



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
PRIMERA EVALUACIÓN DE CÁLCULO DIFERENCIAL
13 DE JULIO DE 2015



Profesor: _____ Paralelo: ____

COMPROMISO DE HONOR

Yo, _____ al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que NO puedo usar calculadora, que puedo usar un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a los que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior.

Firma: _____

Número de matrícula _____

1. (20 puntos) Califique cada una de las siguientes proposiciones como VERDADERA o FALSA. Justifique su respuesta.

a) Si g es una función continua en $\mathbb{R}$ tal que $\forall x \in \mathbb{R} \ g(x) = |f(x)|$ entonces f es continua en $\mathbb{R}$.

b) Si f es una función con regla de correspondencia $f(x) = \ln(x) - 2x + 3$, $x \in \mathbb{R}^+$ entonces f tiene una raíz en el intervalo $[1, e]$

c) Si $d : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es una función tal que

$$\forall x, y \in \mathbb{R}, d(x, y) = [|x - y|]$$

entonces d es una métrica definida en $\mathbb{R}$

$$d) \forall x \in \mathbb{R}, \cosh^2(x) = \frac{1 + \cosh(2x)}{2}$$

2. (10 puntos)

a) (2 puntos) Considere la ecuación de una recta l en coordenadas polares $r = \frac{d}{\cos(\theta - \theta_0)}$. Si $P(\sqrt{12}, 0) \in l$ y $Q(2, \frac{\pi}{2}) \in l$, determine la ecuación de l .

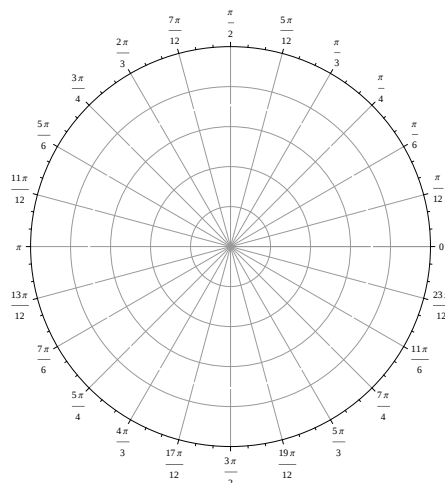
b) Considere las ecuaciones en coordenadas polares $r_1 = \frac{8}{2 - 2\cos(\theta)}$ y $r_2 = 16\cos(\theta)$.

I. (2 puntos) Complete la tabla mostrada a continuación.

θ	r_1	θ	r_2
$\frac{\pi}{4}$		$\frac{\pi}{4}$	
$\frac{\pi}{2}$		$\frac{\pi}{2}$	
π		π	
$\frac{3\pi}{2}$		$\frac{3\pi}{2}$	

II. (3 puntos) Aplicando algún criterio pertinente, demuestre que r_1 es simétrica con respecto al eje polar.

III. (3 puntos) En el diagrama mostrado a continuación, represente gráficamente los puntos del apartado b.I y grafique las ecuaciones dadas.



3. (25 puntos) Calcule, sin aplicar la Regla de L'hôpital, cada uno de los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{5x^2 + 4x - 6}{7x^2 - 4x - 6} \right)^{\left(\frac{3x^4 - 1}{2x^4 + 1} \right)}$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \arctan \left(\frac{x^2 + 2x - 8}{3x^2 - 6x} \right)$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos(x) + \sin(x))^{\frac{1}{x}}$$

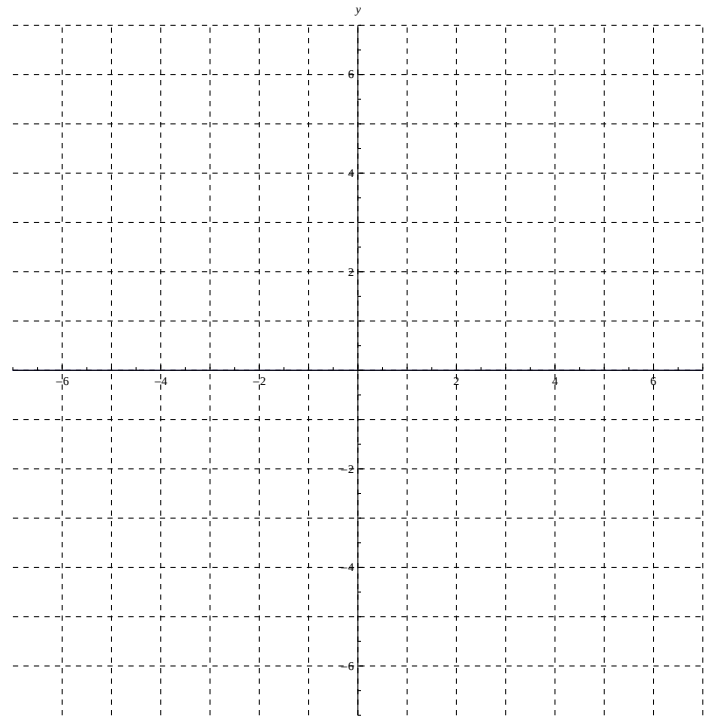
$$d) \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x - \llbracket x \rrbracket}{x - 3}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln \left(\frac{1}{x} \right)$$

4. (5 puntos) Demostrar que si $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2)$ y $f(2) > 0$ entonces $\forall x$ que pertenece a algún intervalo que contenga a 2, $f(x) < 1,001f(2)$

5. (5 puntos) En el diagrama mostrado a continuación, grafique una función de variable real f , que satisfaga cada una de las siguientes condiciones:

- $\text{dom } f = \mathbb{R}$
- $\forall x \in (2, +\infty), f(x) \geq 0$
- $\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0, \forall x \in \mathbb{R} : 0 < |x| < \delta \rightarrow |f(x)| < \epsilon$
- $\forall \epsilon > 0, \exists M > 0, \forall x \in \mathbb{R} : x < -M \rightarrow |f(x) + 3| < \epsilon$
- $\forall N > 0, \exists \delta > 0, \forall x \in \mathbb{R} : 0 < -2 - x < \delta \rightarrow f(x) > N$
- $\forall N > 0, \exists \delta > 0, \forall x \in \mathbb{R} : 0 < x + 2 < \delta \rightarrow f(x) < -N$
- $\forall N > 0, \exists \delta > 0, \forall x \in \mathbb{R} : 0 < |x - 2| < \delta \rightarrow f(x) > N$
- $\forall N > 0, \exists M > 0, \forall x \in \mathbb{R} : x > M \rightarrow f(x) > N$
- $f(0) = 1, f(2) = -1, f(3) = f(-2) = f(-4) = 0$



6. (5 puntos) Considere los puntos $M(1, 0)$, $N(0, 1)$, $O(0, 0)$ y $P(x, y)$ en la gráfica de $y = \sqrt{x}$. Calcule:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\text{área del } \triangle NOP}{\text{área del } \triangle MOP}$$