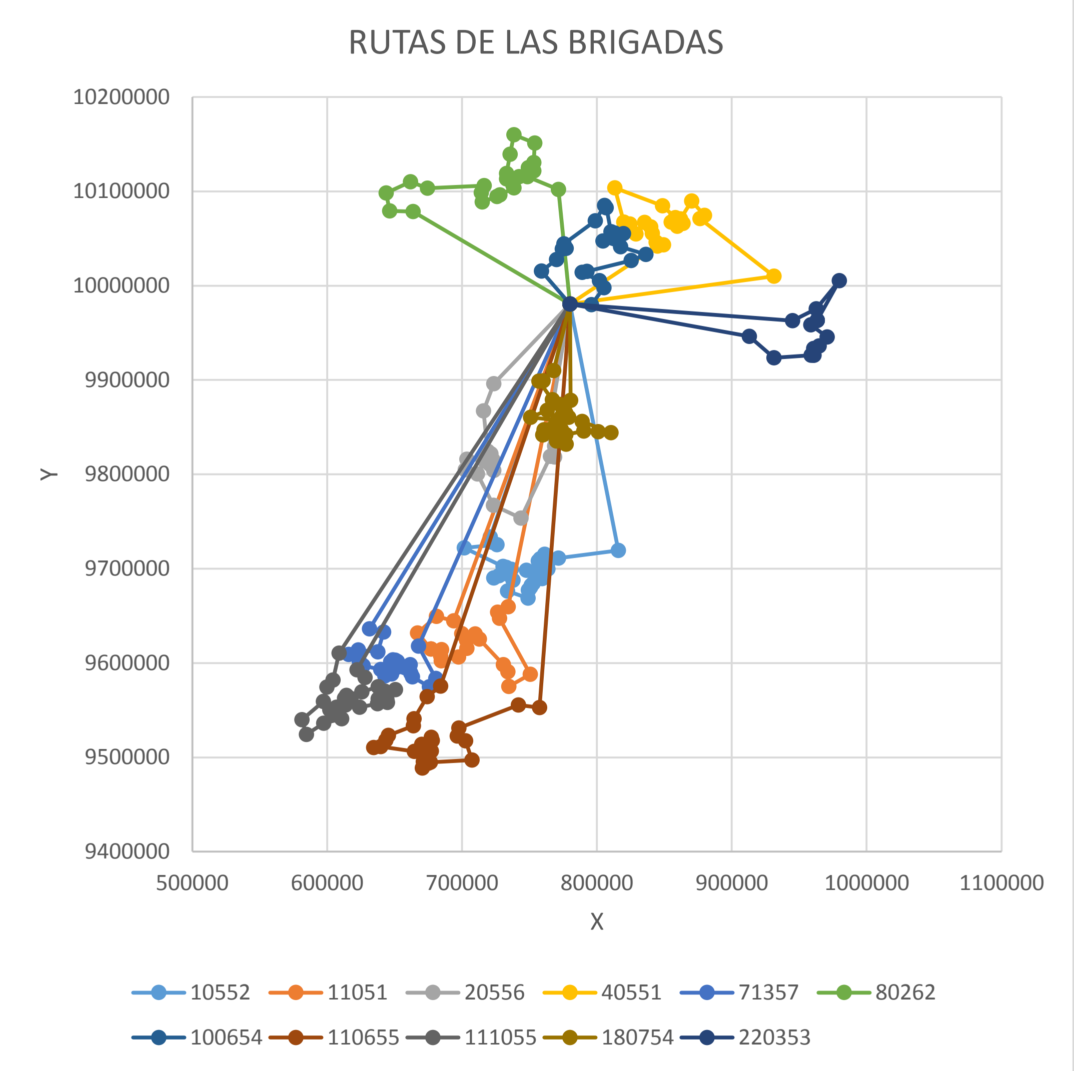

Figura 4.4 Recorrido de las brigadas móviles

Fuente: Resultados del modelo matemático de ruteo

Elaboración: David Pinzón

En la figura 4.4 los números que aparecen en la leyenda hacen referencia al código que identifica a una brigada. Este código representa a una parroquia que en el modelo de agrupamiento fue seleccionado como centroide ficticio del grupo.

La figura 4.5 nos permite el observar el costo total de recorrido de cada brigada.

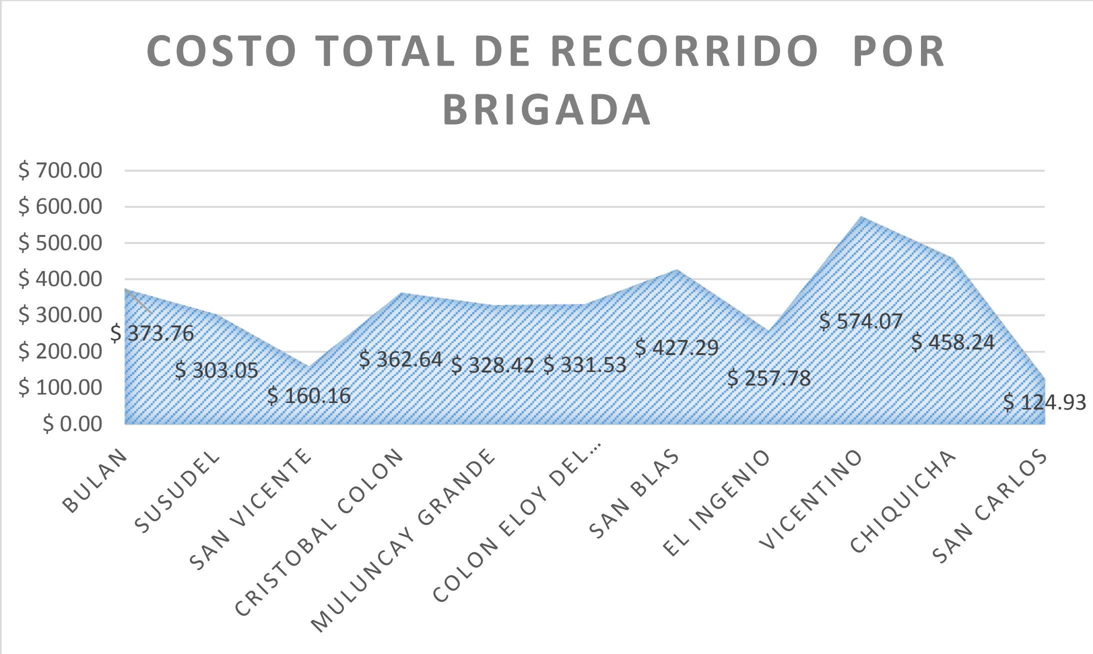

Figura 4.5. Costo total de Recorrido por brigada

Fuente: Resultados del modelo matemático de ruteo

Elaboración: David Pinzón

En resumen, dentro de los principales resultados obtenidos del modelo de agrupamiento tenemos que:

- Se necesitan 11 brigadas conformadas en su mayoría por 3 integrantes para poder cumplir con la meta de atender al 70% de la demanda total a nivel nacional. Solo 2 de las 11 brigadas resultantes estaban conformada por 4 personas y no 3. El costo de las brigadas conformadas por 3 personas es de $36764.5 y las conformadas por 4 cuestan $49064.5 cada una..
- Para cubrir el 70% de la demanda total, se atenderán a 258 parroquias de las 459 que demandaban los servicios, es decir, el 56.20%, aproximadamente a la mitad de las parroquias.
- La tabla 4.8 nos muestra las parroquias que fungen como centroide del grupo.

Tabla 4.8. Centroide de grupos.

BRIGADA	PARROQUIA CENTROIDE
10552	BULAN
11051	SUSUDEL
20556	SAN VICENTE
40551	CRISTOBAL COLON
71357	MULUNCAY GRANDE
80262	COLON ELOY DEL MARIA
100654	SAN BLAS
110655	EL INGENIO
111055	VICENTINO
180754	CHIQUICHA
220353	SAN CARLOS

Fuente: Resultados del modelo matemático de agrupamiento

Elaboración: David Pinzón

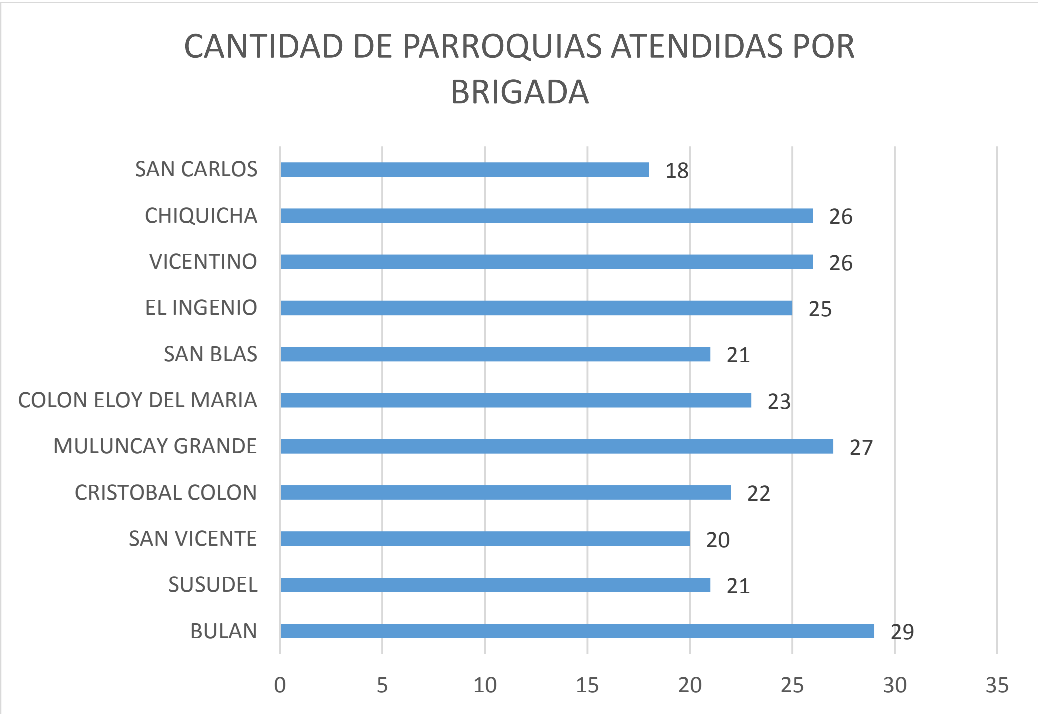

Figura 4.6 Cantidad de parroquias por brigada

Fuente: Resultados del modelo de agrupamiento

Elaboración: David Pinzón

Estas 258 parroquias agrupan una demanda de 314.605 personas. La figura 4.7 nos muestra el porcentaje de utilización de la capacidad de cada brigada.

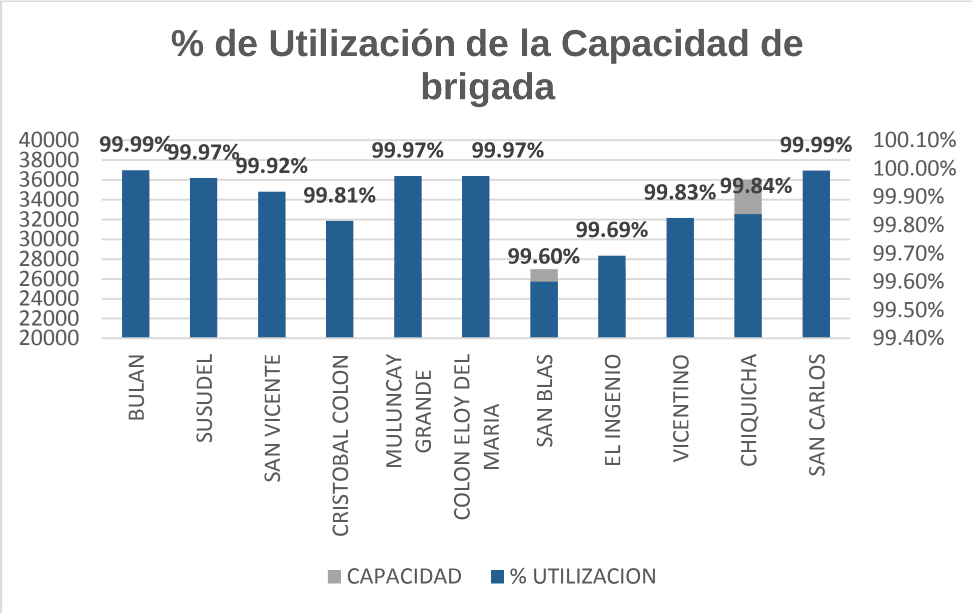

Figura 4.7 Porcentaje de utilización de la capacidad de las brigadas

Fuente: Resultados del modelo de agrupamiento

Elaboración: David Pinzón

El costo total de operación actualizado con los resultados obtenidos en el modelo de ruteo es de $432.711,87.

Con respecto a los tiempos de ejecución de la heurística tenemos los siguientes resultados: El modelo de agrupamiento encuentra la solución óptima en 954 segundos. El modelo de ruteo encuentra solución en 4 segundos, en promedio, por brigada.

Escenario 2.

Debido al nivel de utilización de la capacidad de las brigadas, se decidió realizar un escenario en el cual solo se puede ocupar hasta 90% de la capacidad de las brigadas, esto con el objetivo de disponer de capacidad adicional en caso de alguna eventualidad. Los resultados obtenidos con esa instancia del modelo fueron los siguientes:

- Se requieren 13 brigadas móviles, todas conformadas por 3 brigadistas. Por lo tanto se requieren contratar 39 personas y no 35 como en el primer escenario.
- El costo de la operación asciende a $482.007,16. Es lógico que el costo de operación sea mayor pues se necesitan de 4 personas adicionales.
- Para cubrir el 70% requerido de la demanda total, en este caso la solución indica que se deben visitar 266 parroquias en lugar de las 259 del escenario anterior.

La figura 4.8 muestra las parroquias atendidas por las brigadas.

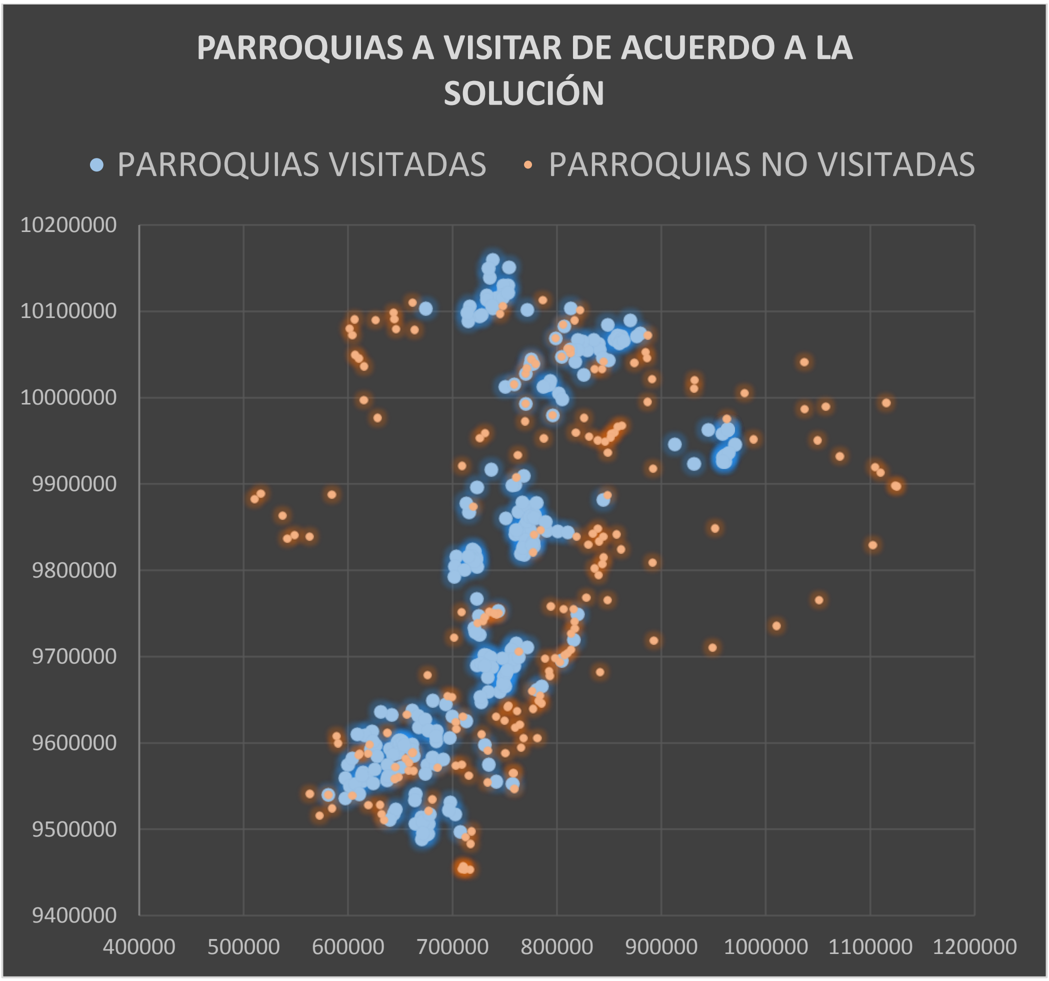

Figura 4.8 Parroquias atendidas por las brigadas – Escenario 2
Fuente: Resultados del modelo de agrupamiento
Elaboración: David Pinzón

Escenario 3

En este escenario se hizo un ajuste con respecto a la meta a alcanzar, y se necesitaba conocer cuánto cambia el costo, cómo debían estar configuradas las brigadas, y a qué parroquias se deben atender si la meta fuera cubrir al menos el 90% de la demanda total. Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

- Se requieren 17 brigadas móviles, 16 de ellas conformadas por 3 brigadistas y una conformada por 2 brigadistas. En total se requiere 50 personas en este tercer escenario.
- El costo de la operación asciende a $620.960,11.
- Para cubrir el 90% requerido de la demanda total, en este caso la solución indica que se deben visitar 356 parroquias de las 459 que demandan el servicio, es decir el 78%.

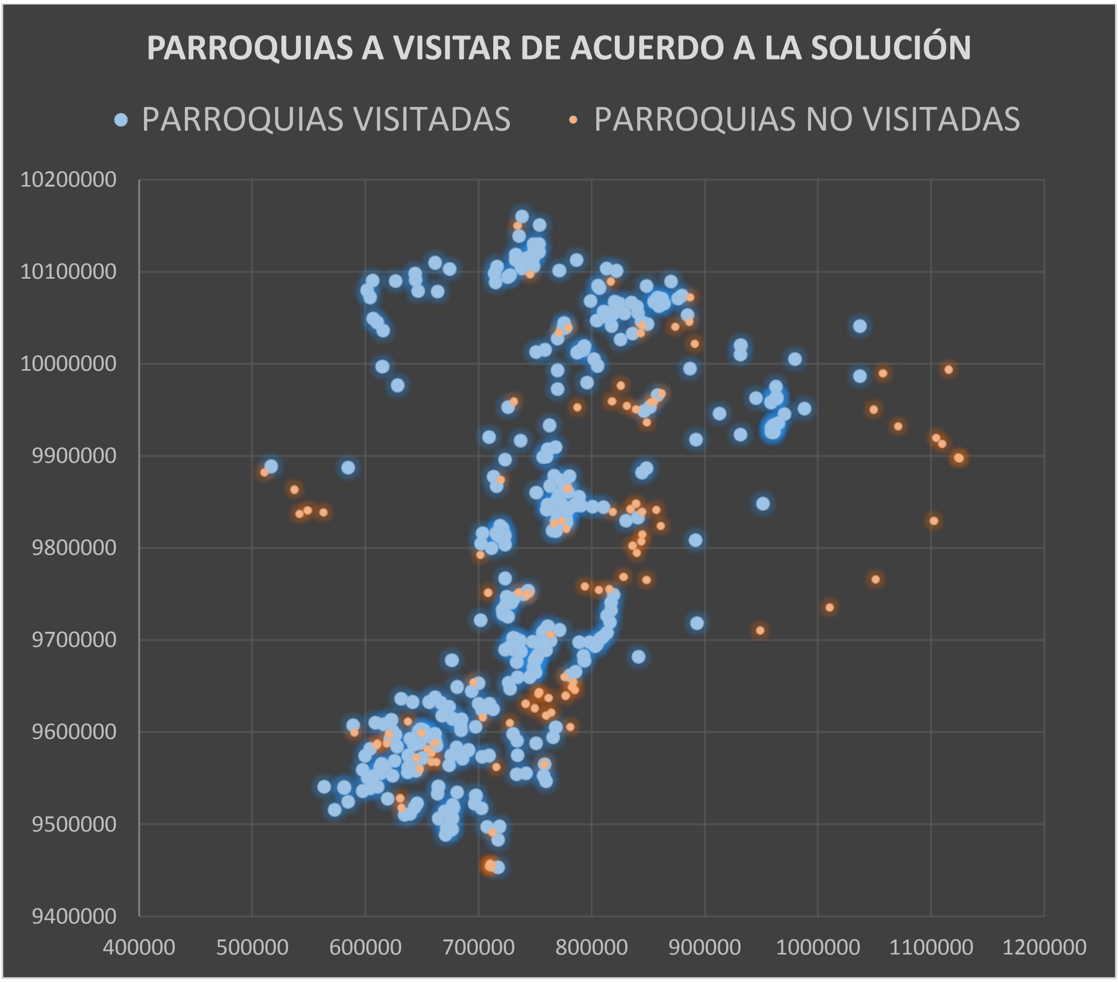

Figura 4.9 Parroquias atendidas por las brigadas – Escenario 3

Fuente: Resultados del modelo de agrupamiento

Elaboración: David Pinzón

Escenario 4

Finalmente se planteó un nuevo escenario posible. La Dirección General define un presupuesto para el proyecto, el problema requiere en este caso que el planificador determine la máxima cantidad de demanda que se puede atender, estableciendo el conjunto y estructura de brigadas necesaria cuyo costo de infraestructura tecnológica, movilización y recurso humano, no supere el presupuesto asignado para tal efecto, que para este escenario se define en $400.000. En este caso el modelo matemático utilizado para resolver el problema debe ser modificado para que se acople a lo requerido en este nuevo escenario. Lo que se hace es intercambiar la restricción de cubrimiento de la demanda con la función objetivo. En otras palabras, el modelo de agrupamiento queda muy similar al modelo de agrupamiento utilizado previamente pero con la siguiente función objetivo:

$$\max Z = \sum_{i} \sum_{j} DEMD_i * APB_{ji} \tag{4.18}$$

Además, se cambia la restricción de cubrimiento por la siguiente restricción:

$$\sum_{i} \sum_{k} CFIB_k * ABC_{ik} + COBR * NBRI_k * ABC_{ik} + \sum_{i} \sum_{j} COKM * DIST_{ij} * APB_{ij} \leq 400.000 \tag{4.19}$$

El lado izquierdo de la restricción 4.19 no es otra cosa que la función objetivo del modelo de agrupamiento original.

Los resultados de este escenario son los siguientes:

- La demanda máxima atendida es de 259177 personas, es decir 57% de la demanda total de las parroquias.
- El número de parroquias atendidas es 201.

- Para cubrir esa demanda se requiere de 10 brigadas formadas por 3 personas y 1 brigada conformada por 2 personas.

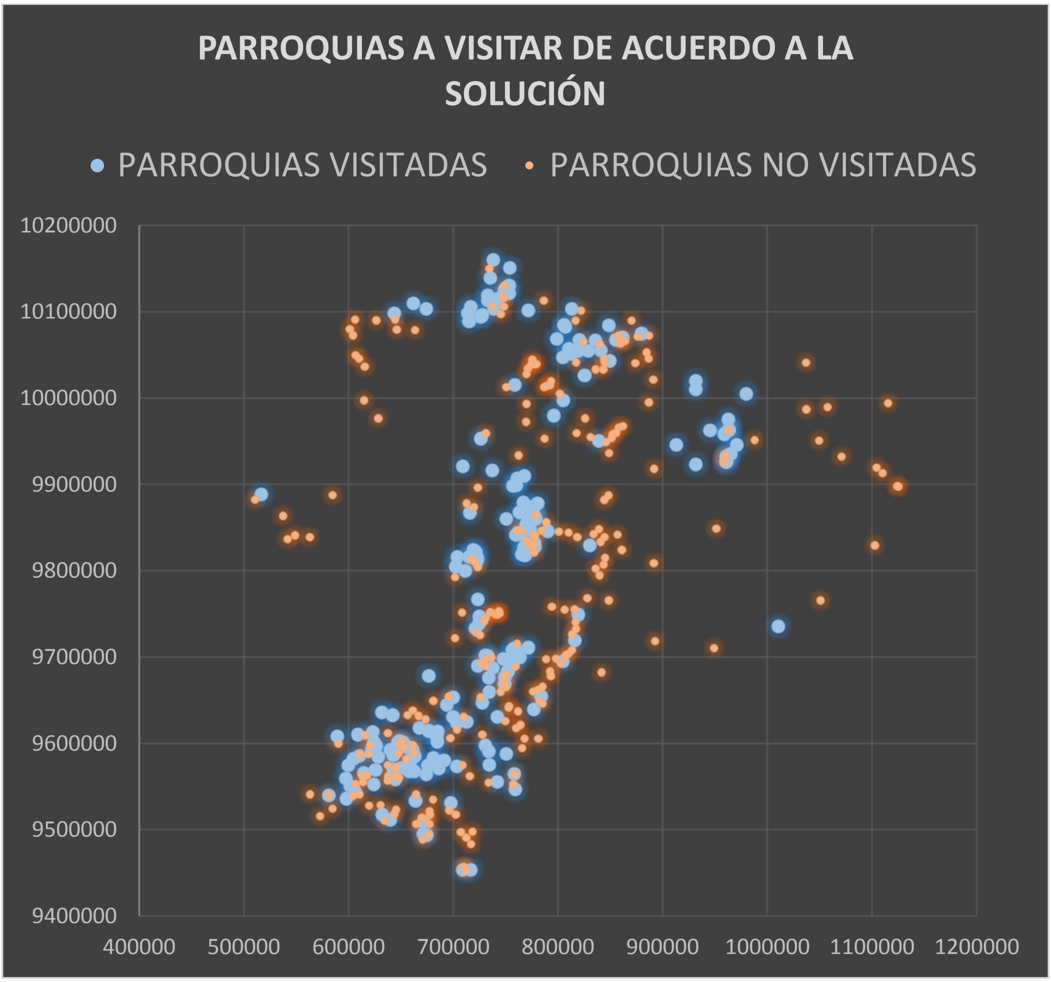

Figura 4.10 Parroquias atendidas por las brigadas – Escenario 4

Fuente: Resultados del modelo de agrupamiento

Elaboración: David Pinzón

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El problema de la planificación de brigadas móviles parte como una instancia del problema de ruteo vehicular con flota heterogénea, puesto que el área de planificación de la institución necesita determinar cuántas brigadas utilizar y que recorrido deben realizar estas brigadas para atender una demanda que se encuentra en nodos dispersos geográficamente, en un lapso de tiempo definido.

Debido a la alta complejidad para resolver en forma integral problemas de ruteo vehicular por métodos exactos, se recurrió a las heurísticas clásicas para resolver este tipo de problemas.

Durante el proceso de implementación de la heurística de dos fases: agrupamiento y ruteo, se observó que el planteamiento inicial del modelo matemático resultaba bastante ineficiente, pues primeramente la definición del conjunto de vehículos para poder manejar la variabilidad de la capacidad de los vehículos, generaba un incremento considerable del número de variables del problema. Para tal efecto se cambió la estrategia y se redefinió el modelo utilizando un conjunto de tipos de capacidades en lugar de vehículos con diferentes capacidad, de tal manera que ahora se seleccionaba el tipo de capacidad a utilizar para una brigada, las cuales podía ser 9000, 18000, 27000 y 36000; dependiendo del número de brigadistas a utilizar.

El segundo inconveniente fue que se estaba utilizando el modelo propuesto por MTZ adaptado para el problema del agente viajero, el cual demostraba tiempos de ejecución altos para instancias del problema con más de 10 nodos. Se superó el problema utilizando un modelo de flujo de productos para el problema de ruteo.

Los resultados obtenidos ofrecieron un cambio de perspectiva en el problema puesto que el costo total de la operación estaba concentrado casi en su totalidad en el rubro correspondiente a infraestructura y recursos humanos, y no en el costo de movilización, en otras palabras, la planificación debía enfocarse más en la cantidad recursos a utilizar, personas y vehículos, en la capacidad de dichas brigadas más que en el costo variable asociado a la transportación.

Para esto vale la pena revisar los costos a utilizar en la operación, el costo de un brigadista para el período de seis meses es de $11400, y el costo de utilizar uno de los vehículos disponibles para una brigada formada por una sola persona es de $2564.5, en el mismo período de seis meses, es decir que la brigada de menor costo es de $ 12964.5. Mientras tanto que si juntamos todos los costos de ir desde el centro de operaciones hacia cada una de las parroquias, este costo es de $22662. El costo de utilizar solamente un brigada con una sola persona representa el 57% del peor de los costos de transportación. Sin embargo una brigada de un brigadista en el período de seis meses solo cubre el 2.8% de la demanda a cubrir como meta. Utilizando los 35 brigadistas mínimo necesarios para atender toda la demanda que se fijó como meta el costo ascendería a $429009.5, y en ese caso el costo de transportación máximo representaría apenas 5% de dicho total.

Se ejecutaron 2 instancias adicionales del problema con el objetivo de medir el impacto en los resultados de la planificación de las brigadas, al reducir la capacidad de las brigadas, aumentar la meta de cobertura. Un escenario adicional con un cambio de perspectiva del modelo, pero con los mismos objetivos, se realizó para determinar la cobertura máxima a la que se podría llegar si se define un presupuesto límite para la operación.

A la luz de esta información y como se pudo verificar en los resultados del modelo, el planificador de las brigadas móviles no debe pretender ahorros muy significativos en el costo total de operación buscando obtener secuencias de visitas óptimas, aunque se debe aclarar que el modelo obtuvo un costo de $3701.87 es decir, un ahorro de 84% con respecto al peor de todos los costos de transportación.

El problema de la planificación de brigadas debe ser analizado, desde el punto de vista práctico, como un problema de asignación de nodos a un conjunto de brigada (vehículos), y de determinación de la configuración de dichas brigadas, y no como un problema de ruteo vehicular. Desde el punto de vista teórico se puede resolver utilizando técnicas para resolver un VRP pero el esfuerzo analítico y computacional requerido no compensa el beneficio obtenido.

Los responsables de la planificación de brigadas deben esforzarse en buscar métodos de reducción del costo de infraestructura y talento humano. Uno de las opciones propuestas consiste en verificar si se puede mejorar la velocidad de atención de los brigadistas, que significaría directamente reducción en el número de brigadistas a requerir, y el costo del brigadistas tiene un impacto bastante fuerte en el costo de operación total.

Otra de las opciones que podría validar el planificador es investigar si existe alguna manera de contratar un servicio de transporte cuyo costo fijo sea más barato que el costo actual del vehículo propio asignado a las brigadas. Existen en el mercado opciones de alquiler de vehículos particulares y diferentes métodos de contratación, entre ellos están, costos por kilómetros recorridos y costo por día de alquiler.

Una vez que se ha concluido que el problema de la planificación de brigadas corresponde en la práctica más a un problema de asignación de recursos y cobertura, a continuación se detallan las principales diferencias entre este problema y un problema de ruteo vehicular:

1. Los costos variables suelen ser más representativos en un problema de ruteo vehicular, razón por la cual encontrar una ruta de recorrido óptima tiene gran importancia.
2. En línea con el argumento anterior, en el problema de la planificación de brigadas móviles, la planificación de trabajo solo se la realiza para una sola operación, razón por la cual los costos fijos se asignan en su totalidad a una ruta específica, a diferencia del problema de ruteo vehicular, los costos fijos se prorratean para las diferentes operaciones de ruteo que se deben realizar en un período determinado, por lo cual estos costos fijos suelen ser más bajos.
3. El problema de ruteo vehicular es un problema de planificación a nivel operativo, y en cambio el problema de planificación de brigadas móviles responde a un nivel más táctico.

Finalmente estas conclusiones y recomendaciones aplican a aquellas situaciones en las que el costo de transportación (el peor de todos) sea muy poco significativo con respecto al costo de la infraestructura mínima requerida, en otros casos la secuencia de atención cobra mayor importancia, como en los problemas clásicos de ruteo.

BIBLIOGRAFÍA

[1] Enrique Castillo, Antonio J. Conejo, Pablo Pedregal, Ricardo García, Natalia Alguacil, 20 de Febrero de 2002, Formulación y Resolución de Modelos de Programación Matemática en Ingeniería y Ciencia, Pag. 76

[2] Enrique Castillo, Antonio J. Conejo, Pablo Pedregal, Ricardo García, Natalia Alguacil, 20 de Febrero de 2002, Formulación y Resolución de Modelos de Programación Matemática en Ingeniería y Ciencia, Pag. 80-81

[3] Enrique Castillo, Antonio J. Conejo, Pablo Pedregal, Ricardo García, Natalia Alguacil, 20 de Febrero de 2002, Formulación y Resolución de Modelos de Programación Matemática en Ingeniería y Ciencia, Pag. 101-115

[4] Enrique Castillo, Antonio J. Conejo, Pablo Pedregal, Ricardo García, Natalia Alguacil, 20 de Febrero de 2002, Formulación y Resolución de Modelos de Programación Matemática en Ingeniería y Ciencia, Pag. 163-175

[5] Alfredo Olivera, Agosto 2004, Heurísticas para Problemas de Ruteo de Vehículos, Facultad de Ingeniería Universidad de la República, Montevideo, Uruguay, Pag. 6-8.

[6] Jean-Francois Cordeau, Gilbert Laporte, Martin W.P, Savelsbergh, Daniele Vigo, 2007, Handbook in OR&MS, Vol 14, C. Barnhart and G. Laporte (Eds.), Pag. 367-370.

[7] Paolo Toth, Daniele Vigo, 2002, The Vehicle Routing Problem, SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications, Pag. 6-10

[8] Chung-Ho Wang, Jiu-Zhang Lu, 27 de Noviembre de 2008, An effective and evolutionary algorithm for the practical capacitated vehicle routing problem, Springer Science+Businness Media, Pag 363.

[9] Jean-Francois Cordeau, Gilbert Laporte, Martin W.P, Savelsbergh, Daniele Vigo, 2007, Handbook in OR&MS, Vol 14, C. Barnhart and G. Laporte (Eds.), Pag. 376 -379.

[10] Alfredo Olivera, Agosto 2004, Heurísticas para Problemas de Ruteo de Vehículos, Facultad de Ingeniería Universidad de la República, Montevideo, Uruguay, Pag. 35

[11] Jean-Francois Cordeau, Gilbert Laporte, Martin W.P, Savelsbergh, Daniele Vigo, 2007, Handbook in OR&MS, Vol 14, C. Barnhart and G. Laporte (Eds.), Pag. 379 -385

[12] http://www.ecuadorencifras.gob.ec/proyecciones-poblacionales/

[13] http://www.eldiario.ec/noticias-manabi-ecuador/286162-brigadas-moviles-cumplen-con-cedulacion-en-parroquias-rurales/

[14] http://www.viceministerioap.gob.ec/subpesca1242-viceministerio-atiende-a-pescadores-artesanales-con-brigadas-moviles.html/viceministerio-atiende-a-pescadores-artesanales-con-brigadas-moviles

[15] http://ecuadorinmediato.com/index.php?module=Noticias&func=news user_view&id=100043&umt=sri_brinda_informacion_a_ciudadanos_en_brigadas_moviles

[16] http://www.telegrafo.com.ec/regionales/regional-sur/item/brigadas-moviles-del-registro-civil-visitan-parroquias-azuayas.html

[17] http://www.vicepresidencia.gob.ec/brigadas-manuela-espejo-funcionaron-segun-lo-previsto-en-la-tarea-de-evacuar-a-las-personas-con-discpacidad-de-la-zona-costanera/

[18] http://www.controlsanitario.gob.ec/arcsa-atendio-con-brigada-movil-en-la-parroquia-tenguel-de-guayaquil/

[19] Suresh Nanda Kumar, Ramasamy Panneerselvam, Marzo 2012, A Survey on the Vehicle Routing Problem and its Variants, Intelligent Information Management, Pag. 67

[20] Alfredo Olivera, Agosto 2004, Heurísticas para Problemas de Ruteo de Vehículos, Facultad de Ingeniería Universidad de la República, Montevideo, Uruguay, Pag. 1

[21] Imdat Kara, 2010,Tightening Bounding Constraints of the Miller- Tucker-Zemlin Based Formulation of the Capacitated Vehicle Routing Problems and Some Extensions, Başkent University, Department of Industrial Engineering, Baglıca Kampus, Ankara, Pag. 138.

[22] Paolo Toth, Daniele Vigo, 2002, The Vehicle Routing Problem, SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications, Pag. 15

ANEXO

PARROQUIAS ASIGNADAS A BRIGADAS ESCENARIO PRINCIPAL

BRIGADA ASIGNADA	CODIGO PARROQUIA	DESCRIPCION	CIUDAD
80262	80153	CRNEL. CARLOS CONCHA TORRES	ESMERALDAS
80262	80152	CAMARONES	ESMERALDAS
80262	80159	MAJUA	ESMERALDAS
80262	80168	VUELTA LARGA	ESMERALDAS
80262	80251	ANCHAYACU	ELOY ALFARO
80262	80252	ATAHUALPA	ELOY ALFARO
80262	80256	MALDONADO	ELOY ALFARO
80262	80258	SAN FRANCISCO DE ONZOLE	ELOY ALFARO
80262	80259	SANTO DOMINGO DE ONZOLE	ELOY ALFARO
80262	80260	SELVA ALEGRE	ELOY ALFARO
80262	80262	COLON ELOY DEL MARIA	ELOY ALFARO
80262	80263	SAN JOSE DE CAYAPAS	ELOY ALFARO
80262	80264	TIMBIRE	ELOY ALFARO
80262	80561	TULULBI	SAN LORENZO
80262	80551	ALTO TAMBO	SAN LORENZO
80262	80562	URBINA	SAN LORENZO
80262	80560	TAMBILLO	SAN LORENZO
80262	80559	SANTA RITA	SAN LORENZO
80262	80557	MATAJE	SAN LORENZO
80262	80556	CONCEPCION	SAN LORENZO
80262	80554	CARONDELET	SAN LORENZO
80262	80552	ANCON (PICHANGAL)	SAN LORENZO
80262	80751	CHONTADURO	RIOVERDE
71357	70351	AYAPAMBA	ATAHUALPA
71357	71051	CAPIRO	PIÑAS
71357	71152	MORALES	PORTOVELO
71357	71056	SARACAY	PIÑAS
71357	71055	SAN ROQUE	PIÑAS
71357	71053	MOROMORO	PIÑAS
71357	70956	CAÑA QUEMADA	PASAJE
71357	70952	CASACAY	PASAJE
71357	70355	CERRO AZUL	ATAHUALPA
71357	71153	SALATI	PORTOVELO
71357	70352	CORDONCILLO	ATAHUALPA
71357	71355	HUERTAS	ZARUMA
71357	70353	MILAGRO	ATAHUALPA

BRIGADA ASIGNADA	CODIGO PARROQUIA	DESCRIPCION	CIUDAD
71357	71253	LA AVANZADA	SANTA ROSA
71357	71255	TORATA	SANTA ROSA
71357	71257	BELLAMARIA	SANTA ROSA
71357	71352	ARCAPAMBA	ZARUMA
71357	71359	SALVIAS	ZARUMA
71357	71354	GUIZHAGUIÑA	ZARUMA
71357	71356	MALVAS	ZARUMA
71357	71357	MULUNCAY GRANDE	ZARUMA
71357	71358	SINSAO	ZARUMA
71357	70350	PACCHA	ATAHUALPA
71357	110154	GUALEL	LOJA
71357	70354	SAN JOSE	ATAHUALPA
71357	110153	EL CISNE	LOJA
71357	71353	GUANAZAN	ZARUMA
40551	40251	GARCIA MORENO	BOLIVAR
40551	40453	JUAN MONTALVO	MIRA
40551	210652	SEVILLA	CASCALES
40551	40151	EL CARMELO (EL PUN)	TULCAN
40551	210551	EL PLAYON DE SAN FRANCIS	SUCUMBIOS
40551	40155	PIOTER	TULCAN
40551	40157	TUFIÑO	TULCAN
40551	40158	URBINA (TAYA)	TULCAN
40551	40552	CHITAN DE NAVARRETE	MONTUFAR
40551	40161	SANTA MARTHA DE CUBA	TULCAN
40551	40555	PIARTAL	MONTUFAR
40551	40252	LOS ANDES	BOLIVAR
40551	40253	MONTE OLIVO	BOLIVAR
40551	40254	SAN VICENTE DE PUSIR	BOLIVAR
40551	40255	SAN RAFAEL	BOLIVAR
40551	40551	CRISTOBAL COLON	MONTUFAR
40551	40353	SAN ISIDRO	ESPEJO
40551	40451	CONCEPCION	MIRA
40551	40159	EL CHICAL	TULCAN
40551	40651	MARISCAL SUCRE	SAN PEDRO DE HUACA
40551	40553	FERNANDEZ SALVADOR	MONTUFAR
40551	100551	CHUGA	PIMAMPIRO
220353	220353	SAN CARLOS	LA JOYA DE LOS SACHAS
220353	220453	SAN JOSE DE PAYAMINO	LORETO
220353	220452	PUERTO MURIALDO	LORETO
220353	220358	UNION MILAGREÑA	LA JOYA DE LOS SACHAS

BRIGADA ASIGNADA	CODIGO PARROQUIA	DESCRIPCION	CIUDAD
220353	220357	TRES DE NOVIEMBRE	LA JOYA DE LOS SACHAS
220353	210152	DURENO	LAGO AGRIO
220353	220356	RUMIPAMBA	LA JOYA DE LOS SACHAS
220353	220153	ALEJANDRO LABAKA	ORELLANA
220353	220354	SAN SEBASTIAN DEL COCA	LA JOYA DE LOS SACHAS
220353	220152	TARACOA	ORELLANA
220353	220351	ENOKANQUI	LA JOYA DE LOS SACHAS
220353	220161	SAN LUIS DE ARMENIA	ORELLANA
220353	220160	SAN JOSE DE GUAYUSA	ORELLANA
220353	220159	NUEVO PARAISO	ORELLANA
220353	220157	INES ARANGO	ORELLANA
220353	220156	GARCIA MORENO	ORELLANA
220353	220154	EL DORADO	ORELLANA
220353	220355	LAGO SAN PEDRO	LA JOYA DE LOS SACHAS
20556	20156	SAN LORENZO	GUARANDA
20556	20555	SANTIAGO	SAN MIGUEL
20556	20552	BILOVAN	SAN MIGUEL
20556	20551	BALSAPAMBA	SAN MIGUEL
20556	20355	TELIMBELA	SAN JOSE DE CHIMBO
20556	60755	SAN GERARDO DE PACAICAGUAN	GUANO
20556	20354	SAN SEBASTIAN	SAN JOSE DE CHIMBO
20556	20353	MAGDALENA (CHAPACOTO)	SAN JOSE DE CHIMBO
20556	20556	SAN VICENTE	SAN MIGUEL
20556	20158	SANTAFE (SANTA FE)	GUARANDA
20556	60253	GUASUNTOS	ALAUSI
20556	20153	JULIO E. MORENO	GUARANDA
20556	60752	ILAPO	GUANO
20556	20151	FACUNDO VELA	GUARANDA
20556	60351	CAÑI	COLTA
20556	60255	MULTITUD	ALAUSI
20556	60153	CUBIJIES	RIOBAMBA
20556	50456	PILALO	PUJILI
20556	20351	ASUNCION (ASANCOTO)	SAN JOSE DE CHIMBO
20556	180651	RUMIPAMBA	QUERO
180754	180551	EL TRIUNFO	PATATE
180754	50551	ANTONIO JOSE HOLGUIN	SALCEDO
180754	180754	CHIQUICHA	SAN PEDRO DE PELILEO
180754	50154	JOSEGUANGO BAJO	LATACUNGA
180754	50157	11 DE NOVIEMBRE (ILINCHI	LATACUNGA

BRIGADA ASIGNADA	CODIGO PARROQUIA	DESCRIPCION	CIUDAD
180754	50455	LA VICTORIA	PUJILI
180754	180164	SAN FERNANDO	AMBATO
180754	180252	RIO NEGRO	BAÑOS
180754	180253	RIO VERDE	BAÑOS
180754	180451	PINGUILI	MOCHA
180754	180154	CONSTANTINO FERNANDEZ	AMBATO
180754	180552	LOS ANDES	PATATE
180754	180553	SUCRE	PATATE
180754	180753	COTALO	SAN PEDRO DE PELILEO
180754	180755	EL ROSARIO (RUMICHACA)	SAN PEDRO DE PELILEO
180754	180254	ULBA	BAÑOS
180754	180752	BOLIVAR	SAN PEDRO DE PELILEO
180754	60758	SANTA FE DE GALAN	GUANO
180754	180852	EMILIO MARIA TERAN	SANTIAGO DE PILLARO
180754	180751	BENITEZ (PACHANLICA)	SAN PEDRO DE PELILEO
180754	180853	MARCOS ESPINEL (CHACATA)	SANTIAGO DE PILLARO
180754	180854	PRESIDENTE URBINA	SANTIAGO DE PILLARO
180754	180652	YANAYACU - MOCHAPATA	QUERO
180754	180856	SAN JOSE DE POALO	SANTIAGO DE PILLARO
180754	180951	QUINCHICOTO	TISALEO
180754	60951	EL ALTAR	PENIPE
111055	110958	CASANGA	PALTAS
111055	110456	SABANILLA	CELICA
111055	110551	BUENAVISTA	CHAGUARPAMBA
111055	110455	POZUL (SAN JUAN DE POZUL	CELICA
111055	110550	CHAGUARPAMBA	CHAGUARPAMBA
111055	110553	SANTA RUFINA	CHAGUARPAMBA
111055	110951	CANGONAMA	PALTAS
111055	111052	EL ARENAL	PUYANGO
111055	110959	YAMANA	PALTAS
111055	110952	GUACHANAMA	PALTAS
111055	110956	ORIANGA	PALTAS
111055	111053	EL LIMO (MARIANA DE JESUS)	PUYANGO
111055	110954	LAURO GUERRERO	PALTAS
111055	111051	CIANO	PUYANGO
111055	111054	MERCADILLO	PUYANGO
111055	111055	VICENTINO	PUYANGO
111055	111452	12 DE DICIEMBRE	PINDAL
111055	111451	CHAQUINAL	PINDAL
111055	111352	GARZAREAL	ZAPOTILLO

BRIGADA ASIGNADA	CODIGO PARROQUIA	DESCRIPCION	CIUDAD
111055	111354	PALETILLAS	ZAPOTILLO
111055	110451	CRUZPAMBA	CELICA
111055	71052	LA BOCANA	PIÑAS
111055	71254	SAN ANTONIO	SANTA ROSA
111055	70451	BELLAMARIA	BALSAS
111055	71450	LA VICTORIA	LAS LAJAS
111055	71451	LA LIBERTAD	LAS LAJAS
110655	111252	TACAMOROS	SOZORANGA
110655	110852	LA VICTORIA	MACARA
110655	110162	YANGANA (ARSENIO CASTILLO)	LOJA
110655	110651	BELLAVISTA	ESPINDOLA
110655	110152	CHUQUIRIBAMBA	LOJA
110655	110158	SAN PEDRO DE VILCABAMBA	LOJA
110655	110163	QUINARA	LOJA
110655	110252	EL LUCERO	CALVAS
110655	110253	UTUANA	CALVAS
110655	110254	SANGILLIN	CALVAS
110655	110251	COLAISACA	CALVAS
110655	110650	AMALUZA	ESPINDOLA
110655	110756	SACAPALCA	GONZANAMA
110655	110652	JIMBURA	ESPINDOLA
110655	110653	SANTA TERESITA	ESPINDOLA
110655	110654	27 DE ABRIL	ESPINDOLA
110655	110655	EL INGENIO	ESPINDOLA
110655	110656	EL AIRO	ESPINDOLA
110655	110751	CHANGAIMINA (LA LIBERTAD	GONZANAMA
110655	110353	SAN PEDRO DE LA BENDITA	CATAMAYO
110655	190350	GUAYZIMI	NANGARITZA
110655	190853	VALLADOLID	PALANDA
110655	111551	FUNDOCHAMBA	QUILANGA
110655	111552	SAN ANTONIO DE LAS ARADAS	QUILANGA
110655	190158	SAN CARLOS DE LAS MINAS	ZAMORA
11051	10452	EL PROGRESO	NABON
11051	10453	LAS NIEVES (CHAYA)	NABON
11051	10853	ZHAGLLI	SANTA ISABEL
11051	10952	GIMA	SIGSIG
11051	10954	LUDO	SIGSIG
11051	10451	COCHAPATA	NABON
11051	71351	ABAÑIN	ZARUMA

BRIGADA ASIGNADA	CODIGO PARROQUIA	DESCRIPCION	CIUDAD
11051	190450	28 DE MAYO	YACUAMBI
11051	190451	LA PAZ	YACUAMBI
11051	190551	CHICAÑA	YANTZAZA
11051	190152	GUADALUPE	ZAMORA
11051	10956	SAN JOSE DE RARANGA	SIGSIG
11051	111151	EL PARAISO DE CELEN	SARAGURO
11051	111155	SAN ANTONIO DE QUMBE	SARAGURO
11051	11051	SUSUDEL	OÑA
11051	111160	SUMAYPAMBA	SARAGURO
11051	111154	MANU	SARAGURO
11051	10251	ASUNCION	GIRON
11051	111153	LLUZHAPA	SARAGURO
11051	111152	EL TABLON	SARAGURO
11051	111158	SELVA ALEGRE	SARAGURO
10552	11352	PALMAS	SEVILLA DE ORO
10552	10159	OCTAVIO CORDERO PALACIOS	CUENCA
10552	10358	ZHIDMAD	GUALACEO
10552	10154	CHECA (JIDCAY)	CUENCA
10552	30156	PINDILIG	AZOGUES
10552	30157	RIVERA	AZOGUES
10552	30160	TADAY	AZOGUES
10552	30251	NAZON	BIBLIAN
10552	30252	SAN FRANCISCO DE SAGEO	BIBLIAN
10552	30253	TURUPAMBA	BIBLIAN
10552	30254	JERUSALEN	BIBLIAN
10552	30361	ZHUD	CAÑAR
10552	30358	SAN ANTONIO	CAÑAR
10552	30353	GENERAL MORALES	CAÑAR
10552	140652	HUAMBI	SUCUA
10552	10354	MARIANO MORENO	GUALACEO
10552	11253	SAN VICENTE	EL PAN
10552	11153	LUIS GALARZA ORELLANA	CHORDELEG
10552	11152	LA UNION	CHORDELEG
10552	30357	JUNCAL	CAÑAR
10552	10359	LUIS CORDERO VEGA	GUALACEO
10552	10562	DUG-DUG	PAUTE
10552	10356	REMIGIO CRESPO TORAL	GUALACEO
10552	10559	SAN CRISTOBAL	PAUTE
10552	10556	GUARAINAG	PAUTE

BRIGADA ASIGNADA	CODIGO PARROQUIA	DESCRIPCION	CIUDAD
10552	10561	TOMEBAMBA	PAUTE
10552	10352	DANIEL CORDOVA TORAL	GUALACEO
10552	10552	BULAN	PAUTE
10552	11351	AMALUZA	SEVILLA DE ORO
100654	100357	6 DE JULIO DE CUELLAJE	COTACACHI
100654	170183	TABABELA	QUITO
100654	100459	SELVA ALEGRE	OTAVALO
100654	170158	CHAVEZPAMBA	QUITO
100654	170453	TOCACHI	PEDRO MONCAYO
100654	100351	APUELA	COTACACHI
100654	100251	IMBAYA	ANTONIO ANTE
100654	100156	SALINAS	IBARRA
100654	100153	CAROLINA	IBARRA
100654	100152	ANGOCHAGUA	IBARRA
100654	170168	NANEGAL	QUITO
100654	170153	ATAHUALPA (HABASPAMBA)	QUITO
100654	40452	JIJON Y CAAMAÑO	MIRA
100654	100354	PEÑAHERRERA	COTACACHI
100654	170254	OTON	CAYAMBE
100654	100651	CAHUASQUI	SAN MIGUEL DE URCUQUI
100654	100652	LA MERCED DE BUENOS AIRES	SAN MIGUEL DE URCUQUI
100654	100653	PABLO ARENAS	SAN MIGUEL DE URCUQUI
100654	100654	SAN BLAS	SAN MIGUEL DE URCUQUI
100654	100655	TUMBABIRO	SAN MIGUEL DE URCUQUI
100654	100552	MARIANO ACOSTA	PIMAMPIRO