ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

INSTITUTO DE CIENCIAS HUMANÍSTICAS Y ECONÓMICAS

Tesis de Grado para la Obtención del Título de:

ECONOMISTA EN GESTION EMPRESARIAL
Especialización: Finanzas

Tema:

"ESTIMACIÓN DE UNA CURVA DE RENDIMIENTO MEDIANTE DESCOMPOSIÓN DE FACTORES: EVIDENCIA DE CAMBIOS NO PARALELOS"

Presentada por:
Karoline Katherine Terán Matamoros

Guayaquil - Ecuador

TRIBUNAL DE GRADUACIÓN

Dr. Hugo Arias
Presidente del Tribunal de Graduación

Econ. Fabián Soriano
Director de Tesis

Ing. Constantino Tobalina
Vocal Principal

Econ. Leonardo Estrada
Vocal Principal

DECLARACIÓN EXPRESA

La responsabilidad del contenido de esta tesis de graduación no corresponde exclusivamente y el patrimonio intelectual del mismo a la Escuela Superior Politécnica del Litoral .

Karoline Terán Matamoros

DEDICATORIA

Dedico esta tesis principalmente a mi Padre Celestial, Dios, quien siempre ha estado conmigo durante toda mi vida y que me ha llenado de grandes bendiciones. A mis padres, mi hermano y mi familia, quienes han sido un gran apoyo; especialmente mi mamá, quien es el pilar de mi vida y que con su cariño y consejos me ha ayudado a lograr mis metas. Y al amor de mi vida, Oscar, quien siempre me ha demostrado su gran cariño, apoyo y preocupación.

AGRADECIMIENTO

Agradezco a Dios por hacer posible la realización de mi tema de tesis. Agradezco a Marcelo Reyes por considerar importante este tema y por encaminarme en la realización del mismo. Le doy las gracias a mi amigo y director de tesis, Fabián Soriano por su colaboración y apoyo; a mi novio, Oscar por ayudarme con sus conocimientos econométricos; y a todas aquellas personas que de alguna forma me han brindado todo su apoyo.

INDICE

Página

ANEXOS

"ESTIMACIÓN DE UNA CURVA DE RENDIMIENTO MEDIANTE DESCOMPOSION DE FACTORES: EVIDENCIA DE CAMBIOS NO PARALELOS"

Karoline Terán[1], Fabián Soriano[2]

Resumen

En este estudio se desarrolla la estimación de una curva de rendimiento de los Bonos de Tesoro de los Estados Unidos mediante el Modelo de Factor que permite tomar en cuenta la correlación no perfecta de las tasas de interés a lo largo de esta curva, y en conjunto con el Análisis de Componentes Principales (PCA) llegan a reducir la dimensionalidad de la data en tres factores o componentes principales que son identificados como los más importantes movimientos de la curva yield. Se presenta evidencia de que no sólo existen cambios o movimientos "paralelos" en la curva yield, sino que existen también cambios no paralelos que son los de "pendiente" y de "curvatura", cuya importancia ha aumentado con el transcurso de los años. Para llegar a esta conclusión se hizo un análisis global de la data y una análisis específico o por períodos.

[1] Economista mención en Gestión Empresarial 2003
[2] Director de Tesis, Economista mención en Gestión Empresarial, Escuela Superior Politécnica del Litoral, 2000. Postgrado Chile, Universidad de Chile. Profesor de ESPOL desde 2003.

I. INTRODUCCIÓN

Con el transcurso de los años han aumentado la diversidad de productos financieros y las oportunidades de inversión en los mercados locales e internacionales. Cada día, los activos financieros se exponen a un sinnúmero de riesgos para los cuales es evidente tomar las medidas necesarias estableciendo mecanismos efectivos.

La posición que toma un inversionista en un determinado portafolio de activos en este caso en bonos conlleva a que él necesite monitorear, medir, reportar y controlar los sucesos que afecten positiva o negativamente al valor de su portafolio. Estos sucesos que afectan al portafolio son aquellos riesgos como el de mercado (por ejemplo, movimientos en las tasas interés), el riesgo de crédito (imposibilidad de cumplimiento de la contraparte), el riesgo de liquidez (incapacidad para desarrollar una posición cercana al precio de mercado), el riesgo operacional (falla en los sistemas de control interno), el riesgo legal, entre otros.

Este estudio se basa principalmente en la administración de riesgo de mercado de un portafolio de bonos de renta fija, donde la tradicional administración de este riesgo es la utilización de la duración como medida del riesgo, para lo cual la duración sólo analiza los cambios paralelos de las tasas de interés pero no los cambios no paralelos.

El objetivo de este estudio es estimar el comportamiento de las tasas de interés mediante el Modelo de Factor que permite tomar en cuenta la correlación no perfecta de las tasas de interés a lo largo de la curva, además conjunto con el Análisis de Componentes Principales (PCA), la cual es una técnica estadística que intenta medir los cambios no paralelos de la curva de rendimiento, llegan a reducir la dimensionalidad de la data en tres factores o componentes principales que son identificados como los más importantes movimientos de la curva yield. Estos cambios de la curva yield son cambios "paralelos" o "shift", y los cambios no paralelos que son los de "pendiente" o "twist" y de "curvatura" o "butterfly".

La data usada en este análisis son las observaciones históricas de los rendimientos[3] de los Bonos de Tesoro de EEUU para la madurez (Treasury yields to maturity). Estas observaciones son datos diarios que van desde el 1 de junio de 1983 al 11 de abril del 2003, tomando en cuenta estos seis vencimientos (maturities): 3 meses, 6 meses, 2 años, 5 años, 10 años y 30 años[4].

Este estudio está dividido de la siguiente forma. La segunda parte presenta una breve explicación financiera acerca de los antecedentes con respecto a la administración de riesgo para los portafolios de bonos. La tercera parte muestra el marco teórico. La cuarta sección muestra la estimación de una curva de rendimiento mediante descomposición de factores, donde se presentan los datos, la descripción de la descomposición de factores y la interpretación de los resultados obtenidos de la descomposición de factores. Finalmente la última parte se presentan las conclusiones.

[3] tasas de interés

[4] No se toman en cuenta otros vencimientos por la falta de información.

II. ANTECEDENTES CON RESPECTO A LA ADMINISTRACIÓN DEL RIESGO PARA LOS PORTAFOLIOS DE BONOS

A medida que han pasado los años, la importancia en la volatilidad de mercados de bonos ha llevado al aumento de los conocimientos con respecto a la administración del riesgo para los portafolios de bonos.

El tradicional manejo del riesgo del portafolio de bonos ha estado principalmente enfocado o supervisado por la utilización de la Duración como una medida de administración de riesgo, en donde la Duración[5] es una medida de la sensibilidad del valor de un bono ante cambios en la tasa de interés, es decir más específicamente es el porcentaje de cambio aproximado del valor del bono ante un cambio de 100 puntos bases en las tasas de interés. La duración indica principalmente que si las tasas de interés se incrementan o decrecen, la aproximación del porcentaje del cambio del precio es el mismo para los dos casos; sin embargo esto es inconsistente con una de las propiedades de la volatilidad del precio del bono[6]. Específicamente esto quiere decir, que sólo para cambios pequeños en las tasas de interés ya sean aumentos o disminuciones, el porcentaje del cambio será el mismo; pero esto no ocurre cuando los cambios son más grandes en el yield. Entonces a la duración se la considera como una primera aproximación de porcentaje en el cambio del precio, en otras palabras es la primera derivada de la relación precio/yield. Por este motivo se realizaron estudios que permitieron mejorar la duración y optar por una segunda aproximación, es decir la "Convexidad"; la cual tiene el mismo objetivo de la duración y es la segunda derivada de la relación precio/yield.

Los administradores de portafolios en los mercados de bonos generalmente encuentra más útil expresar la ganancia o pérdida del precio del bono en término de retorno.

---

[5] y 4 "Measuring Interest Rate Risk", PhD. Frank Fabozzi

Entonces ellos utilizan a la duración y a la convexidad para poder obtener una aproximación del retorno en función a los cambios en las tasas de interés:

$$\frac{P(y+\Delta y)-P(y)}{P(y)} \approx \frac{1}{P(y)} P'(y)\Delta y + (1/2)P''(y)\Delta y^2$$

$$\mathrm{Re}\,torno \approx -Duración\Delta y + (1/2)Convexidad\Delta y^2$$

Tanto la Duración como la Convexidad han sido herramientas útiles que han ayudado a predecir las aproximaciones de los retornos tomando en cuenta el cambio en las tasas. Pero estas herramientas en su análisis sólo asumen los cambios paralelos en la curva de rendimiento o curva yield.

Con el tiempo, los estudios con respecto al análisis de los retornos han aumentado, es decir se han presentado varios modelos que permitan ayudar a administrar el riesgo de los portafolios de bonos que muchas veces se han atribuido a efectos como el transcurso del tiempo, los movimientos de la curva yield, los cambios en la volatilidad y los cambios en el spread. Por ejemplo, una de las compañías que realizan estudios o investigaciones en instrumentos de renta fija es Lehman Brothers. Esta compañía ha realizado algunos modelos para el análisis del retorno y el riesgo de una inversión en renta fija, entre ellos tenemos el modelo de Performance Attribution[7] el cual permite analizar la estructura de cada portafolio comparándolo con un índice o benchmark, es decir el modelo separa el retorno (performance) debido al posicionamiento de la curva, asignación de los sectores y selección de títulos del portafolio elegido. Todos estos modelos en su mayoría son utilizados por las mesas de dinero o inversión de los bancos de diferentes países para poder administrar el riesgo de sus portafolios en bonos de renta fija, en conjunto con la utilización de la duración.

[7] Attribution of Portfolio Performance Relative to an Index, Research of Lehman Brothers, 1998

Se conoce que la mayor fuente del cambio en los precios para los títulos de renta o ingreso fijo es el movimiento en la curva yield. Pero estos cambios o movimientos no siempre son paralelos. En la práctica, los cambios no-paralelos en la curva yield ocurren a menudo, y representa un fuente significante de riesgo.

Existe una aproximación que toma en cuenta los movimientos de la curva yield (paralelos y no paralelos), esta técnica se la conoce Análisis de Componentes Principales[8]. Se conoce a PCA (por sus siglas en inglés) como una aproximación para el manejo del riesgo tomando en cuenta la correlación que existe entre las variables de mercado, es decir toma los movimientos de un data histórica y trata de definirla en un grupo de componentes o factores que explican estos movimientos. Se ha realizado varios estudios utilizando esta técnica como tenemos Yuri Balasanov (2000) donde toma el PCA junto a la Descomposición de Factores para discutir la reducción de dimensionabilidad; Wesley Phoa (1998) reconoce la importancia relativa de dos movimientos importantes de la curva: "shift" y "twist" y realiza este análisis en un contexto doméstico y en un nivel global.

Otros documentos han realizado aplicaciones con esta técnica PCA y el Modelo de Factor como por ejemplo Frye (1997) en donde la aproximación basada en factores sirve para calcular el VaR[9] (Value at Risk o Valor en Riesgo), es decir se combinan estos factores produciendo escenarios de la curva yield para estimar la ganancia o pérdida de un portafolio hipotético.

Estos documentos han sido análisis que se han realizado a nivel microeconómico, pero también existen modelos macroeconómicos que explican teóricamente los movimientos de la curva yield; por ejemplo Frankel (1991) explica un modelo macroeconómico en donde los yields de los bonos están determinados por expectativas de los participantes del mercado en las tasas de interés futuras y éstas

[8] John C. Hull, Introduction to the Future and Option Markets
[9] Medida que resume el riesgo total en una cartera de activos financieros.

están determinadas por otros factores importantes de la economía como son producción, precios y la oferta monetaria.

Entonces haciendo una revisión de los estudios que se han realizado con respecto al riesgo que representan los cambios en la tasas de interés y que afectan a los portafolios de activos financieros, por este motivo el siguiente análisis se centra en los cambios paralelos y no paralelos de la curva yield.

III. MARCO TEORICO

En el libro " Interest-Rate Option Models" de Riccardo Rebonatto se menciona que la evolución general de la curva yield puede ser descrito en términos de la dinámica de varias cantidades financieras equivalentes, tales como tasas spot, tasas forward, o bonos cero cupón:

$$P(t,T) = \exp\left[-\int_t^T f(t,s)ds\right] \qquad (3.1)$$

$$f(t,T) = -\frac{\partial \ln P(t,T)}{\partial T} \qquad (3.1')$$

$$P(t,T) = \exp[-R(t,T)(T-t)] \qquad (3.1'')$$

donde $P(t,T)$ es el precio al tiempo t de un bono de descuento con madurez T; $f(t,T)$ es la tasa forward instantánea del tiempo T a T + ε como se nota en la curva yield en el tiempo t; y $R(t,T)$ define la tasa spot compuesta continuamente de tiempo t a tiempo T.

El análisis estadístico de la evolución de tasas de interés se enfoca principalmente en las tasas forward y considera un grupo finito de tasas de interés de un amplio grupo de madurez. Todas estas tasas puedes ser consideradas como variables estocásticas imperfectamente correlacionadas entre ellas, con el grado de correlación normalmente decreciendo a diferencia de su incremento en la madurez.

Para poder establecer un modelo viable que describa la dinámica o movimiento de la curva yield, Rebonatto explica el hecho de tomar en cuenta n variables random correlacionadas no perfectamente, la cuales representa los incrementos en las tasas forwards, denotadas por $g_i(i=1,n)$. Entonces:

$$g_i \equiv df_i \equiv \mu_i dt + \sigma_i dz_i \qquad (3.2)$$

En donde se supone que cada término $dz_i \sim N(0,1)$. Además se supone que $\mathrm{E}[dz_i(t)dz_i(t+dt)] = 0$, es decir que las variables g_i en diferentes tiempos se asumen independientes. En cambio se asume que $\mathrm{E}[dz_i(t)dz_j(t)] = \rho_{ij}(t)dt$, es decir que las variables $\{g\}$ están imperfectamente correlacionadas entre sí.

Para analizar la evolución de la curva yield se toma en cuenta que puede ser determinada por la evolución de la variables $\{g\}$, y por este motivo se considera dentro de este análisis a la covarianzas entre la variables ramdon i y j.

$$\begin{aligned} \mathrm{E}[df_i df_j] &= Co\,\mathrm{var}[df_i df_j] = \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} dt \\ \mathrm{E}[df_i df_i] &= Var(df_i) = \sigma_i^2 dt \end{aligned} \tag{3.3}$$

Sabiendo que vector G es $g_1 = df_1, g_2 = df_2, \ldots\ldots, g_n = df_n$, se necesita de la utilización de álgebra lineal, donde se aplica una transformación lineal, es decir una rotación y estiramiento de G, mediante la aplicación de una matriz transpuesta A[n x n], para el cual el vector G se convierte en un nuevo vector Y:

$$\begin{aligned} Y &= A^T G \\ ys &= \sum_k a_{ks} g_k \end{aligned}$$

Si a las variables $\{g\}$se las conoce como incrementos en tasas forwards, a la nueva variable se las conoce con el nombre incrementos en factores, los cuales tienen el mismo comportamiento que la ecuación (3.2). Por este mismo hecho se toma en cuenta la covarianza de los factores, es decir $Cov(y_r, y_s) = \mathrm{E}[y_r, y_s]$.

En este caso en la transformación lineal, la matriz A es ortogonal, y su matriz inversa es simplemente igual a su transpuesta: $A^T = A^{-1}$.

Con esto, $Y = A^T G = A^{-1} G \rightarrow AY = AA^{-1} G = G = AY$; es decir entonces que $g_i = \sum_s a_{js} y_s$

Entonces se puede igualar cada elemento de las covarianzas $Cov(df_i, df_j)$ con la nuevas covarianzas tomando en cuenta los factores y la transformación lineal:

$$Co\,\mathrm{var}[df_i, df_j] = \mathrm{E}[df_i, df_j] = \mathrm{E}\left[\sum_s a_{is} y_s \sum_r a_{jr} y_r\right] = \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$$

Además las covarianzas originales de las variables $\{g\}$, es decir la ecuación 3.3 es una matriz Σ , la cual es real, simétrica y puede estar siempre diagonalizada por una matriz A. Este proceso utiliza el álgebra lineal, en donde la matriz $\Sigma = A^T \Lambda A$, esto quiere decir que la matriz A^T y A son los respectivos eigenvectors o vectores propios de la matriz varianza-covarianza y la matriz Λ es aquella que solo presenta una diagonal de elementos que son los eigenvalues o los valores propios de la matriz Σ.

Esta técnica de utilización de la matriz de covarianza y obtención de factores se llama Análisis de Componentes Principales.

En esta sección se realizó una breve explicación de la técnica. En la siguiente sección se explica con más detalle este análisis y se expone el uso importante de esta técnica.

IV. ESTIMACIÓN DE UNA CURVA DE RENDIMIENTO MEDIANTE DESCOMPOSICIÓN DE FACTORES

Esta sección presenta un modelo estocástico de tasa de interés, llamado Modelo de Factor[10]. Este modelo es utilizado como una aproximación estadística de la curva yield que logra reducir la dimensionalidad de la data definiéndola solamente en 3 variables explicativas o factores que pueden describir todas las series de tiempos observadas. También, el Modelo de Factor permite tomar en cuenta la correlación no perfecta entre las distribuciones de los rendimientos a lo largo de la curva.

Además este modelo mediante el Análisis de Componentes Principales encuentra los tres movimientos más importantes de una curva yield: Shift, Twist y Butterfly. Donde shift son cambios paralelos ; y twist y butterfly son cambios no paralelos de la curva yield.

Para explicar cada unos de estos puntos, se ha dividido esta sección en las siguientes partes: Datos, Descripción de la Descomposición de Factores y la Interpretación de los Resultados Obtenidos de la Descomposición de Factores.

4.1 Datos

El presente estudio considera una descripción de las observaciones históricas de los rendimientos de los Bonos de Tesoro de EEUU para la madurez (Treasury yields to maturity). Las observaciones son datos diarios cubriendo el periodo del 1 de junio de 1983 al 11 de abril del 2003[11], obteniendo 5074 datos. Tomando en cuenta este período, se escogió 6 vencimientos (maturities):

$$\left\{ \quad 0.25Y, \quad 0.5Y, \quad 2Y, \quad 5Y, \quad 10Y, \quad 30Y \quad \right\}$$

[10] Modelo utilizado en una investigación por Yuri Balasanov para el NationsBank, ahora Bank of America.
[11] Datos obtenidos de Bloomberg.

Es decir, las observaciones son seis series de tiempo observadas diariamente de los rendimientos correspondientes al periodo antes mencionado. Estas series de tiempo son mostradas en el anexo 1, el cual permite observar el movimiento diario de los rendimientos durante el periodo mencionado.

Para poder estimar el modelo de factor se necesita que la data fuera estacionaria, por este motivo se trabajo con una data en primera diferencia.

4.2 Descripción de la Descomposición de Factor

Se asume que la data de los rendimientos (yields) de los bonos de Tesoro de los Estados

Unidos son una matriz de dimensión N x n, en donde:

- N = son las filas que representan el tiempo (por día), y;
- n: son las columnas que representan los diferentes vencimientos observados.

$$\{Y(t,i)\}; t = 1,\ldots, N; i = 1,\ldots, n$$

En este caso existen 5074 datos diarios y 6 diferentes vencimientos.

Entonces, nuestro objetivo es poder encontrar cada una de las aproximaciones de los rendimientos, es decir $\left\{ \hat{Y}'(t,i),\ t = 1,\ldots,\ N \right\}$ para las variables observadas $\left\{ Y(t,i),\ t = 1,\ldots,\ N \right\}, i = 1,\ldots,\ n$.

Para obtener estas aproximaciones, el primer supuesto es que la matriz de covarianza de las variables $\hat{Y}(t,i)$ sea cercana a la matriz de covarianza de $Y(t,i)$.

Es importante acotar que en teoría se podría utilizar la matriz de correlación en lugar de la matriz de covarianza. La utilización de la matriz de correlación es preferible cuando las correlaciones observadas son más estables que las covarianzas observadas. En este caso utilizando cualquiera de las dos matrices se obtuvieron los resultados similares.

Entonces, se denota a la matriz de covarianza de las variables $Y(t,i)$ como $\Sigma = \{\Sigma_{i,j}, i, j = 1,...,n\}$ y se denota a la matriz de covarianza de las variables $\hat{Y}(t,i)$ como $\hat{\Sigma} = \{\hat{\Sigma}_{i,j}, i, j = 1,...,n\}$. Por lo tanto, se asume el supuesto de que $\hat{\Sigma} \approx \Sigma$.

Una vez realizado este supuesto, el análisis se dirige a buscar la forma específica de las variables aproximadas mediante el Modelo de Factor conjunto al Análisis de Componentes Principales, el cual describe como las variables de esta data puede ser representado en sólo 3 factores. Es decir, que la aproximación de los rendimientos toma la forma de:

$$\hat{Y}(t,i) = L_o(i) + \sum_{k=1}^{3} L_k(i) \times f_k(t) \qquad (1)$$

Esta matriz de la aproximación de los rendimientos de la data actual (1) , se convierte en:

$$\hat{Y} = fL^T$$

A esta expresión se la denomina Descomposición en factores de los rendimientos, cuyos vectores $L_1 = \{L_1(1),.....,L_1(n)\}$, $L_2 = \{L_2(1),.....,L_2(n)\}$, $L_3 = \{L_3(1),.....,L_3(n)\}$ son los **factor loadings** y los otros vectores $f_1 = f_1(1),....,f_1(N)$, $f_2 = f_2(1),....,f_2(N)$, $f_3 = f_3(1),....,f_3(N)$ son los **factores.**

Es importante tener en cuenta que los factor loadings dependen sólo de la madurez o vencimientos y los factores dependen sólo del tiempo.

El procedimiento del Modelo de Factor basado en el Análisis de Componentes Principales, el cual simultáneamente estima factores y factor loadings de las observaciones $Y(t,i)$, presenta los siguientes pasos[12]:

1. Calcular V estimado de la matriz covarianza Σ de las observaciones como

$$V = \{V_{i,j}\} = \left\{ \frac{1}{N-1} \sum_{t=1}^{N} Y(t,i) \times Y(t,j) \right\} = \frac{1}{N-1} \times Y^T \times Y$$

2. Calcular los valores propios(eigenvalues) $\lambda_1,....,\lambda_n$ y los vectores propios(eigenvectors) $p_1,...., p_n$ de la matriz V, como

$$V = \{p_1,...., p_n\} diag(v_1,....,v_n).\{p_1,...., p_n\}^T$$

3. Escoger los tres eigenvectors correspondientes a los tres mayores eigenvalues en orden descendiente. En donde los tres factor loadings son los eigenvectors de la matriz V: $L = \{L_1, L_2, L_3\} = \{p_1, p_2, p_3\}$

4. Definen a los factores como $f = Y_o \times L$. Entonces se estiman los tres factores $f = \{f_1, f_2, f_3\}$. Es válido acotar que se hace el supuesto que Y_o se lo conoce como $Y_o = Y - \bar{Y}$ y a los vectores f_k definidos en este último paso como ortogonales.

5. Se encuentra la aproximación de los rendimientos de la data actual.

$$\hat{Y} = fL^T$$

[12] Statistical Model of the term curve, lecture notes of Yuri Balasanov.

Antes de aplicar este procedimiento se debe hacer una revisión del Análisis del Modelo de Factor con respecto al Modelo General Lineal o Modelo de Regresión Lineal. En Balasanov (2000) se explica que el Análisis de Factor es similar al Análisis de Regresión. Es decir en el análisis de estadística lineal, su principal objetivo es estudiar el modelo lineal $Y = XL^T + \varepsilon$, donde Y es una matriz (N x n) de las observaciones (variable dependiente), X es una matriz (N x m) de las variables independientes y ε es un matriz (N x n) de los residuos.

Balasanov explica esto poniendo de ejemplo tres experimentos, que son los siguientes: el primer experimento es que se observa al mismo tiempo Y y X y el problema es estimar la matriz L, esta solución se la encuentra con el método de Regresión Múltiple; en el segundo experimento se observa también X y Y al mismo tiempo , pero aquí se eligen valores de X sujetos a algunos restricciones a priori al experimento y se estima la matriz L; en cambio finalmente, si se realiza un tercer experimento donde existe ningún control sobre la matriz X, se estiman ambas matrices X y L del mismo experimento en el cual sólo se observa Y. Entonces la solución de este tercer experimento no es única si sólo se requiere una simple estructura de los residuos, por eso se debe adherir restricciones en X y L que ayuden a elegir una solución de la familia de soluciones.

Haciendo mención al tercer experimento expuesto por Balasanov se utiliza la notación tradicional en donde la matriz X se convierte en la matriz de factores f y la matriz L en la matriz de los factores loadings, siendo el Análisis de Componentes Principales uno de los métodos que ayuda a solucionar los problemas de análisis del Modelo de Factor para el Modelo lineal general

$$Y = fL^T + \varepsilon$$

Una vez realizada esta revisión, apliquemos el procedimiento a la data. Recordemos que se pueden utilizar cualquiera de las dos matrices: la matriz de covarianza o la matriz de correlación, ya que los resultados que se obtienen son similares. Entonces la matriz de correlación de los rendimientos observados en sus 6 vencimientos[13] es la siguiente:

	3m	6m	2y	5y	10y	30y
3m	1.00000	0.99693	0.96658	0.91101	0.86089	0.81250
6m	0.99693	1.00000	0.98023	0.93005	0.88195	0.83447
2y	0.96658	0.98023	1.00000	0.98047	0.94808	0.91048
5y	0.91101	0.93005	0.98047	1.00000	0.99121	0.97120
10y	0.86089	0.88195	0.94808	0.99121	1.00000	0.99336
30y	0.81250	0.83447	0.91048	0.97120	0.99336	1.00000

De todas maneras, en el anexo 2 se muestran las matrices de covarianza y correlación de la respectiva data.

Recordemos el hecho que debemos trabajar con datos estacionarios, entonces la aplicación del Análisis de Componentes Principales utilizará la matriz de correlación de los datos observados en primera diferencia. De esta matriz de correlación se obtienen los respectivos eigenvalues y eigenvectors. El anexo 3 muestra el Análisis de Componentes Principales.

Entonces los Componentes Principales de un set de datos explican la descomposición propia del segundo momento de dicha muestra. Un factor importante de este hecho es la obtención de los valores propios o eigenvalues, los cuales muestra un descenso desde el primer componente hasta el sexto componente y son los siguientes:

[13] Se utilizó el programa estadístico Eviews para obtención de la matriz de correlación.

	Comp 1	Comp 2	Comp 3	Comp 4	Comp 5	Comp 6
Eigenvalue	4.537589	1.014457	0.215153	0.157244	0.052689	0.022868
Variance Prop.	75.627%	16.908%	3.586%	2.621%	0.878%	0.381%
Cumulative Prop.	75.627%	92.534%	96.120%	98.741%	99.619%	100.000%

La varianza proporcional explica la proporción de varianza explicada por cada componente principal, es decir el ratio de cada eigenvalues para la suma de todos los eigenvalues. El Anexo 4 presenta una gráfica que muestra la importancia relativa de los factores o componentes principales para la explicación de la varianza total de las series de tiempo iniciales. Esta gráfica nos demuestra que no se necesita más que tres factores en nuestro modelo.

Los tres primeros componentes de la data representan la mayor parte típica de movimientos de la curva yield. Por esta razón, los eigenvectors describe estos movimientos de la curva yield, los cuales son shift (paralelo), twist (inclinación) y butterfly (curvatura); tomando en cuenta la importancia relativa de los factores.

Variable	Vector 1	Vector 2	Vector 3	Vector 4	Vector 5	Vector 6
3m	0.302006	-0.702719	0.586925	0.265230	-0.010063	0.007007
6m	0.376663	-0.490651	-0.516901	-0.587396	-0.070923	-0.011623
2y	0.444378	0.042024	-0.418205	0.555396	0.542365	-0.152454
5y	0.449124	0.215608	-0.105731	0.256696	-0.560213	0.600742
10y	0.439443	0.308302	0.177853	-0.072175	-0.377945	-0.729490
30y	0.417879	0.349491	0.413070	-0.452827	0.493991	0.289010

El Anexo 5a presenta la gráfica de los factores loadings o eigenvectors para los tres primeros factores. Esta gráfica tiene presente los signos de cada uno de los valores pertenecientes a cada eigenvector. En cambio, el Anexo 5b presenta la gráfica de los factores loadings de los 3 siguientes factores, los cuales no representa ningún significado en nuestro modelo.

Una vez realizado el Análisis de los Componentes Principales y siguiendo con el procedimiento antes establecido, se puede obtener las aproximaciones de los rendimientos en cada uno de sus vencimientos[14]. El Anexo 6b muestra la gráfica de los 3 factores y el anexo 6c muestra la gráfica de las aproximaciones de los rendimientos. Entonces, la matriz de correlación aproximada que usa 3 eigenvalues y 3 eigenvectors correspondientes es:

	3m	6m	2y	5y	10y	30y
3m	1.000000	0.993412	0.957941	0.916104	0.876155	0.841556
6m	0.993412	1.000000	0.961169	0.914545	0.870299	0.831973
2y	0.957941	0.961169	1.000000	0.990411	0.971623	0.951257
5y	0.916104	0.914545	0.990411	1.000000	0.994966	0.984663
10y	0.876155	0.870299	0.971623	0.994966	1.000000	0.997182
30y	0.841556	0.831973	0.951257	0.984663	0.997182	1.000000

Si recordamos el supuesto de acerca de las matrices de correlaciones, pues efectivamente se cumple que la matriz de correlación de las aproximaciones es muy parecida a la matriz de correlación de los datos originales. El anexo 6a muestra estos cálculos en Gauss.

[14] Las aproximaciones fueron obtenidas con la herramienta estadística Gauss.

4.3 Interpretación de los Resultados Obtenidos de la Descomposición de Factores

Es importante analizar de que en las finanzas muchas veces los cambios observados en la curva de rendimiento puede parecer algo complejos dependiendo de los sucesos en los mercados financieros que suelen ser estables o inestables. Phoa menciona el hecho que la mayoría de las fluctuaciones observadas en los rendimientos puede explicarse por los cambios más sistemáticos del rendimiento es decir, los rendimientos del bono moviéndose "juntos" de manera correlacionada, pero tomando en cuenta que pueden ser de diferentes formas o maneras. Entonces es posible identificar estos cambios sistemáticos por un análisis estadístico apropiado, en este caso el Modelo de Factor conjunto con el Análisis de Componentes Principales.

Cuando se habla del Análisis de Componentes Principales, su objetivo principal es reducir los números de variables a pocos componentes, tal que cada componente forma una nueva variable y el número de componentes retenidos explica el monto máximo de varianza en la data. Por otro lado, el objetivo del Análisis de Factor es identificar los factores que pueden explicar la ínter correlación entre los indicadores y a la vez estos indicadores o variables pueden reflejar la presencia de lo no observable que son los factores.

Entonces dentro del Análisis de Componentes Principales, Phoa sostiene que los eigenvectors describe los movimientos independientes de la curva de rendimiento; es decir cada eigenvector tiene un componente para cada factor, y el componente es un número real (positivo o negativo) que describe el desplazamiento relativo de ese factor bajo el movimiento dado. En cambio, los correspondientes eigenvalues miden cuánto del movimiento observado de la curva de rendimiento puede atribuirse a ese movimiento o factor específico.

El anexo 3 presenta el Análisis de Componentes Principales. Note que según el PCA[15], el primer componente o factor representa un cambio dominante de la curva de rendimiento, es decir existe aproximadamente un 76% de que el cambio sea paralelo (shift). Es decir el primer factor, mostrado en la columna del primer vector, corresponde un cambio paralelo en la curva de rendimiento, por ejemplo la tasa de 3 meses se incrementa en 0.3 puntos bases, la tasa de 6 meses se incrementa en 0.38 puntos bases y así sucesivamente. Este cambio paralelo que se nota en el primer eigenvector, cada punto de madurez se mueve en promedio 0.4 puntos bases. El segundo componente representa un cambio de pendiente (twist) o "inclinación de la curva de rendimiento"; es decir existe aproximadamente un 17% de que el cambio sea de ese tipo. Este cambio de pendiente se nota en el segundo eigenvector, donde existe la caída de los yields cortos (menor a 2 años) y levantamientos de los yields o cambios positivos de puntos de madurez mayores a 2 años, es decir las tasas entre 3 meses y menores de 2 años se mueven en una dirección y las tasa de 2 años a 30 años se mueven en otra dirección, por ejemplo la tasa de 3 meses disminuyó en 0.7 puntos bases o la tasa de 10 años se incremento en 0.3 puntos bases. El tercer componente representa un cambio de curvatura (butterfly), es decir existe aproximadamente un 4% de que el cambio sea de ese tipo. Este cambio se nota en el tercer eigenvector, el cual demuestra que sólo tuvieron cambios positivos de los bonos de corto y largo plazo (3 meses, 10 años y 30 años), mientras que los de medio plazo caen (6 meses, 2 años y 5 años), como por ejemplo, la tasa de 3 meses aumenta en un 0.6 puntos bases, la tasa de 2 años disminuye 0.4 puntos bases y la tasa de 30 años se incrementa en 0.4 puntos bases.

La importancia de cada factor es medido por los eigenvalues que esta medido en término de desviaciones. Analizando al primer factor o componente (movimiento paralelo), su eigenvalue es 4.53 , por lo tanto la tasa de 3 meses se esta moviendo por 0.3 x 4.53= 1.37 puntos bases, la tasa de 6 meses se esta moviendo por 1.7 puntos bases y asi sucesivamente; es decir que en promedio todas las tasas en cada una de sus

[15] Principal Components Analysis

vencimientos se mueven paralelamente en 1.8 puntos bases o 0.018% diarios. El mismo análisis se lo puede aplicar a los otros dos factores siguientes.

Este análisis se lo puede observar en el Anexo 4a y 4b , y en el anexo 4c presenta la importancia relativa de los factores; y el Anexo 5a presenta el análisis gráfico de los primeros tres componentes más importantes del PCA.

Con respecto a los últimos tres componentes principales no representan ninguna interpretación.- De todas maneras, el Anexo 5b presenta el análisis gráfico de estos últimos tres componentes.

Después de haber realizado un exploración general de los movimientos de la curva de rendimiento, se quiso realizar un exploración mucho más específica de la data. Esto significa que se divide el grupo de datos históricos en diferentes períodos de tiempo de acuerdo con el grupo de los vencimientos. La data se la ha dividido en 4 grupos con periodo de 5 años cada uno, los cuales son los siguientes: 1983-1988, 1988-1993, 1993-1998 y 1998-2003. Esto se ha hecho para ver la consistencia de los datos globales.

El Anexo 7a muestra los resultados obtenidos del primer componente del PCA para cada periodo. En el Anexo 7b se muestra la importancia relativa del cambio "paralelo" en cada distinto período. En el periodo 1983-1988 existe aproximadamente un 78% de que el cambio sea paralelo, del 1988-1993 y del 1993-1998 existe un 75% de que el cambio sea paralelo; y por último del 1998-2003, el porcentaje del cambio paralelo es menor con respecto a los anteriores de un 70%. En el Anexo 7c, se muestra que los cuatro periodos tienen un comportamiento muy similar con relación al comportamiento global porque cada punto de madurez en promedio se mueve un 0.4 puntos bases.

El Anexo 8a muestra los resultados obtenidos del segundo componente del PCA para cada período. En el Anexo 8b se muestra la importancia relativa del cambio "pendiente" en cada distinto período. En el periodo 1983-1988 existe aproximadamente un 15% de que el cambio sea inclinado, del 1988-1993 y del 1993-1998 existe un 16% de que el cambio sea de pendiente; y por último del 1998-2003, el porcentaje del cambio paralelo es mayor con respecto a los anteriores de un 20%. En el Anexo 8c, se muestra que los cuatro periodos tienen un comportamiento muy similar con relación al comportamiento global ya que existe una caída de los rendimientos en el corto plazo (3 meses y 6 meses) y el aumento de los rendimientos de medio y largo plazo.

Por último, el Anexo 9a muestro los resultados obtenidos del tercer componente del PCA para cada período. En el Anexo 9b se muestra la importancia relativa del cambio "curvatura" en cada distinto período. En el periodo 1983-1988 y 1988-1993 existe aproximadamente un 3% de que el cambio sea de curvatura, del 1993-1998 existe un 4% de que el cambio sea de curvatura; y por último del 1998-2003, el porcentaje del cambio "curvatura" es mayor con respecto a los anteriores de un 5%. En el Anexo 8c, se muestra que los tres períodos tienen un comportamiento muy similar con relación al comportamiento global, es decir hubieron cambios positivos en los bonos de corto y largo plazo (3 meses, 10 años y 30 años), mientras que los bono de medio plazo cayeron (6 meses, 2 años y 5 años). En cambio, el período 1998-2003 se produce un comportamiento diferente, es decir viceversa a los tres períodos anteriores; esto significa que hubieron cambios positivos en bonos de mediano plazo y cambios negativos en bonos de corto y largo plazo.

Entonces si uno se detiene en el periodo 1998-2003, se examina el hecho del menor porcentaje del movimiento "paralelo" en la curva de rendimiento con respecto a los otros períodos; entonces los otros dos movimientos de "pendiente" y "curvatura" han tenido mayor importancia relativa con respecto a los periodos anteriores.

En resumen, el análisis de los movimientos "paralelos" y de "pendiente" en la curva de rendimiento por período no es ambiguo al análisis de los movimientos "paralelos" y de "pendiente" en la curva de rendimiento del período global. Es importante saber que las formas de estos cambios “paralelos”, de “pendiente” y de “curvatura” pueden ser estimados gracias a la técnica PCA. Como resultado del PCA, el movimiento “paralelo” es el cambio más dominante de la curva de rendimiento, pero de igual manera se ha logrado estimar los otros dos cambios “pendiente” y de “curvatura”.

La existencia de la tercer movimiento “curvatura” al hacer el análisis de los movimientos en la curva de rendimiento por período, se nota un incongruencia en el último periodo. Esto significa que se tiene incongruencia en el periodo 1998-2003 con respecto a los períodos anteriores, pero no una incongruencia del tercer componente ya que realmente se produce un movimiento de curvatura. Entonces los resultados del último período están dependiendo del grupo de data que se esté usando en el análisis. Se debe además acotar que el porcentaje que representa el factor de curvatura es pequeño en relación a los otros factores, el cual puede ser tomado en cuenta dependiendo del caso de estudio.

Una vez realizado el análisis de cada uno de los factores de riesgo de la curva de rendimiento, nos centraremos en que el Análisis de Factor que se basa en la reducción de dimensionalidad o números de variables de la data, en donde cada una de estas variables por definición son no correlacionadas y que pueden reemplazar al grupo original de variables correlacionadas. Teniendo en cuenta esto, la estimación o aproximación de los rendimientos de los Bonos de Tesoro de los Estados Unidos tiene la siguiente forma $\hat{Y} = fL^T$ o lo que es lo mismo:

$$\hat{Y}(t,i) = \sum_{k=1}^{3} L_k(i) \times f_k(t)$$

El Anexo 6c muestra las aproximaciones de los rendimientos de los Bonos del Tesoro de los Estados Unidos en los 6 distintos vencimientos. Hay que tener presente que como se trabaja con datos estacionarios las aproximaciones no serán iguales a los observados, pero lo importante es lo similar que es su gráfica a la original.

En conclusión, el Modelo de Factor tomando en cuenta la correlación imperfecta de las variables observadas y en conjunto con el Análisis de Componentes Principales permitieron realizar una aproximación de la curva yield de los Bonos de Tesoro de los Estados Unidos. Esta aproximación esta expresada en una reducción de data en sólo tres factores que explican los tres principales movimientos de la curva yield. Además mediante este estudio descriptivo se toma en cuenta la importancia relativa de los movimientos de la curva de rendimientos, es decir que no sólo existen movimientos paralelos sino movimientos no paralelos; en donde los movimientos no paralelos se han vuelto más importantes con el transcurso de los años.

V. CONCLUSIÓN

En este estudio se desarrolló la estimación de una curva de rendimiento mediante el Modelo de Factor que permite tomar en cuenta la correlación no perfecta de las tasas de interés a lo largo de la curva, y en conjunto con el Análisis de Componentes Principales (PCA) llegan a reducir la dimensionalidad de la data en tres factores o componentes principales que son identificados como los más importantes movimientos de la curva yield. Estos cambios de la curva yield son cambios "paralelos" o "shift", y los cambios no paralelos que son los de "pendiente" o "twist" y de "curvatura" o "butterfly".

Para este análisis se tomaron como datos las tasas de interés o yield al vencimiento de los bonos del tesoro de los Estados Unidos, es decir que con el Modelo de Factor se realizó una aproximación o estimación de estos yields. Esta estimación de la curva yield esta representada por la reducción de la dimensionabilidad de la data original, es decir esta explicada sólo por tres factores.

Utilizando la técnica Componentes Principales, se obtuvieron los tres factores que explican los movimientos más importantes de la curva yield. Primero se realizó un análisis global de la data. Se obtuvo de resultado el hecho de que el orden de los factores representan una importancia relativa dentro de la curva yield. El primer factor o componente más importante y dominante en la curva yield es el cambio shift o "paralelo"; seguido por otros dos cambios no paralelos que son el twist o "pendiente" y el butterfly o "curvatura" , los cuales representa el segundo y tercer componente respectivamente.

Después de haber obtenido estos resultados, se quiso realizar un estudio más específico; es decir que se dividió la data en cuatro períodos para poder comprobar los resultados obtenidos con la data global. Al realizar esta división, se obtuvo lo siguiente: los resultados por períodos fueron congruentes con los resultados obtenidos con los datos globales. Pero hay que acotar que con el transcurso de los períodos la importancia relativa de los cambios paralelos ha disminuido en una pequeña proporción tomando un poco más de importancia a los cambios no paralelos.

De todas maneras los cambios paralelos están predominando con respecto a los cambios no paralelos. Se da una clara justificación con esto acerca de la utilización de la duración como la medida primaria de riesgo de tasa de interés; pero a la vez se sugiere también tomar en cuenta estos cambios no paralelos y aún más cuando existen técnicas como el Análisis de Componentes Principales que los puede medir.

Finalmente, en futuros estudios utilizando esta técnica de Análisis de Componentes Principales en conjunto con el Modelo de Factor se pueden calcular el VaR (Valor en Riesgo) de un portafolio cualquiera, en donde no sólo se tomaría en cuenta los movimientos paralelos sino los movimientos no paralelos de las tasas de interés.

REFERENCIAS

1. F.J. Fabozzi y T.D. Fabbozzi, Bonds markets, analysis and strategies. (Prentice-Hall International. New York, 1989) pp. 99-129

2. John C. Hull, Introducción a los Mercados de Futuros y Opciones. (Prentice-Hall, Cuarta Edición) pp. 377- 402.

3. John C. Hull, Introduction to the Future and Option Markets(Prentice-Hull Internacional) pp. 357-361.

4. Riccardo Rebonato, Interest-Rate Option Models (John Wiley&Sons, New York) pp. 27-54.

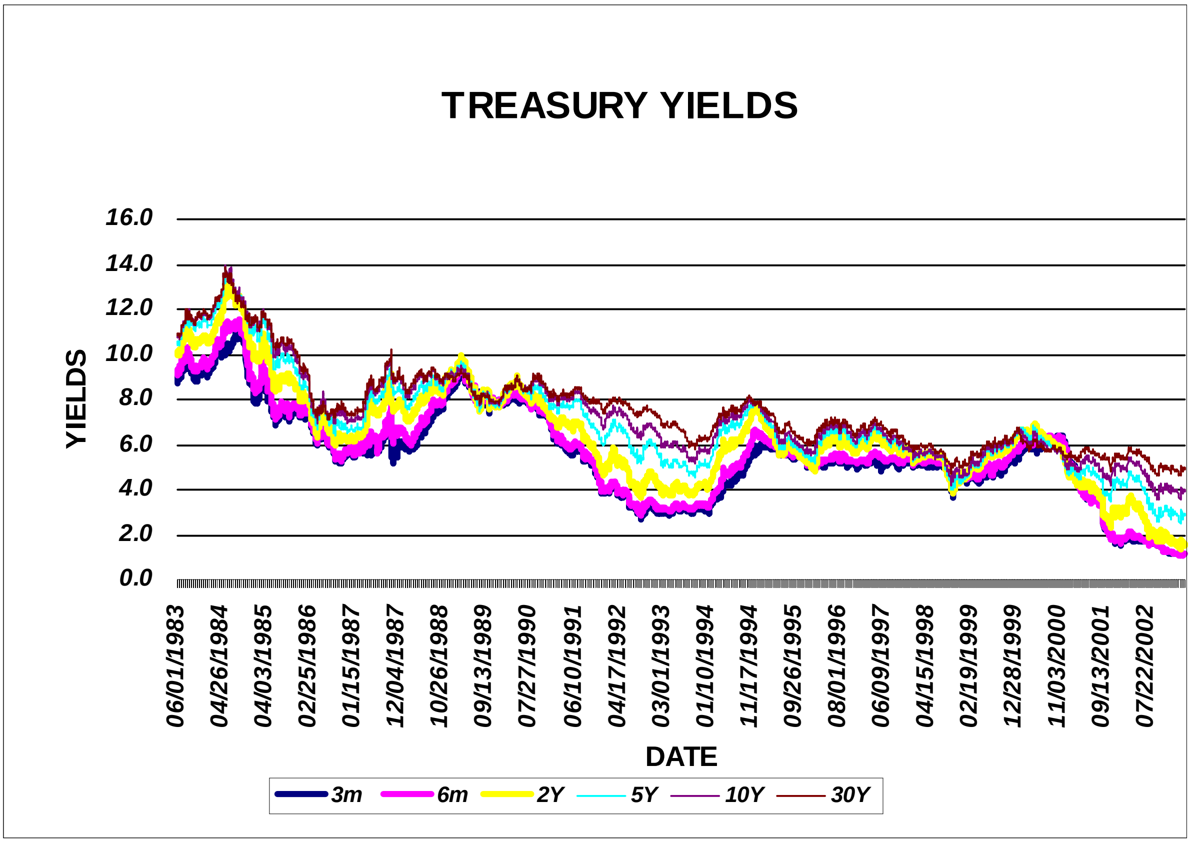
5. Yuri Balasanov, "Statistical model of the term curve", Lecture Notes for the Bank of America, 2000.

6. Wesley Phoa, "Yield Curve Risk Factors: Domestic and Global Context". Capital Strategy Research, 1998

7. Frye,J., "Principals of Risk: Finding VaR through Factor-Based Interest Rate Scenarios", In VaR: Understanding and Applying Value at Risk, pp.275-278. London: Risk Publications, 1997.

ANEXO 1

Yields de los Bonos de Tesoro de los Estados Unidos de los distintos vencimientos



ANEXO 2

Matriz de Correlación y Matriz de Covarianza de los datos

MATRIZ DE CORRELACIÓN

	3m	6m	2y	5y	10y	30y
3m	1.00000	0.99693	0.96658	0.91101	0.86089	0.81250
6m	0.99693	1.00000	0.98023	0.93005	0.88195	0.83447
2y	0.96658	0.98023	1.00000	0.98047	0.94808	0.91048
5y	0.91101	0.93005	0.98047	1.00000	0.99121	0.97120
10y	0.86089	0.88195	0.94808	0.99121	1.00000	0.99336
30y	0.81250	0.83447	0.91048	0.97120	0.99336	1.00000

MATRIZ DE COVARIANZA

	3m	6m	2y	5y	10y	30y
3m	4.50627	4.66238	4.66312	4.19944	3.81684	3.33690
6m	4.66238	4.85365	4.90784	4.44936	4.05812	3.55678
2y	4.66312	4.90784	5.16489	4.83864	4.50009	4.00323
5y	4.19944	4.44936	4.83864	4.71540	4.49545	4.08016
10y	3.81684	4.05812	4.50009	4.49545	4.36208	4.01389
30y	3.33690	3.55678	4.00323	4.08016	4.01389	3.74301

ANEXO 3

Análisis de Componentes Principales[16]

Date: 05/04/03   Time: 17:30

Sample(adjusted): 2 5074
Included observations: 5073 after adjusting endpoints
Correlation of DTRESM DSEISM DDOSY DCINCOY DDIEZY DTREINTAY

	Comp 1	Comp 2	Comp 3	Comp 4	Comp 5	Comp 6
Eigenvalue	4.537589	1.014457	0.215153	0.157244	0.052689	0.022868
Variance Prop.	75.627%	16.908%	3.586%	2.621%	0.878%	0.381%
Cumulative Prop.	75.627%	92.534%	96.120%	98.741%	99.619%	100.000%

Eigenvectors:

Variable	Vector 1	Vector 2	Vector 3	Vector 4	Vector 5	Vector 6
3m	0.302006	-0.702719	0.586925	0.265230	-0.010063	0.007007
6m	0.376663	-0.490651	-0.516901	-0.587396	-0.070923	-0.011623
2y	0.444378	0.042024	-0.418205	0.555396	0.542365	-0.152454
5y	0.449124	0.215608	-0.105731	0.256696	-0.560213	0.600742
10y	0.439443	0.308302	0.177853	-0.072175	-0.377945	-0.729490
30y	0.417879	0.349491	0.413070	-0.452827	0.493991	0.289010

[16] Estos resultados fueron obtenidos de Eviews.

ANEXO 4

Anexo 4a: Cambios (puntos bases) en cada madurez

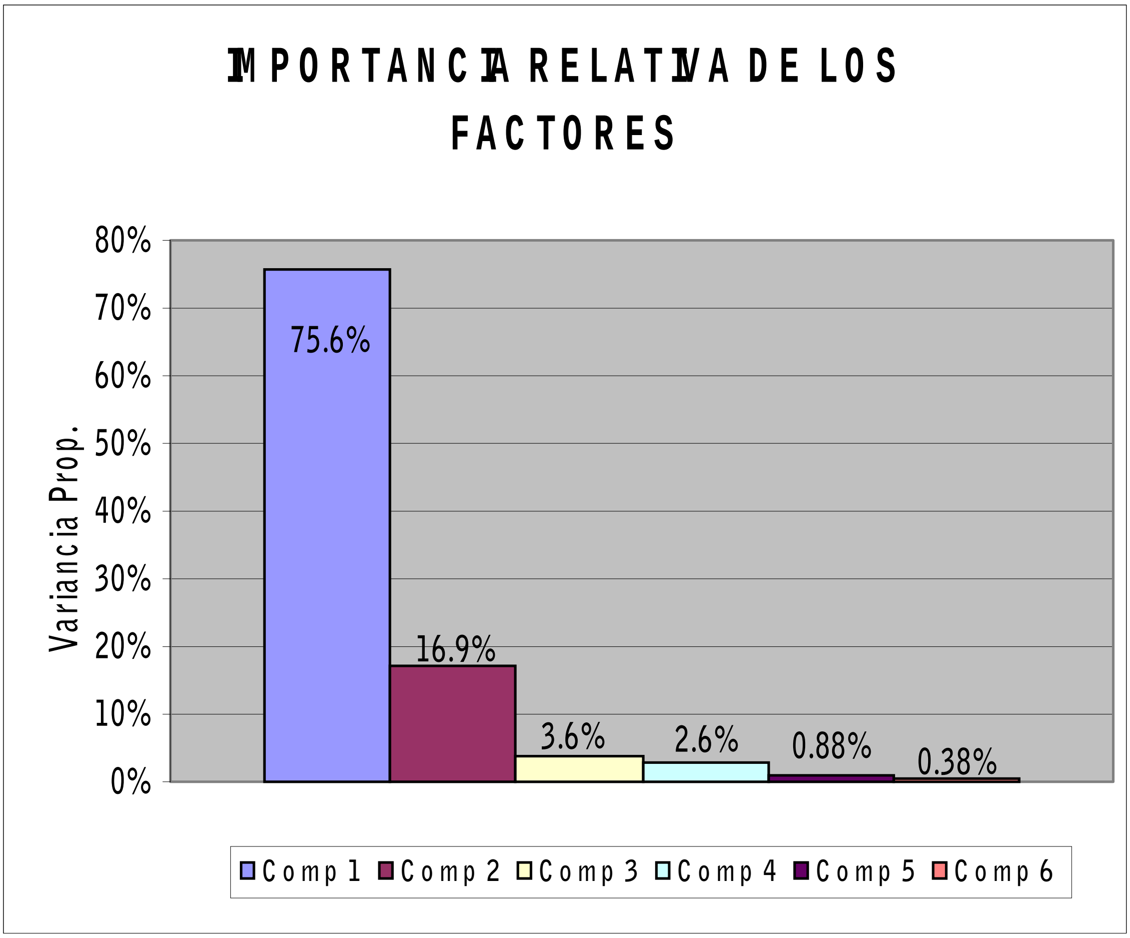
Variable	Paralelos	Pendiente	Curvatura
3m	0.30	-0.70	0.59
6m	0.38	-0.49	-0.52
2y	0.44	0.04	-0.42
5y	0.45	0.22	-0.11
10y	0.44	0.31	0.18
30y	0.42	0.35	0.41

Anexo 4b: Cambios (puntos bases) tomando en cuenta los respectivos eigenvalues para cada madurez.

Variable	Paralelos	Pendiente	Curvatura
3m	1.37	-0.71	0.13
6m	1.71	-0.50	-0.11
2y	2.02	0.04	-0.09
5y	2.04	0.22	-0.02
10y	1.99	0.31	0.04
30y	1.90	0.35	0.09

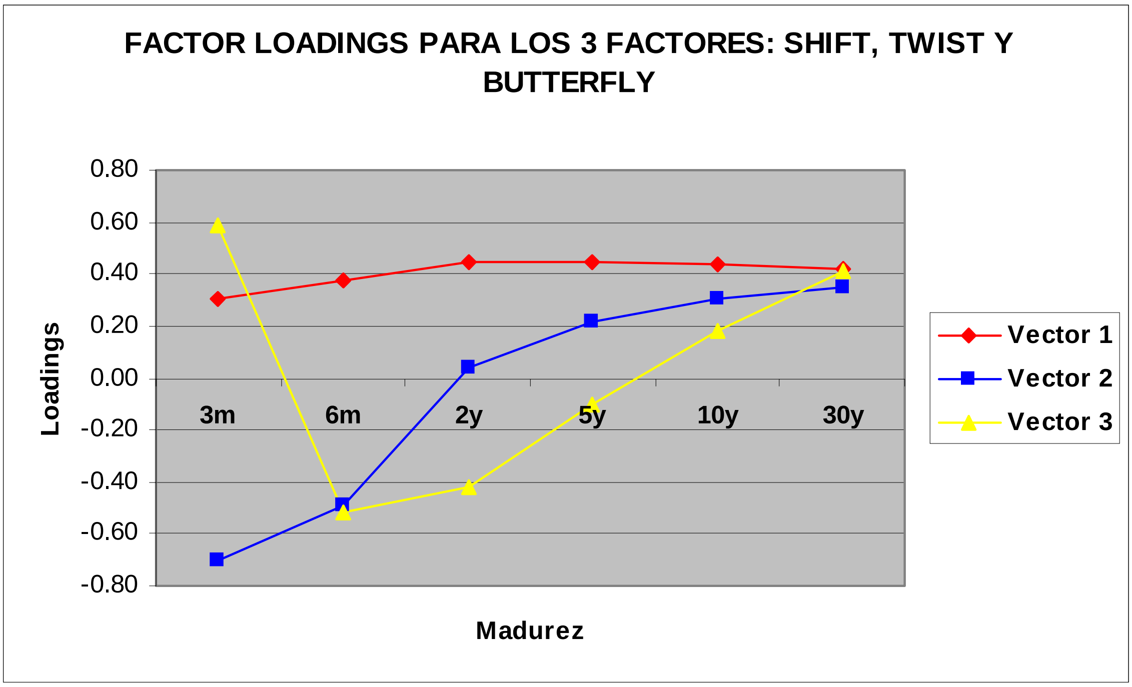
Anexo 4c

Importancia relativa de los factores o componentes

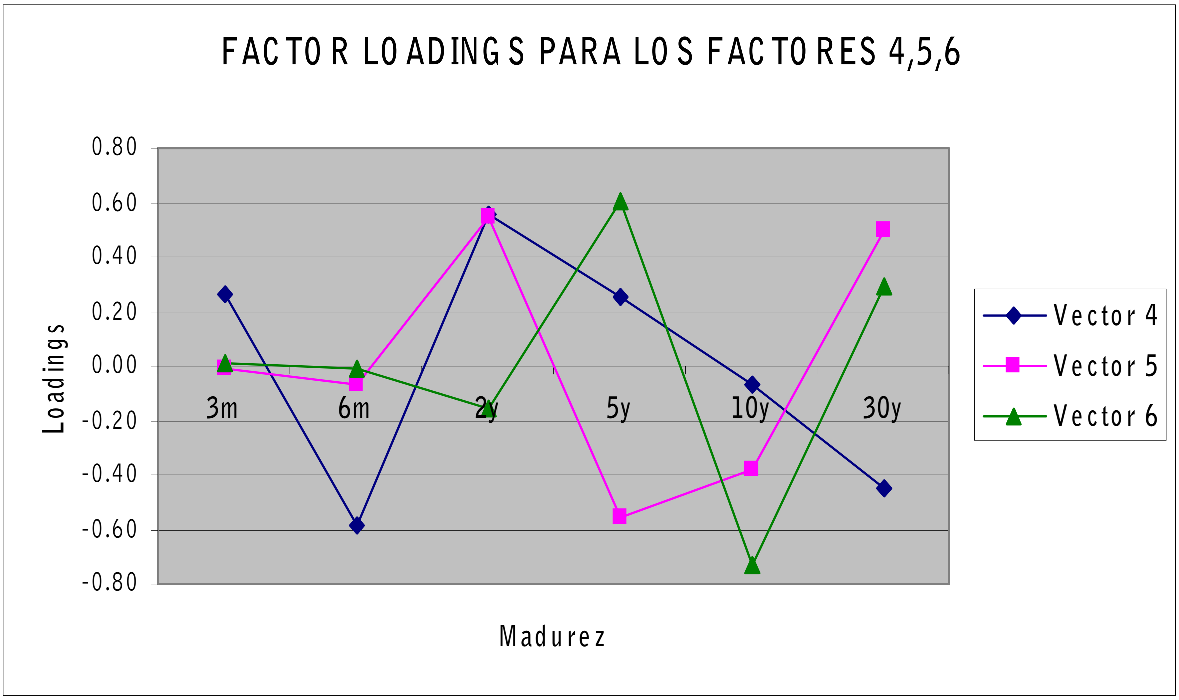


ANEXO 5

Anexo 5a

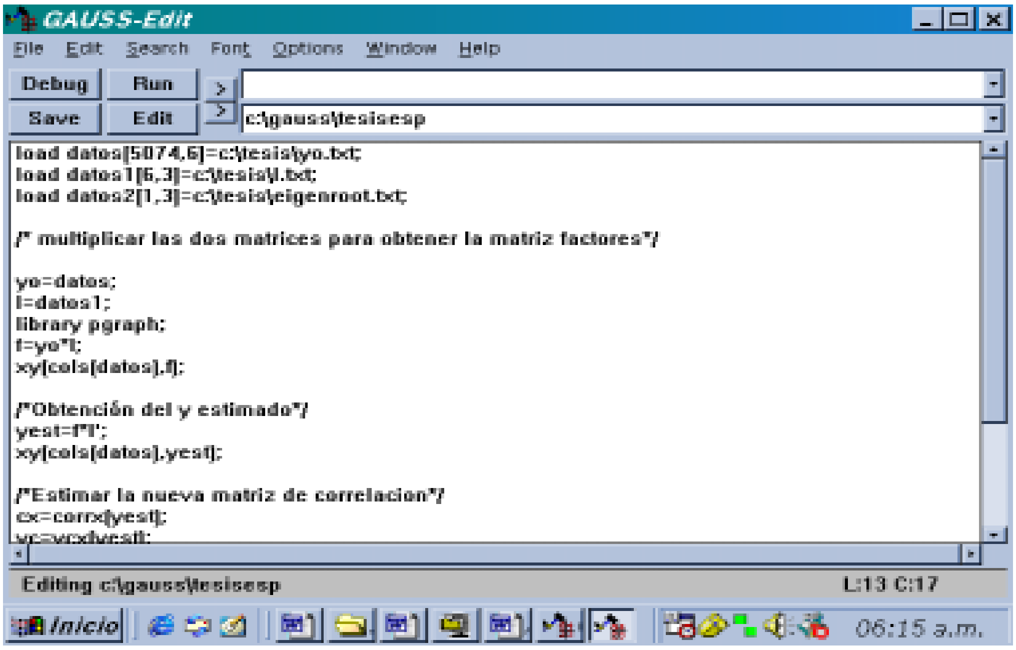


ANEXO 5b

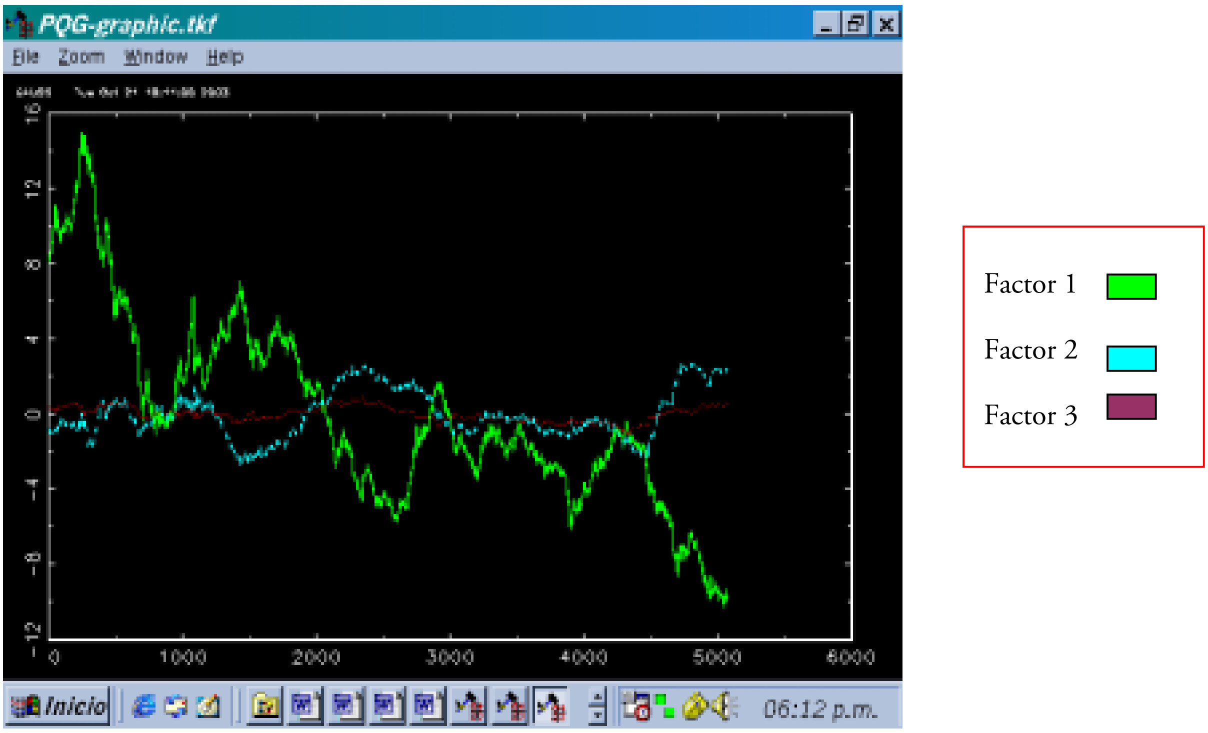


ANEXO 6

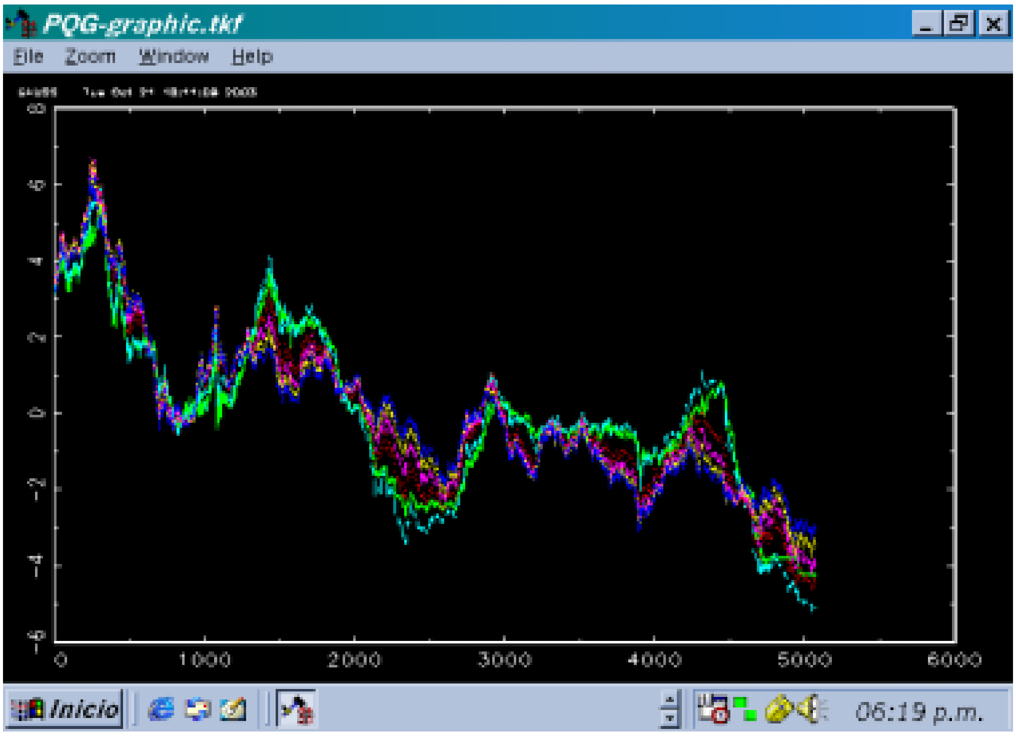
Anexo 6a: Utilización de Gauss para obtener los factores y la aproximaciones del yield



Anexo 6b: Estimación de la Series de Tiempo de los tres factores



Anexo 6c: Aproximaciones de las Series de Tiempo de cada Rendimiento en sus distintos vencimientos



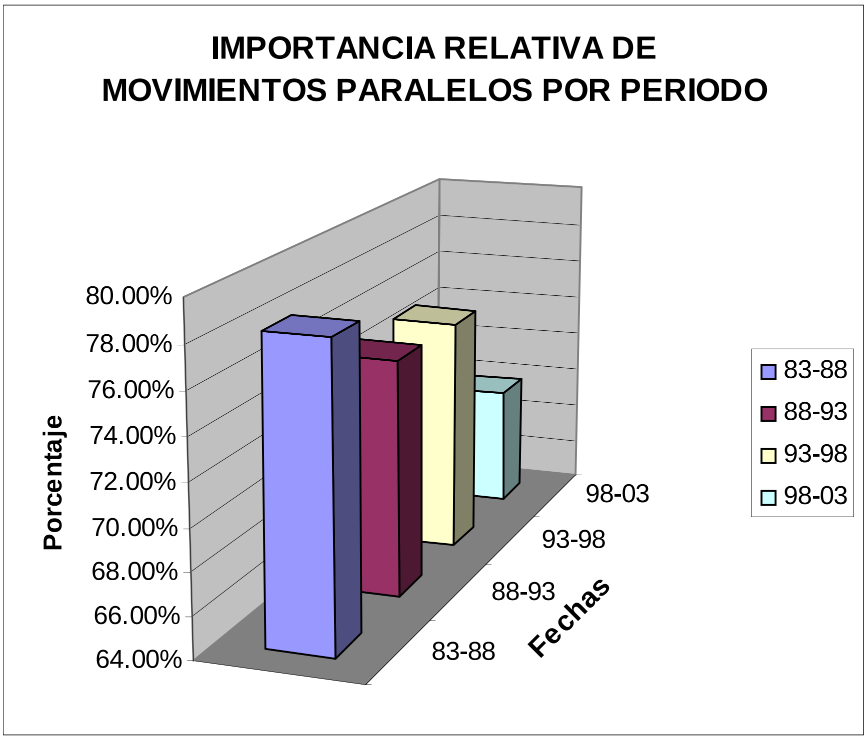
ANEXO 7:
CAMBIOS PARALELOS

ANEXO 7a: Resultados obtenidos de PCA.

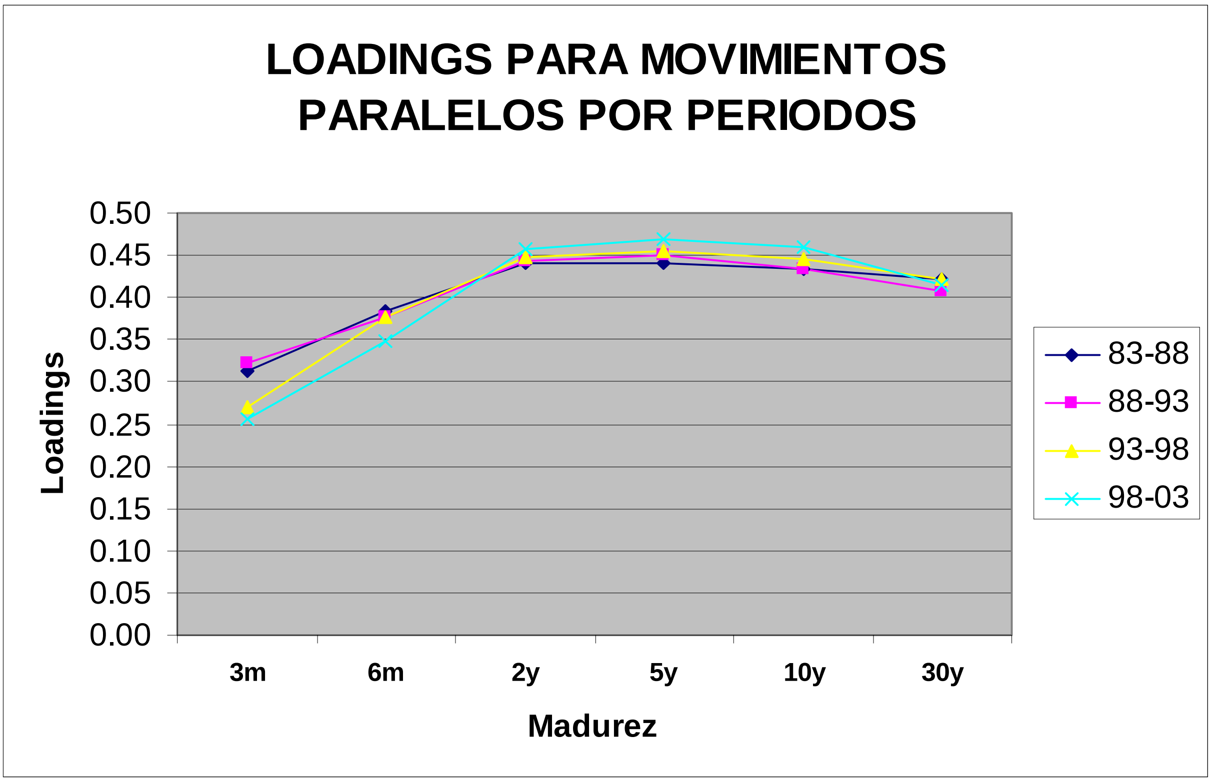
CAMBIOS PARALELOS POR PERIODOS				
Variable	83-88	88-93	93-98	98-03
3m	0.313616	0.32234	0.270171	0.256897
6m	0.383893	0.377312	0.375639	0.348558
2y	0.441783	0.443038	0.448671	0.457704
5y	0.440577	0.451102	0.455335	0.469174
10y	0.433317	0.433535	0.445787	0.459106
30y	0.420983	0.407437	0.422541	0.414867

ANEXO 7b

IMPORTANCIA RELATIVA DE LOS MOVIMIENTOS PARALELOS				
	83-88	88-93	93-98	98-03
Varianza Prop	78.24%	75.34%	75.30%	69.83%



ANEXO 7c



LOADINGS PARA MOVIMIENTOS PARALELOS POR PERIODOS
0.50
0.45
0.40
0.35
0.30
0.25
0.20
0.15
0.10
0.05
0.00
Loadings
3m
6m
2y
5y
10y
30y
Madurez
83-88
88-93
93-98
98-03

ANEXO 8
V. CAMBIOS DE PENDIENTE

ANEXO 8a: Resultados Obtenidos del PCA

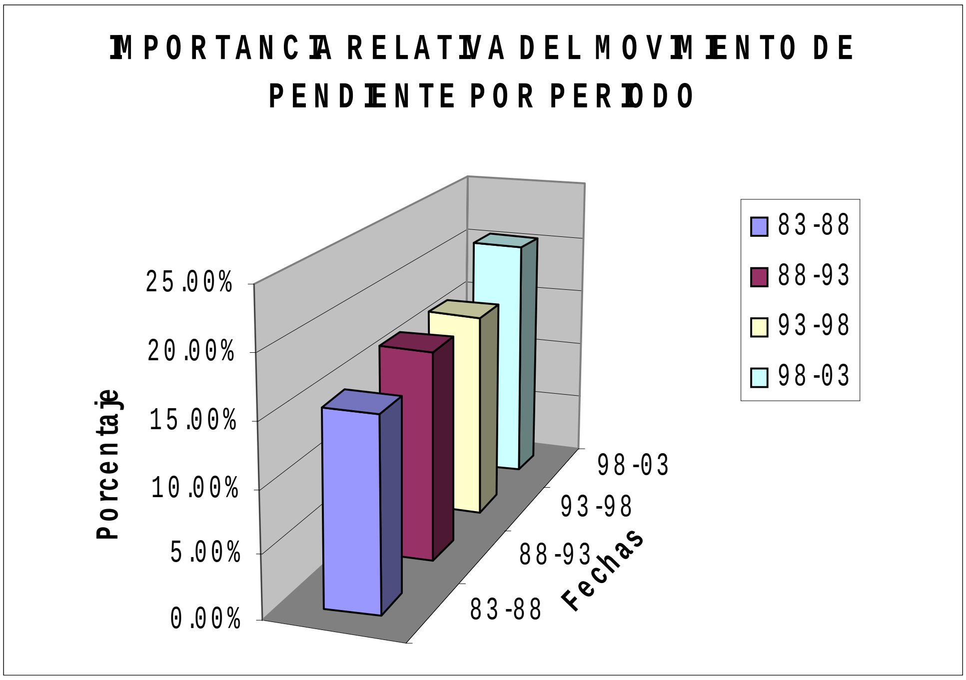
CAMBIO DE PENDIENTE POR PERIODOS

Variable	83-88	88-93	93-98	98-03
3m	-0.709054	-0.658768	-0.751289	-0.697602
6m	-0.472043	-0.490264	-0.459382	-0.53608
2y	0.043199	-0.014524	0.058429	0.031578
5y	0.233325	0.190838	0.191475	0.180996
10y	0.316121	0.346212	0.276655	0.265916
30y	0.343771	0.411307	0.328509	0.348572

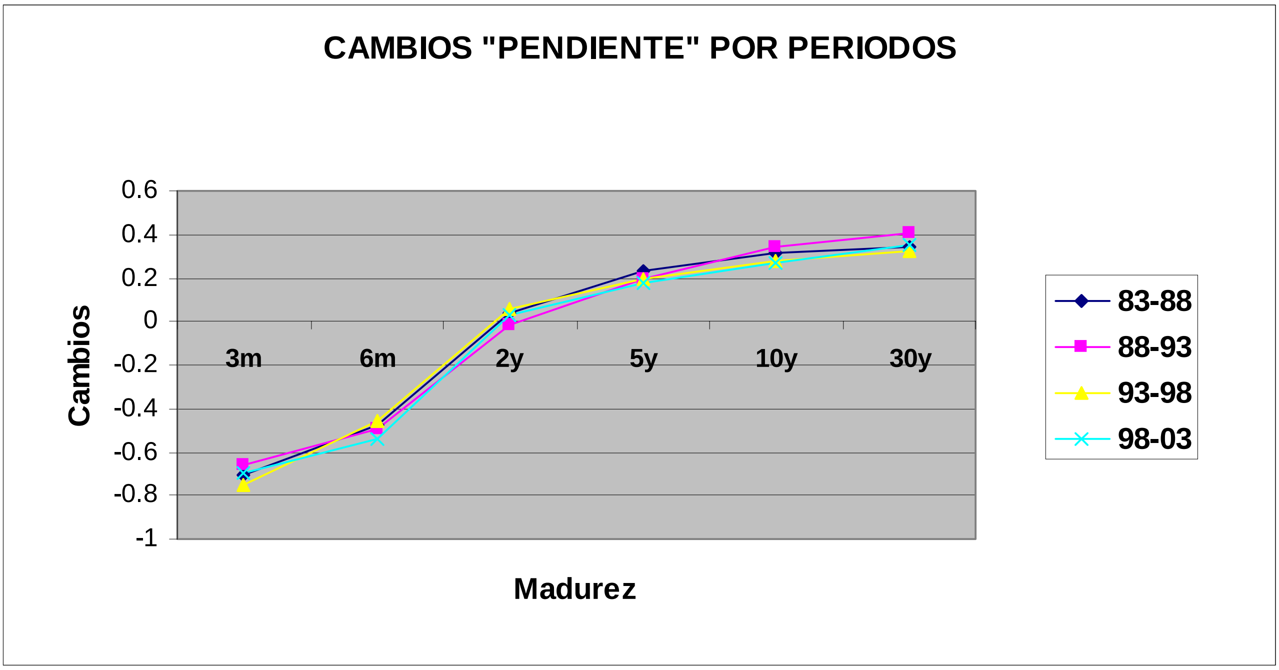
ANEXO 8b

IMPORTANCIA RELATIVA DE LOS MOVIMIENTOS DE PENDIENTE

	83-88	88-93	93-98	98-03
Variance Prop.	15.40%	16.98%	16.94%	20.44%



ANEXO 8c


CAMBIOS "PENDIENTE" POR PERIODOS
Cambios
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
-1
3m
6m
2y
5y
10y
30y
Madurez
83-88
88-93
93-98
98-03

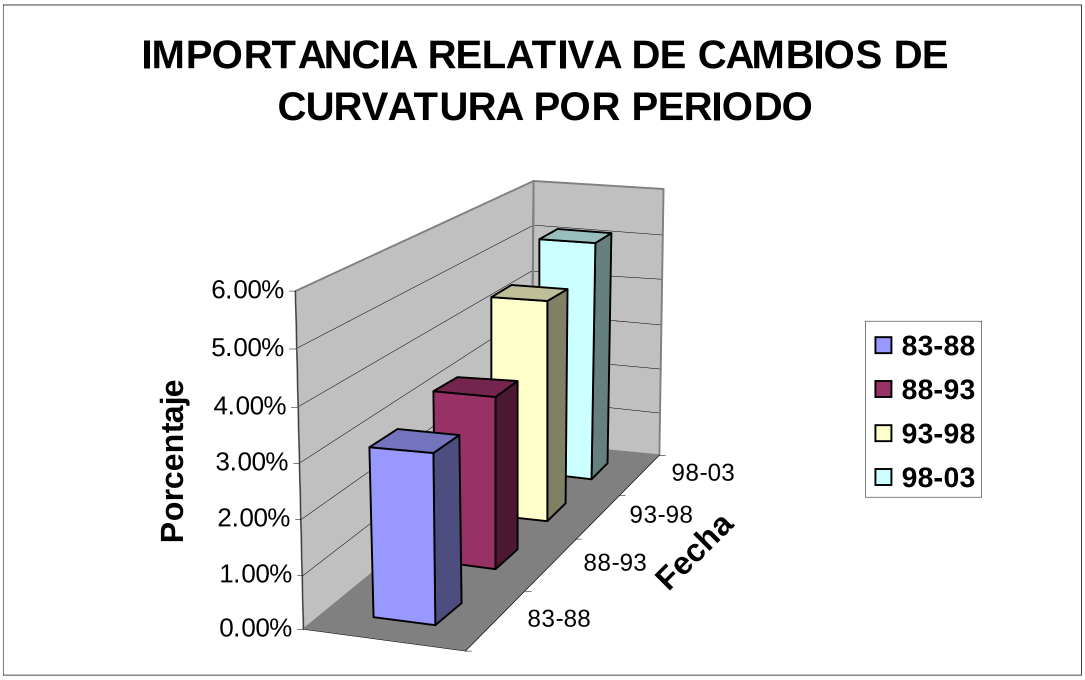
ANEXO 9
VI. CAMBIOS DE CURVATURA

ANEXO 9a: Resultados Obtenidos del PCA

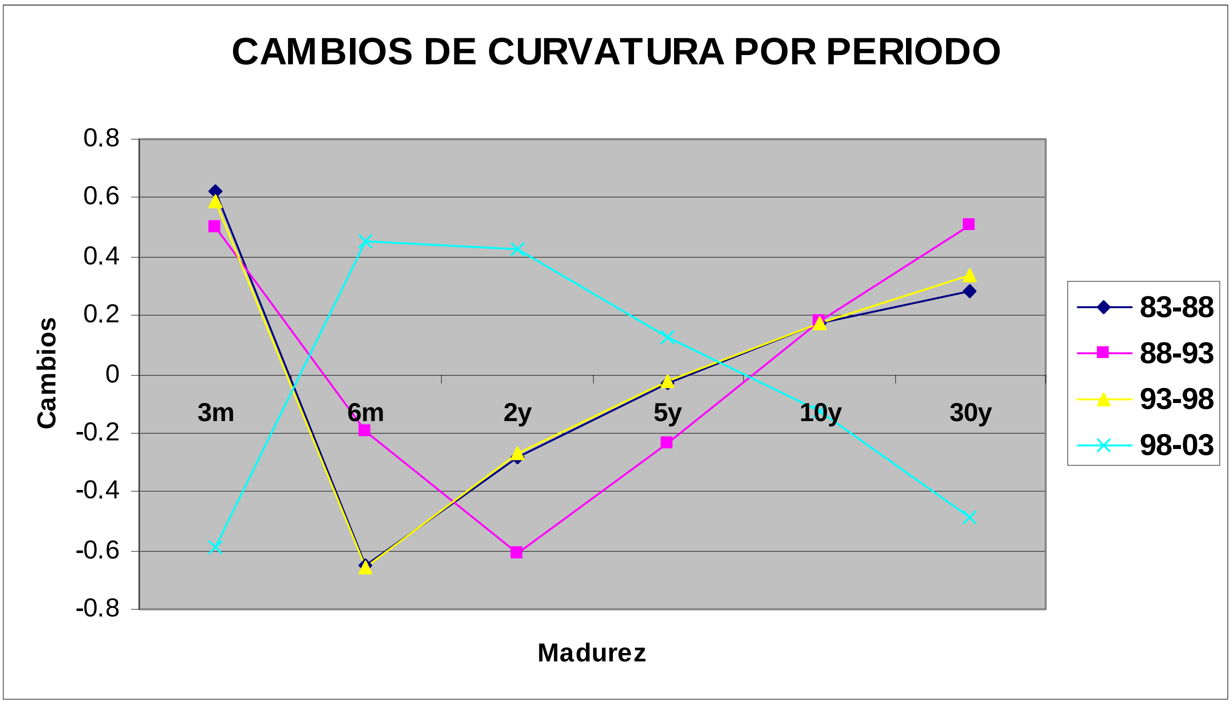
CAMBIO DE CURVATURA POR PERIODOS				
Variable	83-88	88-93	93-98	98-03
3m	0.619895	0.500451	0.588543	-0.587611
6m	-0.649264	-0.191808	-0.659752	0.45243
2y	-0.285564	-0.607207	-0.270499	0.4253
5y	-0.033608	-0.233064	-0.021117	0.126557
10y	0.176413	0.181677	0.170904	-0.128454
30y	0.283528	0.506688	0.339883	-0.486439

ANEXO 9b

IMPORTANCIA RELATIVA DE LOS MOVIMIENTOS DE CURVATURA				
	83-88	88-93	93-98	98-03
Variance Prop.	3.12%	3.34%	4.53%	5.15%



ANEXO 9c



CAMBIOS DE CURVATURA POR PERIODO
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
Cambios
3m
6m
2y
5y
10y
30y
Madurez
83-88
88-93
93-98
98-03