

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

Un Modelo para la Proyección de Demanda de Conexiones Telefónicas Urbanas

WILLIAM PEÑAHERRERA BARAHONA

TESIS PARA OBTENER EL TÍTULO DE INGENIERO EN ELECTRÓNICA

WILLIAM PEÑAHERRERA BARAHONA

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA ELECTRICA

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
DEPTO. DE INGENIERIA ELECTRICA
BIBLIOTECA
Exp. No. Elec-017

UN MODELO PARA LA PROYECCION DE DEMANDA DE CONEXIONES
TELEFONICAS URBANAS

WILLIAM PEÑAHERRERA BARAHONA

TESIS PARA OPTAR EL TITULO DE INGENIERO EN ELECTRONICA

FIRMA DEL AUTOR W. Peñaherrera

CERTIFICADO Steve Bootman
Ing. Steve Bootman

APROBADO

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
Dpto. de Ingeniería Eléctrica
BIBLIOTECA

Inv. No. ELEC-017

La responsabilidad por los hechos, ideas y doctrinas expuestas en esta Tesis, corresponden exclusivamente al Autor.

(Art. Sexto del Reglamento de Exámenes y Titulos Profesionales de la Escuela Superior Politécnica del Litoral).

William Peñaherrera Barahona

Guayaquil, Abril de 1974

INDICE

<u>CAPITULO PRIMERO.-</u> CONSIDERACIONES GENERALES.	1
1.1 Definiciones de Mercado Telefónico y sus Sectores	3
1.2 El concepto de demanda	3
1.3 Factores socio económico que inciden en la demanda	6
1.4 Planteamiento general del problema y objetivo centrales del estudio	10
<u>CAPITULO SEGUNDO.-</u> ESTIMACION DE LA NECESIDADES DE CONEXIONES TELEFONICAS.	
2.1 Introducción	12
2.2 Estimación de las necesidades actuales	15
2.3 Análisis del mercado telefónico	19
2.4 Conclusiones	21
<u>CAPITULO TERCERO.-</u> PROYECCION DE LAS NECESIDADES DE CONEXIONES TELEFONICAS RESIDENCIALES	
3.1 Representación del ingreso	22
3.2 Concepto de ingreso umbral del mercado elemental	32
3.3 Modelo para la demanda media de mercado	34
3.4 Proyección del modelo	38
3.5 Conclusiones y recomendaciones	48
<u>CAPITULO CUARTO.-</u> SUGERENCIAS PARA LA PROYECCION DEL SECTOR COMERCIAL.	
4.1 Introducción	50
4.2 Un ensayo con el modelo del insumo-producto	52
4.3 Conclusiones y discusión	64

CAPITULO QUINTO.- APLICACION DEL MODELO PARA LA PROYECCION
DE LA DEMANDA TELEFONICA RESIDENCIAL.

5.1	Introducción	66
5.2	Cálculo y ajuste de los datos de la distribución de <u>in</u> gresos familiares.	68
5.3-	Ajuste y Proyección del ingreso mediano y dispersión logarítmica	76
5.4	Proyección de la densidad telefónica	82
5.5	Comentarios	88

Escuela Superior Politécnica del Ingeniero
Dpto. de Ingeniería Eléctrica
BIBLIOTECA
ELEC-017

RESUMEN

El presente trabajo constituye un nuevo paso hacia el problema de demanda de conexiones Telefónicas Urbanas. Su objetivo es dar repuesta a los interrogantes propios de un estudio de demanda y a portar nuevos antecedentes a una de las etapas básicas de la planificación de Sistemas de Telecomunicaciones, en este caso el servicio telefónico.

Presenta nuevas bases y fundamentos, lo cual le ha dado una al ta confiabilidad en la determinación y proyección de la demanda, ya que se basa en factores socio-económicos reales, en los cuales sus bases están dados por criterios estadísticos y económicos acerca - del comportamiento de la población en estudio.

Comprende en sí los etapas básicas, la una, que es la estimación propiamente dicha de las necesidades de servicio telefónico, y la segunda es la proyección de estas necesidades para 5 y 10 años plazo.

El trabajo se ha dividido en cuatro capítulos de los cuales - los dos primeros se los considera básicos para el entendimiento del estudio. El primer capítulo son consideraciones generales del mercado telefónico, tales como su definición y en que parte de este - campo estamos trabajando, aquí se hace un alcance del trabajo y sus limitaciones, además se plantea una cierta metodología matemática - para determinar cual es la variable más relevante para el estudio - de demanda.

El segundo capítulo comprende la estimación de las necesidades de conexiones telefónicas, se presenta ciertas consideraciones sobre los métodos de estimación llamados tradicionales, para luego -

presentar una metodología, la estimación por muestreo de la población, la cual ha dado buenos resultados con un alto grado de confiabilidad para determinar la demanda insatisfecha. Aquí se hace hincapié acerca del cuestionario necesario para este muestreo, para hacer por último un análisis del mercado telefónico, o sea la obtención de la densidad telefónica muestral.

El tercer capítulo, comprende la proyección de las necesidades residenciales a 10 años plazo; primeramente se hace un estudio de la variable ingreso y se determina su tendencia. Se presenta el concepto de ingreso umbral de mercado y su importancia para la proyección, determinando la demanda media del mercado telefónico. Por último, por medio de proyecciones obtenemos los valores máximos de la demanda media de mercado para cada año de la proyección.

En el cuarto capítulo, se presentan dos sugerencias para la proyección del mercado telefónico, La primera se basa en la parte de la encuesta misma, de donde se obtiene ciertas conclusiones fundamentales. La segunda parte comprende un ensayo con el modelo matemático insumo-producto. Se hace hincapié acerca de los conceptos fundamentales para la obtención de los parámetros del modelo y su relación con el sector telecomunicaciones. Para por último sugerir la importancia de dicho modelo en la planificación de las telecomunicaciones.

Lamentablemente todo este trabajo es teórico, por falta de datos mismos (o sea, la encuesta propiamente dicha); pero su importancia radica en la presentación de una cierta metodología que puede ser aplicada en los países en desarrollo, en este caso en el Ecuador. Como última acotación puede decirse que algunas conclusiones están sujetas a una verificación más completa y detallada que puede hacerse sobre ciertos tópicos del modelo mismo.

CAPITULO I

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
Dpto. de Ingeniería Eléctrica
BIBLIOTECA
Inv. No. ELEC-014

CONSIDERACIONES GENERALES.-

Se afirma con justificada razón, que las telecomunicaciones son el sistema nervioso de un país, un instrumento indispensable de gobierno, una herramienta esencial de la actividad económica, cultural y social.

El proceso de desarrollo económico se caracteriza en general por un crecimiento de la interdependencia de los sectores que conforman la estructura económica. Y esto se debe a que a medida que la economía se desarrolla surge la diversificación de las actividades económicas. Considerada la industrialización de los factores de producción, un aumento de esta última trae necesariamente una mayor interdependencia entre todos los participantes de la economía.

Las telecomunicaciones constituyen un núcleo vital para interrelacionar todos los sectores en un conjunto único y son elementos fundamentales que permite el funcionamiento armónico de la economía.

Pero, no es solo en los aspectos relativos a la actividad económica que las telecomunicaciones tienen su real importancia. También son un medio básico de integración nacional, permitiendo una agilización de las decisiones gubernamentales.

Todos estos sectores, reconocidos por la mayor parte de los países (si no por todos ellos) ha significado darle a los sistemas de telecomunicaciones una alta prioridad respecto de otros sectores de la economía para su modernización y desarrollo.

En el sistema telefónico, el criterio seguido por las Compañías

concesionarias del servicio no ha sido congruente con lo que se de searía para un desarrollo armónico de las telecomunicaciones. Carece en su planificación de un estudio de demanda adecuado que permita guiar los planes de inversión de un modo que asegure un beneficio real del servicio. Esta falta de planificación proviene de que las Compañías han asegurado márgenes de retorno, sin preocuparse del be neficio socio-económico que este servicio representa.

Una de las etapas básicas del proceso de planificación es el estudio de mercado. En el caso de las telecomunicaciones, este pre senta características especiales que lo hace diferente al resto de los servicios. Por ello no resulta adecuado emplear herramientas tradicionales y se hace necesario plantear métodos dirigidos especialmente a este sistema. La finalidad de esto es obtener una configuración detallada de las necesidades para poder planificar adecuadamente la forma de satisfacerla.

DEFINICION DE MERCADO TELEFONICO Y SUS SECTORES.-

Si se tiene una zona geográfica, se lo define como un conjunto de todas las unidades consumidoras elementales (UCE) que tienen o podrán llegar a tener una o más conexiones telefónicas.

Atendiendo a la naturaleza económica de las unidades consumidoras elementales se pueden distinguir entre abonados residenciales y abonados comerciales.

Un abonado telefónico residencial es aquel que usa su teléfono exclusivamente para fines directamente ligados a la vivienda que él y su familia habitan. La unidad consumidora elemental de teléfono residencial es la vivienda.

El sector residencial del mercado telefónico está formado por todas las unidades viviendas que hay en la zona cubierta por el estudio, es decir por todos los abonados residenciales actuales, probables e improbables en dicha zona.

Un abonado telefónico comercial es aquel que usa su teléfono principal o exclusivamente como auxiliar de una actividad económica ubicada en el mismo recinto que el teléfono. La unidad consumidora elemental de teléfonos comerciales es de el negocio.

El sector comercial está formado por todos los negocios que hay en la zona cubierta por el estudio, es decir por todos los abonados comerciales actuales, probable e improbable en dicha zona.

EL CONCEPTO DE DEMANDA.-

Se ha dicho que un marco conceptual de un modelo de demanda de

be tener en cuenta la teoría de consumo. Tal es el objetivo central del presente estudio, o sea enfocar el problema de demanda telefónica bajo ciertas condiciones.

Esas condiciones son ciertos factores que inciden en la determinación de la demanda de conexiones y son:

- a.- El precio del servicio en relación al ingreso de la unidad monetaria elemental y al sistema general de precios.
- b.- Las características idiosincráticas de los consumidores, es decir la forma como ellos deciden su presupuesto de gasto dado los precios, ingresos, situación tecnológica y otros factores socio-económico relevante. Aún suponiendo que la idiosincracia del mercado es aproximadamente invariante durante períodos cortos (5 años, máximo 10 años), tanto el precio del servicio telefónico como el nivel de su tecnología afectan sustancialmente la demanda. Por otro lado aunque si bien aún no ha sido demostrado objetivamente, es probable que la expansión telefónica tenga efectos significativos, sobre el estado socio-económico de la zona lo que a su vez también probablemente incide sobre la demanda.

Por la complejidad del problema, este estudio tratará bajo la suposición de invariancia de los precios del servicio en el sistema general de precios y además suponiendo que el nivel tecnológico no se altera sustancialmente durante el período de planificación.

Tomando en cuenta estos supuestos, se puede definir, la demanda de conexiones telefónicas en el sector residencial que consiste en la suma de:

- a.- La demanda satisfecha, que es el número de viviendas que a e-

sa fecha no tienen teléfono que se indique tiene uno o más te
léfono en servicio.

- b.- La demanda insatisfecha, que es el número de viviendas que a e
sa fecha no tienen teléfono, pero lo desean y pueden costearlo desde ese momento a los precios de instalación y uso en vigencia.

La demanda en el sector comercial está dada por la suma de:

- a.- La demanda satisfecha, que es el número de teléfonos principales en servicio a la fecha indicada.
- b.- La demanda insatisfecha, que es el número de teléfonos principales, que a esa fecha, los negocios no poseen pero desean tener y son capaces y están dispuestos a costear desde ese momento a los precios de instalación y arriendo en vigencia.

La demanda insatisfecha se puede descomponer en:

- i.- Demanda insatisfecha expresada, que es aquella registrada como solicitudes pendientes a la Empresa Telefónica.
- ii.- Demanda insatisfecha oculta, que es aquella que no se encuentra registrada por las Empresas que dan el servicio.

Las razones de la existencia de esta demanda insatisfecha ocul
ta se debe: A que en diversos países se encuentra que la oferta o disponibilidad de conexiones telefónicas es muy inferior a la deman
da, aún si se considera solamente la demanda de consumo (es decir a a
quella que no es ni esencial ni productora), síntomas usuales de es
ta situación son las siguientes:

- i.- Número de solicitudes pendientes (es decir la lista de espera) no es insignificante comparado con el número de teléfonos en servicio.
- ii.- Una proporción de estas solicitudes llegan a tener varios meses de antigüedad.
- iii.- Como consecuencia, una parte sustancial de la demanda permanece oculta no dando lugar a solicitudes computadas en la lista de espera.

La posibilidad de que haya un factor de ocultamiento (demanda insatisfecha total dividida por la demanda insatisfecha) superior a la unidad prescribe enteramente el uso de estadísticas de demanda insatisfecha más insatisfecha expresada como si fueran estadísticas de demanda total.

Pero, cuales son las causas declaradas por la que ocurre ocultamiento en la demanda insatisfecha; como ejemplo tomemos el caso de Santiago de Chile, que en 1967 se encontró que la principal causa declarada del ocultamiento era el no ser propietario de la casa en que el interesado vivía, no habiendo garantías adecuadas de que pudiese obtener traslado del servicio al mudarse; la segunda importante razón declarada era la demora excesiva conocida en proveer el servicio si se solicitaba. En general alrededor del 28% de la demanda insatisfecha total se ocultaba por razones directamente imputables a la falta de oferta y mal servicio de la Empresa de Teléfonos. Conviene hacer notar que el 46% de la demanda insatisfecha total se ocultaba por razones ajenas a la Empresa.

FACTORES SOCIO ECONOMICOS QUE INCIDEN EN LA DEMANDA DE CONEXIONES.-

Para obtener los factores socio-económicos que inciden en la

demanda de conexiones telefónicas se debe partir primeramente a base de datos sobre la situación socio-económico de las unidades consumidoras elementales y esta información es obtenida por medio de una encuesta sobre una muestra de la población en estudio.

El método a seguir para el estudio de la muestra está dado en el capítulo II, por lo tanto, nos limitaremos a las siguientes conclusiones:

Se puede tomar tantas variables como se crean que sean necesarias pero la experiencia ha demostrado que las siguientes variables son las más relevantes:

Para el sector Residencial

Ingreso bruto familiar total
Ingreso bruto del jefe de hogar
Ingreso por capital

Para el sector Comercial

Número de personas en el negocio
Actividad económica del negocio

Clase social (indicada por el nivel ocupacional del jefe del hogar).

Para luego hacer una jerarquización de las variables que inciden en la demanda. El objetivo es de analizar que variables explican mejor la demanda de teléfonos y poder hacer comparaciones con trabajos posteriores a este respecto, ver si el comportamiento luego de un tiempo sigue siendo el mismo con respecto a demandas reales, potenciales, expresadas u ocultas, y además ver si las variables que explican se mantienen a medida que pasa el tiempo.

El análisis a hacer con estas variables, es hacer pruebas de hipótesis en relación a su influencia con el atributo telefónico (o sea el de poseer o no poseer el servicio telefónico).

Si bien existen herramientas paramétricas fuertes para la prueba de hipótesis, es preciso decir que ellas exigen que la población

sea Multivariante normal, lo que no tiene porque ser cierto con respecto al atributo telefónico. Para obviar este problema se usan los métodos no paramétricos, o sea la prueba de independencia de chi-cuadrado.

Para eso planteamos la hipótesis de nulidad que es:

H_0 : No existe relación de dependencia entre el atributo telefónico y cualquiera de las variables tomadas en consideración.

La hipótesis nula puede probarse por medio de:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^K \frac{O_{ij} - E_{ij}}{E_{ij}} \quad (1.1)$$

Siendo:

- r = Número de filas o renglones de la tabla de contingencia.
- K = Número de columnas de la tabla de contingencia.
- O_{ij} = Valor observado de casos clasificados en la fila i de la columna J .
- E_{ij} = Valor esperado según " H_0 " que clasificarán en la fila i de la columna " J ".

Los valores de χ^2 dados en la fórmula (1.1) son distribuidos aproximadamente como chi-cuadrado con $\alpha = (r-1)(K-1)$ grados de libertad.

Si un valor observado de χ^2 es igual o mayor a aquel que se encuentra tabulado en un nivel particular de significación y para $\alpha = (K-1)(r-1)$, H_0 puede rechazarse en ese nivel de significación.

Por lo tanto aquella variable que dé el más alto valor de calculado y que rechace la hipótesis de nulidad, será la que mejor explique la demanda telefónica.

Interesará, a continuación analizar si entre estas variables existe alguna relación de dependencia, ya que si estamos haciendo pruebas independientes para las variables y se explican entre ellas, quiere decir, que tomando solo una de éstas, explicaremos la demanda. Para esto, podremos hacer un cruce entre las variables, es decir la influencia de cada una sobre las demás.

La experiencia ha demostrado, que si bien las cuatro variables explican la demanda telefónica, para el sector residencial la variable que es más predominante, es el ingreso del jefe del hogar (en general el Ingreso) es interesante considerar que el ingreso tiene un nivel de medición más alto que los demás e incluso es continuo, lo que permite una mejor utilización de esta variable en vez de las otras.

PLANTEAMIENTO GENERAL DEL PROBLEMA Y OBJETIVOS CENTRALES DEL ESTU -
DIO.-

Este trabajo pretende estudiar el mercado telefónico actual y predecir cual será la demanda de conexiones en un determinado período.

Para ésto se indica más adelante cuales son las partes principales de éste.

Tiene en su contenido un punto de vista que es el ya citado y luego, otro que analiza en forma objetiva algunas variables socio-económica que explican la generación de demanda.

Al analizar la variable ingreso, debe tenerse en cuenta algo importante, la estimación por encuesta trae consigo problemas de veracidad o falsedad de las respuestas dadas. La variable ingreso es de todas la que más se presta a ser modificada por el entrevistado por motivos obvios.

De todos modos es posible que en una encuesta bien planeada y que otorgue seguridad al entrevistado, estas respuestas no están lejos de la realidad. Esta es una limitación que es preciso tener en cuenta dado que este estudio está basado en la estimación por encuesta.

Con todos esto resultados que se vayan obteniendo, se plantea entonces un modelo de demanda actual que se refiere a obtener modelos matemáticos, curvas analíticas que relacionen por ejemplo, densidades telefónicas y la variable que aparesca como la más significativa, que en este caso viene a ser el ingreso.

Por último cabe citar como razón de este análisis, el hecho de

que cada día la planificación toma mayor importancia, sobre todo en países de escasos desarrollo. Este estudio pretende aportar herramientas a la planificación de sistemas de telecomunicaciones y en particular al sistema telefónico.

CAPITULO II

ESTIMACION DE LAS NECESIDADES DE CONEXIONES TELEFONICAS.-

Solo en los últimos años ha alcanzado cierto vuelo el estudio de la metodología para determinar las necesidades de conexiones telefónicas de una zona o de un país por métodos que no requieren basarse en largas series históricas de demanda en la zona o país considerado. Probablemente esto es atribuible a dos razones:

Por un lado, en los países menos avanzados económicamente los sistemas telefónicos han sido tan deficientes que cualquier expansión factible para el país no llegaba a cubrir la demanda existente y la estimación precisa de ésta no era, entonces, un problema de urgencia; por otro lado, en los países de sistemas telefónicos avanzados de demanda podía estimarse en cada instante como aproximadamente igual a la suma de la demanda satisfecha más la demanda insatisfecha, en cual caso se puede tener una proyección de cierta confianza a corto y mediano plazo usando métodos de extrapolación de la tendencia de la demanda o mediante modelos no muy complejos derivados del análisis multivariante de la demanda y de ciertos factores que se correlacionan con ella.

Sin embargo, cuando el mercado telefónico está limitado por la oferta, la demanda no queda bien aproximada por la suma de las demandas satisfecha más la insatisfecha expresada. En tales condiciones las series históricas de existencias reflejan solo la política de inversión de los proveedores del servicio, y aun agregándole las solicitudes pendientes en cada ocasión se llega a una cifra que puede subestimar fuertemente la demanda final.

A pesar de ésta y otras razones que prescriben el uso de aquellos métodos "tradicionales" en países o zonas en vías de desarrollo dichos métodos aun parecen ser los únicos utilizados con cierta

frecuencia en la preparación de planes de desarrollo en los casos en que no se precede a base de simple intuición basada en la experiencia local o extranjera. Por este motivo presentaremos una síntesis de los métodos tradicionales de estimación de las necesidades junto con una discusión sobre su validez.

El método de extrapolación de la tendencia.- Consiste en extender en el tiempo, gráfica o analíticamente aproximaciones simples a series históricas de datos sobre la demanda, estas series pueden ser de número de teléfonos, densidades u otros indicadores de la demanda.

El método de comparación.- Utiliza el concepto de analogía sea entre diferentes zonas o países en diferentes fechas, sea entre diferentes zonas o países en igual fecha. Apoyada por la experiencia que señala que las existencias o a veces las demandas de teléfonos en diversos países parecen todas haber crecido según una tendencia inicial exponencial, que se supone que se pueden superponer curvas de crecimiento de diferentes países mediante desplazamiento de la escala del tiempo.

El método que utiliza el análisis multivariante, utiliza como variable independiente a indicadores de diversos aspectos del estado de la sociedad y su economía. Además, naturalmente se incluye el factor precio y ocasionalmente el factor tiempo para tomar en cuenta tendencias en los gustos y prioridades de los consumidores.

Tenemos además el método de inspección visual, que consiste en que un inspector observe exteriormente la vivienda o negocio y decida subjetivamente si requiere teléfono o no. En forma más elaborada el inspector clasifica a cada vivienda en un tramo de valor tasable probable (de la vivienda) y luego se decide a partir de que nivel de valor tasable existe demanda.

Si bien los métodos tradicionales son útiles en ciertas circunstancias, ellos no son en general aplicables a países o zonas en vías de desarrollo, por las razones siguientes:

Ya que no toman en cuenta la posibilidad de cambios significativos en la marcha de la sociedad; en efecto, no hay manera de incluir el efecto de una aceleración de la industrialización o de la urbanización, una redistribución importante de la renta, cambios significativos en la migración interna del país, etc.

No existe ningún fundamento causal que permita postular que todos los sistemas telefónicos crecen de igual manera en diferentes épocas y condiciones; porque al establecer que dos países o zonas son análogas es tarea imposible tanto por los aspectos a los cuales dicha analogía debe atender no están definidos como porque en general el proceso de desarrollo es históricamente muy particular y no una etapa obligada en la marcha hacia la sociedad deseada.

Además, el método de inspección visual es bastante confiable para estimaciones de demanda actual y su proyección a muy corto plazo (digamos 1 año) siempre que se trate de una zona donde el servicio es bien conocido desde hace mucho tiempo y donde los inspectores pueden tener largas experiencias en el desarrollo de la respectiva red. Las objeciones principales son:

Que el método es muy caro, que el resultado depende mucho del criterio individual del inspector y no que no da elementos de juicio para proyectar más allá de un año.

ESTIMACION DE LAS NECESIDADES ACTUALES.-

El análisis de la composición de la demanda permite identificar una serie de factores que aparecen como determinantes de ella, y sobre esta base se puede plantear métodos econométricos aceptables para proyectar las variaciones probables de la demanda a lo largo del tiempo en función de los valores esperados de las variables condicionantes.

La correcta estimación de la demanda actual, constituye la base sobre la cual se construye todo el plan telefónico fundamental.

- a.- Todas las posibles unidades consumidoras están familiarizadas con el teléfono y están concientes de los beneficios que se derivan de su disponibilidad.
- b.- El desarrollo económico está retrazado respecto al avance social y económico del país o región.
- c.- El objetivo del plan de desarrollo es mejorar el sistema hasta hacerlo compatible con la situación socio-económico imperante.

De los postulados y las interpretaciones señaladas, se desprende que una encuesta a la totalidad de las unidades consumidoras de la zona en estudio es una forma confiable de determinar la demanda insatisfecha.

La muestra se determina inicialmente poniendo valores mínimos de requerimientos en la bondad de la información. Si en un momento inicial la muestra excede largamente de los recursos disponibles, será necesario ajustar el tamaño muestral a los recursos de que se disponga.

Esta se puede obtener de diferentes maneras; pero a continuación daremos un método que ha tenido mucho éxito en la estimación de la demanda en otros países.

Este se obtiene por intermedio de un muestreo estratificado por conglomerado en dos etapas, que consiste en:

- a.- Empadronar inicialmente todas las manzanas o grupos de 2 ó 3 manzanas que conformen unidades primarias (UP) de la ciudad o zona telefónica y luego de empadronadas, sortear un número de ellas previamente determinado por consideraciones de costo en forma aleatoria simple.
- b.- Hasta aquí, la primera etapa del muestreo; la segunda etapa consiste en empadronar todos los hogares (UC) de las manzanas seleccionadas (o negocio según sea el sector considerado) y de estos hogares se elige un número igual al número de encuestas previamente determinado. La forma de seleccionar los hogares es mediante la aplicación del método de muestreo sistemático con arranque aleatoria. Este consiste en generar un número aleatorio que corresponda a algún hogar de la muestra y a partir de esta, se van obteniendo los demás mediante un coeficiente que se va sumando al número generado hasta completar el tamaño muestral elegido.

La muestra debe ser diseñada por Ingenieros del Instituto Ecuatoriano de Telecomunicaciones con asesoría de expertos de Estadística y debe ser realizada por una Empresa experta en el estudio de Demanda.

Toda esta información, luego de ser recogida las encuestas será codificada de acuerdo a criterios pre-establecidos por los diseñadores para luego ser procesada en cualquier máquina matemática.

En todo caso es indispensable tener presente que aun en casos aparentemente sencillos, el diseño muestral es una labor que deben necesariamente ser hecha por especialistas experimentados que cuenten además con una sólida básica teórica en que fundamentar el diseño.

Como segunda parte de la estimación de la demanda, es el diseño del cuestionario y su realización. La encuesta propiamente tal consiste en una entrevista que se realiza a cada unidad consumidora sean estas viviendas o negocios. La entrevista se conduce a base de un cuestionario cuidadosamente preparado y probado.

El diseño del cuestionario es, después del diseño muestral el principal factor determinante del éxito del proceso de estimación - por encuesta de muestra.

Como el cuestionario está íntimamente ligado a la información precisa que se desea obtener, es necesario que el usuario de la encuesta participe activamente en su diseño.

Debe observarse, que cualquier pregunta sobre el ingreso familiar necesario para la proyección de la demanda residencial debe ser la última del formulario. Esto es conveniente porque con mucho es la pregunta más indiscreta o molesta de toda la serie y su colocación anticipada puede conducir a impedir obtención de resto de la información en algunos casos.

En general y dentro de cierto límite, el costo de la encuesta no depende del número de preguntas, por ello puede ser conveniente agregar preguntas que, si bien no son necesarias para estimar la demanda, la demanda actual permite analizar algo sobre la constitución de la demanda y aportar así nuevos antecedentes útiles, sea para la asignación de prioridades, sea para mejorar los métodos de proyección.

ANÁLISIS DEL MERCADO TELEFÓNICO.-

Una vez de haber sido obtenido toda la información, procederemos a hacer el análisis de mercado telefónico:

SE OBTIENE LOS SIGUIENTES DATOS:

- Número total de encuestas
- Número de abonados Reales
- Número de abonados Potenciales

Obtenemos las respectivas densidades muestrales en 0/1 por medio de:

$$p = \frac{\text{NUMERO DE ABONADOS}}{\text{NUMERO TOTAL DE ENCUESTAS}}$$

Lo importante es determinar un intervalo de confianza donde - cierto que se encuentra el valor de la densidad poblacional a un - cierto nivel de confianza.

SI DEFINIMOS:

- \hat{p} = Densidad telefónica poblacional.
- p = Densidad telefónica muestral
- q = $1 - p$
- n = Tamaño muestral.

Tenemos el intervalo donde está \hat{p} de la siguiente manera:

$$p - z_{\alpha} \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}} < \hat{p} < p + z_{\alpha} \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}} \quad (2.1)$$

Donde:

Z varía según el nivel de significación.

Este cálculo se cumple cuando la muestra es aleatoria simple: Pero como estamos considerando un muestreo estatificado por conglomerado; para salvar este problema se puede realizar una prueba de aleatoriedad de la muestra. Se trata de obtener la densidad telefónica mediante el estimador de totales correspondientes al muestreo estatificado que es:

$$Y = \sum_{h=1}^{h=1} \frac{M_h}{m_h} \sum_{j=1}^{j=m_h} \frac{N_{hj}}{n_{hj}} \sum_{i=1}^{i=n_{hj}} Y_{hji} \quad (2.2)$$

para el total de teléfonos u hogares, donde $Y_{hji} = 1$ e 0 si hay o no teléfono en la casa y de la manzana en el sector h (1 , si se refiere al total de hogares).

n_{hj} = Número de casas encuestadas en la manzana j del sector h .

N_{hj} = Número de casas en la manzana j del sector h .

M_h = Número de manzanas en el sector h .

m_h = Número de manzanas en la muestra para el sector h .

\hat{Y} = Total de teléfonos en la localidad (ó total de hogares).

El cociente del total de teléfono y el total de hogares nos dará un valor para la densidad real telefónica que debe estar comprendido entre los límites del intervalo de confianza a un nivel predeterminado de significación, para que podamos considerar los dos muestreos como similares en el análisis.

CONCLUSIONES.-

La metodología expuesta para estimar por encuesta la demanda actual de conexiones telefónicas ha demostrado en la práctica dar resultados útiles a la vez que consistente con la experiencia nacional o local.

Por "útil" se quiere decir que provee una forma clara y sistemática de resolver un problema para el cual los métodos tradicionales han demostrado ser inaplicables.

Finalmente señalaremos una crítica a que está abierta esta metodología de estimar la demanda actual.

Hay quienes no creen que las encuestas de muestras sirven para determinar la demanda. Esto solo puede entenderse en dos sentidos.

- a.- Que consideran que el método de muestreo no es válido, ó
- b.- Que consideran que las respuestas al cuestionario son deficientes de las que ocurrirían si se deja a los interesados libres a su propia iniciativa, pero se elimina la limitación de oferta que causa el ocultamiento. La primera objeción no parece aceptada, dado que el muestreo es una ciencia bien desarrollada y aceptada si se utiliza correctamente como se ha indicado.

La segunda objeción es difícil de rebatir excepto con el siguiente argumento; si se analiza las entrevistas, la proporción de casos dudosos es pequeña, es decir hay pocas familias o negocios que dicen demandar teléfono aún teniendo rentas muy modestas.

CAPITULO III

PROYECCION DE LAS NECESIDADES DE CONEXIONES TELEFONICAS RESIDENCIA
LES URBANAS.-

Una vez determinada la demanda actual de conexiones telefónicas la proporción de un plan fundamental de desarrollo telefónico requiere proyectarla año a año a corto plazo.

Se ha determinado además que la variable que más incide sobre la demanda de conexiones telefónicas es el ingreso familiar. El modelo que se presenta ahora, se basa en postular que la demanda de conexiones Residenciales está determinada solamente por el ingreso familiar total.

REPRESENTACION DEL INGRESO.-

La variable ingreso es por naturaleza, una de las variables más difícil de obtener y es probable que algún porcentaje de las respuestas a ella sea incorrecto.

Existen algunas formas tentativas de corrección o verificación a saber:

- a.- Nivel mínimo de consumo.- Se trata de obtener para cada UCE su nivel mínimo de gastos mensuales y este compararlo con el nivel de ingreso declarado. Si este es menor que el calculado, entonces, evidentemente la repuesta es mala. De esta forma se podrían eliminar encuestas que proporcionen datos falsos acerca del ingreso familiar.

El problema es que este método proporciona una corrección solo por cota inferior y nada dice de cual es el error superior que se está cometiendo en encuestas que aceptemos. Por esta razón este método no debe ser considerado

- b.- Comparación de las distribuciones acumuladas de ingresos con alguna distribución teórica.

Estudios acerca de distribuciones de ingresos realizados en Estados Unidos y algunos países de Europa, han demostrada que la distribución de ingreso es bien representada por una curva log-normal*. En otras palabras el logaritmo del ingreso se representa por una función normal.

La expresión de la distribución acumulada de los ingresos (y) es de la siguientes forma:

$$H(y) = \int_{y=-\infty}^y \frac{1}{y\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\log y - \log \xi)^2} dy \quad (3.1)$$

donde σ y ξ , parámetros de la distribución log-normal son respectivamente la dispersión logarítmica y la mediana. Siendo la tensión densidad.

$$h(y) = \frac{d}{dy} H(y) \quad (3.2)$$

- * Estudio realizados en Chile, a dado una buena representación la distribución log-normal para el ingreso, en vista de lo cual, asumimos lo mismo para el Ecuador.

asimétrica, con la moda desplazada hacia el origen (esta es una característica análoga a la observada típicamente en distribuciones de ingresos).

La variable ingreso para su estudio, se ha de dividir según Sturges*. Esta división que empíricamente se ha encontrado, maximiza la potencia de las pruebas no paramétricas. La división tiene la siguiente forma:

$$\text{número de clases} = 1 + 3,3 \log_{10} n \quad (3.3)$$

Donde:

n = número de encuestas

De esta manera se obtiene una división en clases para la variable ingreso que nos asegura, empíricamente una buena utilización de la información. Por lo tanto podemos obtener ahora las frecuencias relativas acumuladas de los ingresos (simbolizadas por $H(y)$).

Primeramente encontramos las frecuencias relativa de los ingresos

$$h_i = \frac{n_i}{\sum_{i=1}^m n_i} \quad (3.4)$$

Siendo:

m = número de clases

n_i = Frecuencias absolutas

$\sum_{i=1}^m n_i$ = número de observaciones

* Sturges, matemático a quien se debe esta ecuación empírica para encontrar el número de clases (número de tramos de una distribución).

(Entonces, las frecuencias relativas acumuladas de los ingresos es:

$$H_i(y) = \sum_{i=1}^m h_i \quad (3.5)$$

Nos queda ahora, el ajuste de un modelo a esta distribución de datos observados, y esto equivale a estimar los parámetros del modelo de manera que según algún criterio el modelo se aproxime a las observaciones tanto como sea posible y que las diferencias entre ambas no sea estadísticamente significativas.

Una forma de estimar los parámetros σ y μ del modelo log-normal consiste en transformar las variables de modo que el modelo se represente por una línea recta; en tal plano de coordenadas se representan los valores observados y luego se puede ajustar a ellos una recta por el criterio de los mínimos cuadrados.

Este ajuste se logra mediante los siguientes pasos:

- a.- Deben tomarse como abscisa los valores máximos de cada tramo de la distribución acumuladas de los ingresos.
- b.- Para cada y entrado a la distribución anterior, se determina la abscisa $U(y)$ de la normal acumulada $N(0,1)$ de modo que $N(0,1) = H(y)$ para ese valor de y
- c.- Para los mismos y se calcula $\log y$
- d.- A los pares de valores $[U(y) ; \log y]$ se le ajusta una recta por el método de los mínimos cuadrados.

El punto (b) se basa en que si a la distribución log-normal le

hacemos un cambio de variables, obtendremos:

$$H(y) = \int_{y=-\infty}^y \frac{1}{y\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} (\log y - \log \xi)^2} dy$$

$$u = \frac{\log y - \log \xi}{\sigma} \quad ; \quad du = \frac{1}{y\sigma} dy$$

$$y = -\infty \quad ; \quad u = -\infty$$

$$y = y \quad ; \quad u = u$$

sustituyendo en la ecuación (3,1) nos queda

$$H(y) = \int_{u=-\infty}^u \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} du \quad (3.6)$$

la cual simplemente es la distribución normal acumulada $N(0,1)$ que se halla tabulada en muchos textos.

El cálculo para el punto (d) se basa en:

Teniendo los valores $[U(y) ; \log y]$, abscisa y ordenada respectivamente, le ajustamos una recta por el método de regresión simple o sea donde intervienen dos variables; una dependiente o predictando y otra independiente o predictor. Entonces es necesario calcular los parámetros o coeficientes de regresión de dicha recta.

Sea la recta estimada.

$$\hat{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta} x \quad (3.7)$$

Donde:

$$Y_i = \log y$$

$$X_i = U(y)$$

Se tiene además que el método de los mínimos cuadrados, cumple con la condición de minimizar la siguiente expresión:

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (3.8)$$

y_i = valor observado

\hat{y} = valor estimado o calculado por la ecuación de regresión

n = número de observaciones

esto se logra por medio de: que las derivadas parciales de la suma con respecto a $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ deberán ser iguales a cero. Podemos escribir entonces:

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta} x_i)^2$$

De modo que:

$$\frac{\partial}{\partial \hat{\alpha}} \sum_{i=1}^n e_i^2 = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta} x_i) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial \hat{\beta}} \sum_{i=1}^n e_i^2 = -2 \sum_{i=1}^n x_i (y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta} x_i) = 0$$

simplificando estas dos ecuaciones se obtiene el sistema clásico de ecuaciones normales para una línea recta

$$\sum_{i=1}^n y_i = n \hat{\alpha} + \hat{\beta} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.9)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = \hat{\alpha} \sum_{i=1}^n x_i + \hat{\beta} \sum_{i=1}^n x_i^2 \quad (3.10)$$

Con los valores conocidos de las observaciones muestrales, se tiene un sistema de dos ecuaciones simultáneas que pueden resolverse con respecto a $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$. Por otra parte si dividimos la primera de las ecuaciones (3,9) por n obtendremos,

$$\hat{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta} \bar{x} \quad (3,11)$$

Conviene representar por letras minúsculas las desviaciones respecto a la media, o sea

$$x_i = x_i - \bar{x} \quad y_i = y_i - \bar{y} \quad \hat{y}_i = \hat{y}_i - \bar{y}$$

tenemos otra forma de escribir la ecuación de la línea mínimo cuadrática a saber

$$\hat{y} = \hat{\beta} \hat{x}$$

Además el residuo e_i se puede indicar por

$$e_i = y_i - \hat{y}_i = y_i - \hat{\beta} x_i$$

de forma que la suma de los cuadrados de los residuos es

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\beta} x_i)^2 \quad (3,12)$$

minimizando esta última expresión con respecto a $\hat{\beta}$ resulta

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \quad (3,13)$$

y $\hat{\alpha}$ se obtiene entonces mediante la condición de que la línea pase por el punto que tiene por coordenadas las dos medias, es decir

$$\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta} \bar{x} \quad (3.14)$$

Así de este modo hemos obtenido las estimaciones de los parámetros mínimo cuadrado.

Es necesario especificar si existe asociación entre las variables consideradas y en que medida lo están, esto se logra por medio del coeficiente de correlación de Pearson, el cual nos indica el grado de asociación entre las variables. Se lo define de la siguiente manera:

$$r = \frac{\sum xy}{\sqrt{(\sum x^2)} \sqrt{(\sum y^2)}} = \frac{n \sum xy - (\sum x) (\sum y)}{\sqrt{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \sqrt{n \sum y^2 - (\sum y)^2}} \quad (3.15)$$

Además, el cuadrado del coeficiente de correlación, llamado a veces coeficiente de determinación es igual a la proporción de la variancia de Y explicada por la influencia lineal de X. De lo cual el máximo valor de r será la unidad, es decir cuando todas y cada una de los e_i son cero, de forma que los puntos en el diagrama de dispersión se encuentran sobre una línea recta.

De la ecuación de la recta estimada:

$$y = \hat{\alpha} + \hat{\beta} x_i \quad \text{ó} \quad U(y) = \hat{\alpha} + \beta \log y \quad (3.16)$$

obtenemos por analogía con la ecuación

$$U(y) = \frac{1}{\sigma} \log y - \frac{1}{\sigma} \log s \quad (3.17)$$

la dispersión logarítmica que es igual al recíproco del coeficiente angular

$$\sigma = \frac{1}{\hat{\beta}} \quad (3.18)$$

y la mediana se obtiene, haciendo $U(y) = 0$

$$\begin{aligned} 0 &= \hat{\alpha} + \hat{\beta} \log \hat{s} \\ \hat{s} &= \text{antilog}^{-\frac{\alpha}{\hat{\beta}}} \end{aligned} \quad (3,19)$$

Nos queda, por último hacer la prueba de la bondad de ajuste.

La bondad de ajuste se hace probando la hipótesis nula H_0 siguiente:

H_0 = Si las observaciones corresponden a una muestra aleatoria simple ella ha sido extraída de una población objetivo cuya distribución es la dada por el modelo.

Se puede probar esta hipótesis mediante la prueba no paramétrica de Kolmogorov-Smirnov para una sola muestra, ésta se interesa en el grado de acuerdo entre la distribución de un conjunto de valores de la muestra (puntajes observados) y alguna distribución teórica - específica. Se determina el punto en el que ésta dos distribuciones la teórica y la observada muestran la mayor divergencia.

Para esto obtenemos los valores acumulados y observados de $H(y)$ luego se determina la máxima diferencia entre ambas distribuciones, o sea

$$\text{Máxima desviación} = D = \{ H(y)_c - H(y)_{ob} \} \quad (3.20)$$

Si la muestra es decir el número de encuesta s de las cuales se obtuvo la distribución empírica es de tamaño n , entonces existe $\alpha = 5\%$ de obtener D_{\max} .

$$D_{\max} = \frac{1.36}{\sqrt{n}} \quad \text{si } H_0 \text{ es verdadera y} \quad (3.21)$$

$\alpha = 1\%$ de obtener

$$D_{\max} = \frac{1.63}{\sqrt{n}} \quad \text{si } H_0 \text{ es verdadera} \quad (3.22)$$

Ahora si:

$$D < D_{\max}$$

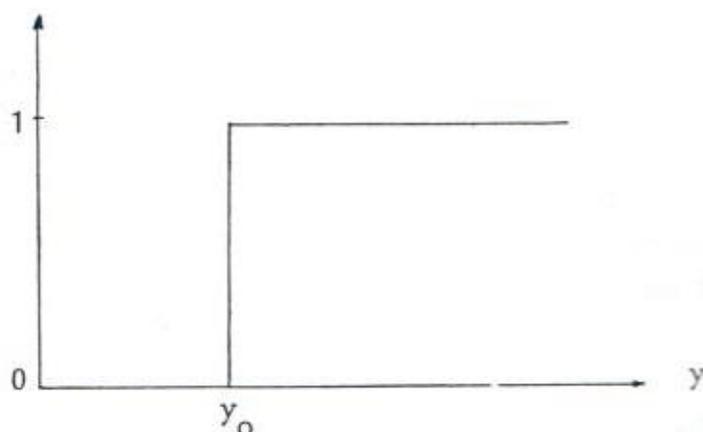
a cualquier nivel de significación α no se rechaza H_0 y se puede afirmar (al nivel α) de que la muestra no corresponda a una población cuya distribución es la calculada, entonces se admitirá que la distribución log-normal representa satisfactoriamente la distribución real de los ingresos.

α = Nivel de significación, que es la probabilidad que los datos no se encuentren dentro de un intervalo pre-establecido. - También se usa $1 - \alpha$ = intervalo de confianza, o la confiabilidad de una estimación.

CONCEPTO DE INGRESO UMBRAL DEL MERCADO ELEMENTAL.-

Curvas de Engel.-

La curva de Engel individual corresponde a una función escalón donde la ordenada toma valores discretos cero o uno. Si vale cero, quiere decir que los UCE no poseen cierto atributo y si vale uno, lo posee.



El punto de discontinuidad de la curva marca en la abscisa un cierto ingreso al cual, la UCE comienza a consumir un cierto bien, a este ingreso se le denomina ingreso umbral. Este ingreso refleja las preferencias del hogar respecto al consumo de un atributo determinado.

Por lo tanto, la función de demanda del consumidor elemental es:

$$q = 1 \quad \text{si} \quad y \geq y_0$$

$$q = 0 \quad \text{en otro caso}$$

Como no todas las UCE poseen las mismas preferencias, existirá

una distribución de ingresos umbrales.

Curvas de Engel del mercado.-

Esta curva nos entrega la probabilidad de que para un cierto ingreso, encontremos demanda de conexiones. Debe quedar bien claro que no todas las UCE tienen el mismo ingreso umbral, por lo que se puede obtener teóricamente una cierta distribución de los ingresos umbrales para el mercado.

Resumiendo, las curvas de Engel entregan una relación cuando existen dos alternativas: tener o no tener un atributo, poder ser o no abonado telefónico. Esta relación es entre el ingreso y la probabilidad de demanda a ese nivel ingreso. Su representación es a través de una log-normal del tipo:

$$\text{abs } N(0,1) = \frac{1}{\sigma} (\log y - \log \xi)$$

La estimación de los parámetros σ y ξ se efectuarán por medio del método de los mínimos cuadrados, método ya explicado anteriormente, lo mismo para la bondad del ajuste.

La elasticidad de la curva de Engel, es algo que también nos interesa estudiar como parte del modelo, y esta se debe calcular para cada tramo de ingreso, respecto al ingreso.

Esta se la define como:

$$\eta_Q = \frac{1}{\sigma_E} \frac{n(t;0,1)}{N(t;0,1)} \quad (3,23)$$

Donde:

σ_E = Dispersión logarítmica de la curva de Engel, y

$$n(t;0.1) = \frac{d}{dt} N(t;0,1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}$$

t = Abscisa de la distribución normal calculada a partir de la probabilidad de que a un cierto nivel de ingresos exista demanda.

Para este cálculo se emplean tablas de los textos de estadísticas, obteniendo valores de η_Q para cada tramo de ingreso.

MODELO PARA LA DEMANDA MEDIA DE MERCADO.-

Definimos demanda media de mercado Q_M como el número de U.C.E. que son abonados reales o potenciales, esto se expresa en tanto por u no del número total de hogares.

El problema se restringe ahora, a encontrar el ingreso umbral del mercado, definido como el ingreso Y_0 , tal que el número de familias con $y > y_0$ sea igual al número de familias que son abonados reales o potenciales.

Se había definido anteriormente, la distribución acumulada de los ingresos y su función densidad correspondiente.

Si definimos $q(y)$ como la función densidad de la demanda telefónica que tendrán las U.C.E. si el mercado fuera homogéneo, con ingreso umbral y_0 podemos expresar Q_M demanda media de mercado como:

$$Q_M = \int_0^{\infty} q(y)h(y)dy \quad (3,25)$$

que no es otra cosa que el producto de una densidad, la telefónica, en un cierto dy por la cantidad de U.C.E. en ese dy integrado en el horizonte de ingresos.

Análogamente podemos expresar el ingreso medio de la distribución como el primer momento de la función densidad probabilística de los ingresos, quedando como sigue:

$$Y_M = \int_0^{\infty} yh(y)dy \quad (3.26)$$

Si desarrollamos Q_M tendremos:

$$Q_M = \int_0^{y_0} q(y)h(y)dy + \int_{y_0}^{\infty} q(y)h(y)dy$$

pero por definición:

$$\begin{aligned} q(y) &= 0 & \text{si } y < y_0 \\ q(y) &= 1 & \text{si } y \geq y_0 \end{aligned}$$

luego:

$$Q_M = \int_{y_0}^{\infty} h(y)dy = \int_0^{\infty} h(y)dy - \int_0^{y_0} h(y)dy$$

pero como:

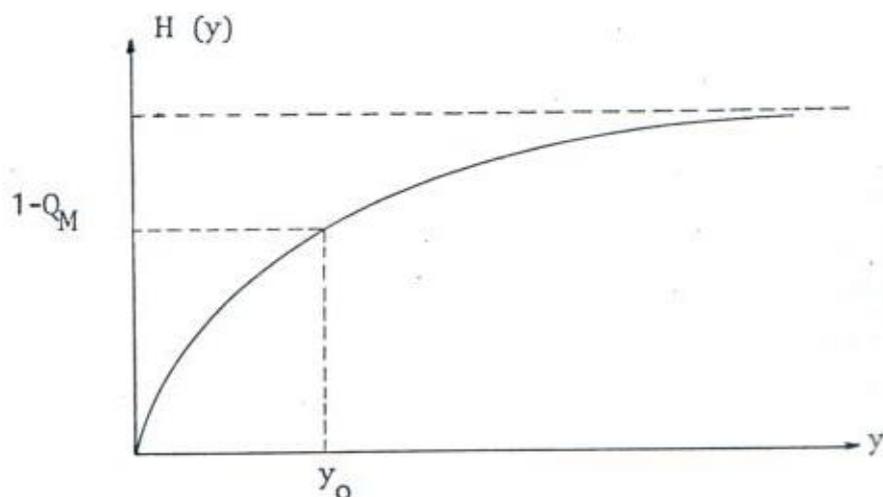
$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} h(y)dy &= 1 \\ \int_0^{y_0} h(y)dy &= H(y_0) \end{aligned}$$

tenemos finalmente:

$$Q_M = 1 - H(y_0) \quad (3.27)$$

Esto no indica que el ingreso umbral Y_0 del mercado puede determinarse entrando en la distribución acumulada de ingresos del mer

cado total con la ordenada $1 - Q_M$ (*), siendo la abscisa correspondiente igual a y_0 ingreso umbral del mercado.



Entonces, el ingreso umbral del mercado admite la definición - alternativa de ser el ingreso Y_0 tal que el número de familias con $y < y_0$ que son abonados reales o potenciales es igual al número de familias con $y \geq y_0$ que no lo son.

El cálculo de Y_0 es el siguiente:

Obtenido el valor de $1 - Q_M$, encontramos el valor de la abscisa correspondiente $U(y)$, ya que $H(y) = N(0,1)$ con abscisa $u = \frac{1}{\sigma} (\log y - \log \xi)$.

Entonces, reemplazando tenemos:

$$1 - Q_M = \frac{1}{\sigma} (\log y_0 - \log \xi) \quad (3,28)$$

(*) Q_M = Demanda media de mercado relacionada a la densidad telefónica dada en 0/1, para el primer año se la calcula por medio de la encuesta.

en donde σ y ξ son los parámetros de la distribución de ingresos, por consiguiente de la ecuación () obtenemos y_0 .

Estos tres elementos, el ingreso umbral del mercado, la curva de Engel y su elasticidad ingreso conforman el modelo de demanda. Cada uno es complemento del otro, así como el ingreso nos da una relación con la densidad telefónica, las curvas de Engel nos dan a conocer la probabilidad de demanda asociada a un nivel de ingresos, es decir considera la segunda definición del ingreso Umbral y da una visión más realista del fenómeno. Finalmente la elasticidad de la curva de Engel da una visión respecto de cual es la reacción de las U.C.E. ubicadas a un cierto nivel de ingresos, ante una variación en el ingreso familiar.

PROYECCION A CORTO Y MEDIANO PLAZC.-

Basado en el modelo de la demanda, se pretende desarrollar un método para predecir ésta en un plazo determinado que se puede tomar como unos 5 ó 10 años.

Lo que de este método se desprenda será un valor del total de la demanda, es decir cuantas familias estarán dispuestas a solicitar la instalación telefónica. Este hecho debe tenerse muy en claro.

Es necesario antes de plantearse el método de predicción, hacer un alcance a las dificultades que éste presenta. Primero, se trata de obtener datos históricos confiables para luego extrapolar. Habitualmente no es sencillo obtener datos históricos confiables lo que redundaría en perjuicio de la exactitud de la proyección, lo ideal es tener una serie cronológica bastante extensa de tal modo que el período de predicción sea corto en relación a los datos, al no ser esto siempre posible, se cae en otro error involuntario que nuevamente va en perjuicio de la proyección. Por esto es totalmente necesario dar márgenes de ocurrencia a la predicción.

Este método consiste en obtener proyecciones de σ y ξ a partir de datos históricos, de tal modo de obtener las distribuciones de ingreso esperada para los años del período de proyección.

Supondremos que el ingreso umbral del mercado permanece constante durante el período de la proyección. Entonces, teniendo las distribuciones de ingreso para el período, podemos encontrar $Q_M(t)$ densidad telefónica, teniendo el ingreso umbral a partir de

$$Q_M(t) = 1 - H(t)(y_0)$$

De este modo obtenemos Q_M para cada año del período de proyección.

Ahora es necesario determinar cuales son los niveles de confianza de la proyección y los márgenes de error de ella.

El nivel de confianza de la proyección nos indica con que certeza podemos asegurar que la densidad telefónica se encontrará en un cierto intervalo calculado a base de ese nivel.

Teníamos α y β estimadores de los coeficientes de la línea recta de regresión.

$$y = \alpha + \beta X \quad \text{ó} \quad U(y) = \frac{1}{\alpha} \log s + \frac{1}{\alpha} \log y$$

Entonces, para un determinado valor de X por ejemplo X_0 puede encontrarse o no dentro del recorrido de las observaciones muestrales, determinar a un nivel de confianza $100(1 - \alpha)$, el intervalo de confianza para $E(y_0 | X_0)$ de la siguiente manera.

Supongamos que definimos al predictor como una función lineal arbitraria de las Y_i ($i = 1, \dots, n$) a saber,

$$\hat{Y}_0 = \sum_{i=1}^n C_i Y_i \quad (3.30)$$

En que las ponderaciones C_i han de elegirse de manera que \hat{Y}_0 sea un predictor lineal insesgado óptimo.

Puesto que estamos suponiendo que:

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i \quad (3.31)$$

(donde u_i es una variable que toma valores positivos o negativos, en sí es una de las hipótesis del análisis econométrico).

Tenemos:

$$E(Y_0 | X_0) = \alpha + \beta X_0 \quad (3,32)$$

y por lo tanto por sustitución:

$$\hat{Y}_0 = \sum_{i=1}^n C_i (\alpha + \hat{\beta} X_i + u_i) = \alpha \sum_{i=1}^n C_i + \beta \sum_{i=1}^n C_i X_i + \sum_{i=1}^n C_i u_i$$

de modo que:

$$E(Y_0 | X_0) = \alpha \sum_{i=1}^n C_i + \beta \sum_{i=1}^n C_i X_i \quad ; \text{ ya que } E(u_i) = 0$$

Por lo tanto, \hat{Y}_0 será un predictor lineal insesgado de siempre y cuando:

$$\sum_{i=1}^n C_i = 1 \quad \text{y} \quad \sum_{i=1}^n C_i X_i = X_0$$

La variancia de \hat{Y}_0 viene dadapor:

$$\begin{aligned} \text{var.}(Y_0) &= E\{ [\hat{Y}_0 - E(\hat{Y}_0 | X_0)]^2 \} = E\{ [\alpha \sum_{i=1}^n C_i + \beta \sum_{i=1}^n C_i X_i + \sum_{i=1}^n C_i u_i \\ &\quad - \alpha \sum_{i=1}^n C_i - \beta \sum_{i=1}^n C_i X_i]^2 \} = E\{ [\sum_{i=1}^n (C_i u_i)]^2 \} \\ &= \sigma_u^2 \sum_{i=1}^n C_i^2 \quad \text{ya que } E(u_i)^2 = \sigma_u^2 \quad (3.33) \end{aligned}$$

Así definimos una función

$$\varphi = \sum C_i^2 - 2\lambda (\sum C_i - 1) - 2\mu (\sum C_i X_i - X_0)$$

Donde:

λ y μ son multiplicadores de Lagrange. Tomando derivadas parciales e igualando a cero, resulta.

$$\frac{\partial \varphi}{\partial C_i} = 2 C_i - 2\lambda - 2\mu X_i = 0$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \lambda} = 2 (\sum C_i - 1) = 0$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \mu} = 2 (\sum C_i X_i - X_0) = 0$$

De las dos primeras de estas ecuaciones obtenemos:

$$\sum C_i = \lambda + \mu \sum X_i = 1$$

resultando

$$\lambda = \frac{1}{n} - \mu \bar{X}$$

que después de sustituir de nuevo en la primera ecuación, nos da

$$C_i = \frac{1}{n} + \mu x_i$$

multiplicando esta por X_i sumando respecto a i e utilizando la tercera ecuación se obtiene:

$$\sum C_i X_i = \bar{X} + \mu \sum x_i X_i = X_0$$

de la que resulta:

$$\mu = \frac{X_0 - \bar{X}}{\sum x_i X_i}$$

$$\mu = \frac{X_0 - \bar{X}}{\sum x_i^2}$$

puesto que:

$$X_i = x_i + \bar{X} \qquad \sum_{i=1}^n x_i = 0$$

luego:

$$C_i = \frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X}) x_i}{\sum x_i^2} \qquad (3,34)$$

La sustitución en () proporciona el estimador lineal insesgado de óptimo:

$$\begin{aligned}
 \hat{Y}_0 &= \sum \left[\frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X}) x_i}{\sum x_i^2} \right] Y_i \\
 &= \sum \left[\frac{1}{n} - \bar{X} \frac{x_i}{\sum x_i^2} + X_0 \frac{x_i}{\sum x_i^2} \right] Y_i \\
 &= \sum \frac{Y_i}{n} - \bar{X} \sum \frac{x_i Y_i}{\sum x_i^2} + X_0 \sum \frac{x_i Y_i}{\sum x_i^2} \\
 &= \bar{Y} - \hat{\beta} \bar{X} + \hat{\beta} X_0 \\
 &= \hat{\alpha} + \hat{\beta} X_0
 \end{aligned} \tag{3.35}$$

Así, pues el estimador lineal insesgado óptimo de $\hat{\alpha} + \hat{\beta} X_0$ es $\hat{\alpha} + \hat{\beta} X_0$ en donde $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son los conocidos estimadores minimocuadráticos.

Se deduce inmediatamente que la variancia de \hat{Y}_0 es:

Si sustituimos el valor de C_i en la ecuación (3,33), y operando tendremos:

$$\begin{aligned}
 \text{var}(\hat{Y}_0) &= E \left\{ \left[\hat{Y}_0 - E(\hat{Y}_0 | X_0) \right]^2 \right\} = \sigma_u^2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X}) x_i}{\sum x_i^2} \right)^2 \\
 &= \sigma_u^2 \frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum x_i^2}
 \end{aligned} \tag{3,36}$$

De modo que la variancia de la predicción aumenta cuanto más distante se encuentra el valor X_0 de la media de los valores muestrales que se emplearon para calcular $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$. Puesto que Y_0 es función lineal de $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ que tiene una distribución normal bivalente, su distribución será normal con media $\alpha + \beta X_0$ y variancia dada por la (). Puesto que $(n-2) \hat{\sigma}_u^2 / \sigma_u^2$ sigue una distribución χ^2 independiente con $n-2$ grados de libertad, la cantidad

$$t = \frac{\hat{Y}_0 - E(Y_0|X)}{\hat{\sigma}_u \frac{1}{n} \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum x_i^2}} \quad (3,37)$$

tiene una distribución t con $n-2$ grados de libertad. Por lo tanto, un intervalo de confianza de $100(1 - \alpha)$ para $E(Y_0|X_0)$ es

$$(\alpha + \beta X_0) \pm t_{\alpha/2} \hat{\sigma}_u \frac{1}{n} \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum x_i^2} \quad (3,38)$$

Donde:

- $\hat{\alpha}$ $\hat{\beta}$ = Estimadores de la recta a predecir
- $t_{\alpha/2}$ = Valor de Student, a ese nivel con $n - 2$ grados de libertad.
- $\hat{\sigma}_u$ = Desviación standard estimada de la desviación standard poblacional
- n = Número de observaciones.

con estos intervalos, así calculados, podemos tener los valores máximos y mínimos para las regresiones.

Para cada año tendremos dos valores de ξ y σ ; con estos podemos determinar cuatro valores de Q_M de los cuales elegiremos los extremos que serán los valores máximos y mínimos para la densidad tele

fónica en ese año en particular.

Si se cuenta con una gran cantidad y calidad de información histórica, nuestras proyecciones serán más exactas, a menos de que las condiciones del mercado cambiarán bruscamente por innovaciones tecnológicas importantes que permitieran una baja significativa en los precios. Estas cosas como ya lo hemos citado en capítulos anteriores, no se están considerando, trabajamos con precio y tecnología constante.

Entonces para la proyección necesitamos:

- a.- Datos históricos de la dispersión logarítmica.
- b.- Datos históricos del ingreso mediano.

Todos estos datos estarán dados por la Junta de Planificación.

Entonces podemos obtener, por ejemplo

años	dispersión logarítmica
.	.
:	:
.	.
1972	σ_{72}
1973	σ_{73}

El ingreso mediano se calcula a partir del ingreso medio

años	ingreso medio (\$ 1973)
.	.
:	:
.	.
.	.
1972	Y_{M72}
1973	Y_{M73}

como se distribuyen log-normalmente, podemos usar la relación:

$$Y_M = \xi e^{\sigma^2} / (\log e)^2$$

para calcular ξ y obtener

años	ingreso mediano (\$ 1973)
•	•
•	•
•	•
•	•
1972	ξ_{72}
1973	ξ_{73}

A estos datos se les ajusta una recta por el método de los mínimos cuadrados:

$$\xi(t) = \hat{a}_1 + \hat{b}_1 t \quad t = 0 \text{ año inicial} \quad (3,39)$$

$$\xi(t) = \hat{a}_2 + \hat{b}_2 t \quad t = 0 \text{ año inicial} \quad (3,40)$$

A estas rectas estimadas aplicamos la bondad de ajuste por medio de la prueba F para rechazar la hipótesis de nulidad a un cierto nivel (α) de significación.

Podemos observar, que si en la tendencia σ disminuye y ξ aumenta con t , esto significa que existe una redistribución del ingreso que es permanente y tiende a nivelar los ingresos. El hecho que ξ aumente está en relación al Producto Nacional y es un indicador de crecimiento del bienestar en general.

Hemos determinado la tendencia que sigue σ y ξ , nos queda ahora proyectar estos parámetros para 5 y 10 años. Para esto empleamos los niveles de confianza de la predicción, ecuación (3,38) y podemos

obtener la siguiente tabla.

CUADRO PARA EL INGRESO MEDIANO

años ξ	$\alpha + \beta X_0 = \xi_r$	$t_{\alpha/2} \hat{\sigma}_n \sqrt{\frac{1}{n}} + \frac{(X_0 - X)^2}{\sum x_i^2}$	$\xi \text{ min}$	$\xi \text{ max}$
1974				
1975				
1976				
.				
.				
.				
.				
1984				

CUADRO PARA LA DISPERSIÓN LOGARITMICA

años	$\hat{\alpha} + \hat{\beta} X_0 = \sigma_r$	$t_{\alpha/2} \hat{\sigma}_n \sqrt{\frac{1}{n}} + \frac{(X_0 - X)^2}{\sum x_i^2}$	$\xi \text{ min}$	$\xi \text{ max}$
1974				
1975				
.				
.				
.				
.				
1984				

A continuación debemos encontrar las densidades telefónicas, entrando con Y_0 en la distribución de ingresos, a partir de la si-

siguiente manera:

$$U(t) = \frac{\log Y_0 - \log \xi}{\sigma}$$

que como está dividida por σ obtendremos cuatro valores de Q_M , de donde hemos seleccionado los máximos y mínimos.

Entonces tendremos la proyección total de la densidad telefónica de la siguiente manera:

CUATRO DE LA PROYECCION DE LA DENSIDAD TELEFONICA

años	Q_M mínimo	Q_M regresión	Q_M máximo
1974			
1975			
.			
.			
.			
.			
1984			

la Q_M de regresión se obtiene a partir de la línea de regresión de los parámetros σ y ξ proyectada año a año.

En total, estos son los valores que entrega el modelo planteado. Eso sí debe tenerse en cuenta que no todos los valores tienen la misma probabilidad de ocurrencia; los valores extremos tienen una probabilidad asociada mucho menor que el valor de tendencia central. El valor de tendencia central, es claro, es el que da la recta de regresión para los valores de tendencia central de σ y ξ respectivamente.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.-

De todas las variables que deben ser analizadas en relación al atributo telefónico, el ingreso familiar, el nivel ocupacional y educacional a parecen explicando mejor la demanda.

La modelación de la demanda inicial se hace utilizando la variable ingreso familiar. Se encuentra que tanto el ingreso umbral como las curvas de Engel y la elasticidad ingreso de la demanda, constituyen un buen modelo para conocer el mercado telefónico.

Para el método de predicción, parece adecuado el supuesto de ingreso umbral constante, si es, lo considera como una medida de las preferencias de los consumidores en el período de predicción. Esto permite una forma sencilla de obtener las densidades telefónicas a partir de las distribuciones de ingresos proyectadas.

La inclusión de los intervalos de confianza para la densidad telefónica aporta una importantísima herramienta a la planificación ya que sin ellos no estaría considerado el error de la proyección a base de los datos de entrada.

El modelo se basa fundamentalmente a base de los datos de entrada en la proyección de la variable que prácticamente determina la demanda. Se evita el tratamiento aislado de la demanda-medida a través de la densidad telefónica, lo cual es muy riesgoso en un mercado condicionado históricamente por la oferta. De este modo se obtiene un método que analiza el origen mismo de la demanda y por lo tanto ofrece mayor confiabilidad.

El empleo de la división de Sturges para la variable ingreso en tramos adecuados, para su uso posterior en pruebas de independencia:

no paramétricas, salva el problema de la división homogénea oportunamente citado y aporta un nuevo elemento al análisis de estas variables.

El método seguido en el estudio de explicación de la demanda parece adecuado ya que no hace suposiciones alguna respecto de la forma en que se distribuye las variables en la población, además permite el análisis de variables de diferentes niveles de medición.

El método de proyección usa como premisa el hecho de que la dispersión de los valores históricos sigue una distribución de Student. Esto es correcto si el número de observaciones no es grande. En caso de tener un tamaño muestral mayor, se debe suponer distribuido normalmente y se debe usar las fórmulas pertinentes.

Finalmente como recomendación general, podríamos citar que sería conveniente el uso de otras herramientas en la prueba de hipótesis para analizar si sigue siendo el ingreso familiar la variable que mejor explica la demanda telefónica, independiente de cual sea la prueba estadística usada.

CAPITULO IV

SUGERENCIAS PARA LA PROYECCION A CORTO Y MEDIANO PLAZO DEL SECTOR
COMERCIAL.-

Para el sector comercial no se ha podido ofrecer un método equi-
valente en grado de desarrollo al presentado en el capítulo III para
el sector residencial. Fundamentalmente esto se debe a que se ha -
considerado que el sector residencial es más complejo y a la larga
la componente más dominante de la demanda total.

Por estas razones nos limitaremos aquí a señalar solo dos suge-
rencias de solución de la proyección comercial.

INTRODUCCION.-

Regresando al capítulo I, punto 4,1. Nosotros habíamos tomado
dos variables significativas para el sector comercial.

Se ha encontrado que la mayor parte de la demanda comercial es
tá localizada en negocios en que trabajan 10 personas o menos (in-
cluyendo en esto empleados, obreros, propietarios y otros).

Los negocios pequeños (10 personas o menos) son principalmente
comercios pequeños, pequeñas industrias, servicios para el hogar, -
etc. los más pequeños (3 - 4 personas o menos) son definitivamen-
te negocios unifamiliares atendidos por sus dueños y parientes más
cercanos.

Podemos concluir (aún a falta de la encuesta misma) que la pro-
porción de negocios pequeños es substancialmente independiente del

número de habitantes.

Es posible entonces, que a medida que las ciudades crecen el número de negocios por vivienda decrece. Resumiendo todo lo dicho en cuatro postulados.

- a.- La demanda telefónica comercial está fundamentalmente localizadas en negocios pequeños (10 personas o menos)
- b.- Estas son una fracción relativamente constante del total de negocios, independientes del número de habitantes de la localidad
- c.- Los negocios pequeños son principalmente negocios unifamiliares pequeñas industrias, servicios para el hogar y comercios menores, cada uno de cubrimiento restringido a una parte muy pequeña de la población.
- d.- El número de negocios por viviendas tiende a decrecer levemente al aumentar la población.

A la luz de estas características, se sugiere proyectar la demanda de teléfonos comerciales a plazos medios y cortos, mediante la tasa de crecimiento de la población; esto implica un aumento leve de la demanda (teléfono demandado por negocios), por cuanto el número de negocios por habitante decrecerá algo. No habiendo antecedentes adecuados para estimar la variación probable de la densidad (como se hizo en el sector residencial) supondremos que éste método es aceptable por ahora.

UN ENSAYO CON EL INSUMO-PRODUCTO.-

En el presente estudio se introduce el concepto económico del análisis del insumo producto para calcular la demanda Potencial del mercado de servicios de comunicaciones en un país determinado.

Mediante el análisis insumo-producto la composición de la economía por sectores adquiere un carácter determinante para calcular las necesidades de telecomunicaciones. Este método se diferencia de la mayoría de los métodos macroeconómico en los cuales la demanda de telecomunicaciones está referida a algún parámetro macroeconómico, por ejemplo, la correlación entre la densidad telefónica y el producto Nacional Bruto (PNB). El modelo actual puede resultar especialmente útil para la planificación de las telecomunicaciones en los países en desarrollo, en los cuales la estructura económica experimenta una rápida evolución.

El modelo se centra en dos elementos principales:

- a.- La demanda potencial total del mercado de servicios de telecomunicaciones.
- b.- El nivel de instalación en funcionamiento necesarios para producir los servicios deseados.

El mercado potencial total de servicios de telecomunicaciones se expresa en función de los ingresos percibidos por la entidad que explota las telecomunicaciones y se descompone en dos sectores.:

- I.- Ingresos derivados de gastos comerciales efectuados en servicios de telecomunicaciones.
- II.- Ingresos derivados de gastos de consumo personal en servicios de telecomunicaciones.

Concentraremos el presente estudio solamente en el punto (a, i) o sea determinar los ingresos derivados de gastos comerciales efectuado en servicios de telecomunicaciones, en otras palabras determinar por intermedio del ingreso por el sector comercial la demanda de dicho sector.

Este sector, es decir de gastos comerciales, se deriva directamente del análisis del insumo-producto. La producción total de cada sector económico principal se calcula para el año de que se trata. Luego se aplica el coeficiente de insumo de telecomunicaciones que corresponda al volumen en u.m. de la producción de cada sector, obteniéndose el volumen en u.m. de la demanda potencial de servicios de telecomunicaciones en cada uno de los sectores.

ANÁLISIS INSUMO - PRODUCTO.-

El concepto económico del análisis Insumo-producto refleja el movimiento de bienes y servicios entre las industrias. Puede decirse que una economía es un sistema de industrias relacionadas entre sí o un sistema de actividades económica interdependientes. Esta interrelación consiste en corrientes de bienes y servicios que directa o indirectamente enlazan a todos los sectores o sea centra su origen en el análisis del origen y destino de la producción de cada uno de los sectores generadores de bienes y servicios (agricultura, industria manufacturera, etc.), y en las relaciones tecnológicas que se establecen entre ellos en el proceso de producción.

Supongamos que se posean las cuentas de producción e ingresos de las Empresas existentes en la economía. A partir de estos datos de la Empresa individuales se pueden construir cuentas concentradoras por sectores, escogiendo un criterio de agregación que será función de los objetivos perseguidos por el esquema. En este caso se trata

de establecer relaciones tecnológicas entre los sectores productores por lo cual; dadas las características del modelo, la agregación podrá guiarse por los siguientes criterios:

- I.- Una empresa podrá agregarse a otra si su producción es absorbida totalmente por ella, en tal caso, un aumento de la producción de ésta, requerirá un aumento proporcional de la primera.
- II.- Se puede agregar empresas que tengan igual estructura de insumo.
- III.- Se pueden agregar empresas cuyas demandas, según se prevee, han de mantener una proporción constante entre sí. Los coeficientes de insumo que se obtendrán serán sumas ponderadas de los coeficientes de las empresas. Siendo constante los coeficientes individuales y manteniéndose las ponderaciones, los coeficientes del sector mantendrán su valor numérico.

Para obtener las relaciones tecnológicas que en el proceso productivo se dan entre insumo y producción, conviene obtener una cuenta que tenga al pie de sus columnas, el valor de lo producido y su asignación entre los insumos y el valor agregado que origina dicha producción.

Podemos presentar las cuentas en una matriz registrando en una fila asignada a cada sector productivo la distribución de su producción entre sus usuarios, y en la columna correspondiente el origen sectorial de sus insumos nacionales, el monto de sus insumos importados y el valor agregado bruto a precio de mercado generado en el período. Esta puede ser por Ejemplo:

CUADRO DE TRANSACCIONES INTERSECTORIALES

SECTORES	DEMANDA INTERMEDIA							DEMANDA FINAL				
	Agricul- tura	Mine- ría	Indus- tria	Servi- cios	Trans- porte	Teleco- munica- ciones	Total de demanda interna	Consumo persona	Expor- tacio- nes	Inv. Int. Bru. FIBIC ΔS IIB	Total deman- da fi- nal	Total
Agricultura												
Minería												
Industria												
Servicios												
Transporte												
Telecomuni- caciones												
Importacio- nes												
Total Insumos												
Valor agrega- do bruto a p.m.												
TOTAL												

Presentaremos, ahora el modelo teórico que se apolla en las cuentas contables empleadas en la confección del cuadro, para lo cual usaremos la siguiente simbología.

- X_j = Valor de la producción bruta del sector j
 X_{ij} = Valor de la producción del sector i que requirió el sector j para generar X .
 X_{mj} = Valor de los insumos importados requeridos por el sector i (incluye consumo de personas y gobierno, inversión bruta y exportaciones de bienes de tipo i).
 VAB_j = Valor agregado bruto a precios de mercado, generado por el sector .
 i = Subíndice que señala la i -ésima fila de la matriz.
 j = Subíndice que señala la j -ésima columna de la matriz.

Utilizando esta simbología, podemos establecer la siguiente ecuación contable:

$$X_i = \sum_{j=1}^n X_{ij} + Y_j \quad (4,1)$$

Ella expresa el destino de la producción de un sector i cualquiera según se observa en las filas de la matriz de transacciones. En este caso, la producción X_i del sector i que satisface la demanda intermedia $\sum X_{ij}$ y que abastece con bienes nacionales la demanda final de bienes de tipo i .

El modelo de insumo-producto permite las ecuaciones definicionales en funciones, introduciendo coeficientes tecnológicos que cuantifican el monto de los insumos de distintas clases que se requieren para alcanzar un determinado nivel de producción en un sector cualquiera. Se establece relación funcional entre insumos y producción bruta a través de tales coeficientes.

El modelo supone que existe una relación de proporcionalidad entre el nivel de producción que se desee alcanzar en el sector j y el monto de insumo de origen i que se necesita para ello.

Llamando a_{ij} al coeficiente mencionado, podemos anotar:

$$X_{ij} = a_{ij}X_j \quad (4,2)$$

Las compras de insumo de origen i que efectúa el sector son funciones del nivel del coeficiente a_{ij} al que se supone constante.

Estos coeficientes se obtienen empíricamente a partir del cuadro de transacciones, dividiendo por X_j los insumos adquiridos a cada sector.

$$a_{ij} = \frac{X_{ij}}{X_j} \quad (4,3)$$

Como X_{ij} representa el valor de los insumos de origen i necesarios para producir el valor total de la producción del sector j en el período, el coeficiente a_{ij} representa el valor de los insumos de origen i que el sector requiere para generar una unidad monetaria de su producción bruta. Para operar con el modelo de insumo-producto, estos coeficientes, que reflejan una relación tecnológica se suponen constantes.

Podemos convenir ahora la ecuación definicional en funcional, introduciendo estos parámetros tecnológicos, Teníamos

$$X_i = \sum^n X_{ij} + Y_i$$

reemplazando X_{ij} por $a_{ij}X_j$, queda

$$X_i = \sum a_{ij}X_j + Y_i \quad (4,4)$$

La producción bruta de un sector i es función de la demanda final que satisface y de la demanda intermedia que abastece, pero los bienes intermedios que le demanden los diferentes sectores productivos dependen de sus niveles de producción y de sus respectivos coeficientes técnicos.

Entonces, a base de la matriz de transacciones obtenidas, se obtiene la matriz de coeficientes técnicos que puede ser.

MATRIZ DE COEFICIENTES TECNICOS

Sectores	Agricul. tura.	Minería	Indus. trias	Servi. cios.	Impor. tación	Trans. porte	Tele comu
Agricultura							
Minería							
Industrias							
Servicios							
Importacio. nes.							
Transporte							
Telecomuni caciones.							
Total insu mos.							

Si se suponen constantes los coeficientes técnicos, se pueden proyectar los requerimientos de insumos que origina un determinado nivel de producción bruta.

El presente trabajo se ocupa del insumo necesario en telecomunicaciones. Debe observarse además, que el coeficiente más bajo corresponde al sector agricultura, mientras generalmente el sector industrias es uno de los más alto.

Se observa, pues, que la composición de una economía es un factor importante para determinar las necesidades de telecomunicaciones. Una economía altamente industrializada y diversificada necesita un nivel de insumos de telecomunicaciones muy superior al de una simple economía agraria.

Conviene también observar que la producción total o producto a que se ha hecho referencia más arriba no es idéntica al producto interno bruto. La producción total consiste en el producto intermedio más la demanda final. Es la demanda final de bienes y servicios la que corresponde al PIB. El producto intermedio es la venta de un producto o servicio de una empresa a otra; la segunda empresa utiliza el producto o servicio para su propia producción.

En el PIB figura exclusivamente la venta al consumidor final. Sin embargo en el presente documento se tiene en cuenta la producción total por ser necesario un insumo de telecomunicaciones, ya venda una empresa su producto a otra empresa o al consumidor final. Las diversas fases del proceso productivo, sea el suministro de bienes y equipos o la comercialización y venta del producto o servicio, requieren un intercambio de información.

El empleo de los coeficientes técnicos permite desarrollar la cadena de reacciones que origina un cambio en uno de los componentes de la demanda final.

Tratemos ahora de encontrar una solución más general al proble

ma de cuantificar estas repercusiones en las necesidades de producción bruta de los distintos sectores.

La producción nacional se realiza en el último término para satisfacer directa o indirectamente la demanda final por bienes y servicios (producidos en el país). Por consiguiente, dada una cierta composición de la demanda final nacional, los flujos de producción intermedia no modificarán a menos que se introduzcan cambios tecnológicos que alteren el valor de los coeficientes técnicos o que se varíe la composición nacional e importada de diferentes clases de insumos empleados por cada sector productivo.

Si desarrollamos el sistema de ecuaciones representado por la ecuación (4,4), despejando previamente las demandas finales, se tiene

$$\begin{aligned}
 X_i &= \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j = Y_i && (i = 1, 2, 3, \dots, n) \\
 X_1 &- a_{11} X_1 - a_{12} X_2 - \dots - a_{1n} X_n = Y_1 \\
 X_2 &- a_{21} X_1 - a_{22} X_2 - \dots - a_{2n} X_n = Y_2 \\
 &\vdots \\
 X_n &- a_{n1} X_1 - a_{n2} X_2 - \dots - a_{nn} X_n = Y_n
 \end{aligned}$$

El sistema permite calcular las nuevas producciones brutas que son compatibles con una nueva composición de la demanda final, pero cada vez que se modifique algún componente de ésta, habría que volver a resolver el sistema de ecuaciones.

Obtengamos las producciones brutas en función de las demandas finales que satisfacen, pues son sus alteraciones las que satisfacen pues son alteraciones las que obligan a cambiar los niveles de producción.

Ordenando adecuadamente las X_i y factorizando queda:

$$\begin{aligned} (1-a_{11})X_1 - a_{12}X_2 - \dots - a_{1n}X_n &= Y_1 \\ -a_{21}X_1 - (1-a_{22})X_2 - \dots - a_{2n}X_n &= Y_2 \\ \vdots & \\ -a_{n1}X_1 - a_{n2}X_2 - \dots - (1-a_{nn})X_n &= Y_n \end{aligned}$$

Al expresar el sistema de ecuaciones como un producto de matrices, resulta:

$$\begin{vmatrix} (1-a_{11}) & -a_{12} & \dots & -a_{1n} \\ -a_{21} & (1-a_{22}) & \dots & -a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \dots & (1-a_{nn}) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{vmatrix}$$

La primera matriz contiene los coeficientes técnicos que se han obtenido del cuadro de transacciones de un período base. Suponiendo que permanecen constante, ellos son parámetros conocidos y por consiguientes, los elementos de una matriz idéntica de orden $n \times n$, la de coeficientes técnicos nacionales. La resultante es la llamada matriz de Leontief, que queda multiplicada por un vector columna de producciones brutas; la matriz resultante contiene n elementos, que son las demandas finales a los n sectores productivos nacionales.

En resumen, se tiene un sistema de n ecuaciones con $2n$ incógnitas: las producciones brutas de los n sectores y las demandas finales de los n sectores.

Las ecuaciones del sistema son homogéneas y de primer grado

Suponiendo el sistema compatible y sus ecuaciones linealmente independientes admite una solución única si se dejan n incógnitas, y por lo tanto se requiere asignar valores exógenos a las otras n incógnitas, y por lo tanto se requiere asignar valores exógenos a las otras n incógnitas.

Como afirmamos que, en última instancia, las producciones brutas son función de la demanda finales a los n sectores, consideraremos variables independientes de estas. Proyectamos exógenamente sus valores, se puede resolver el sistema y obtener un conjunto de valores de las producciones brutas compatibles con el conjunto de demanda finales nacionales que se desea satisfacer.

Debemos despejar las producciones brutas, lo cual se obtiene premultiplicando ambos miembros por la inversa de la matriz de Leontief.

$$\begin{vmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} (1 - a_{11}) & -a_{12} & \dots & -a_{1n} \\ -a_{21} & (1 - a_{21}) & & -a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \dots & (1 - a_{nn}) \end{vmatrix}^{-1} \begin{vmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{vmatrix}$$

Si denominas z_{ij} al elemento genérico de la matriz inversa de Leontief se tiene:

$$\begin{vmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} z_{11} & z_{12} & \dots & z_{1n} \\ z_{21} & z_{22} & \dots & z_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ z_{n1} & z_{n2} & \dots & z_{nn} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{vmatrix}$$

Multiplicando resulta:

$$\begin{aligned} X_1 &= z_{11}Y_1 + z_{12}Y_2 + \dots + z_{1n}Y_n \\ X_2 &= z_{21}Y_1 + z_{22}Y_2 + \dots + z_{2n}Y_n \\ &\vdots \\ X_n &= z_{n1}Y_1 + z_{n2}Y_2 + \dots + z_{nn}Y_n \end{aligned}$$

Se observa que ahora la producción bruta de cada sector es función de las demandas finales a los n sectores productivos y de ciertos coeficientes.

Se calcula así, el efecto directo e indirecto de un cambio cualquiera en la demanda final, sin necesidad de cuantificar toda la cadena de reacciones. Cada coeficiente señala el efecto j sobre los requerimientos de producción bruta de un sector i , razón por la cual se les denomina coeficientes de requisitos directos e indirectos de producción por unidad de demanda final.

En el último sistema de ecuaciones obtenido, la producción bruta de cada sector se función de estos coeficientes, que son parámetros conocidos y de las demandas nacionales a los n sectores productivos, las cuales constituyen variables exógenas. Por tanto asignando valores a la demanda final nacional a cualquier sector, puede calcularse fácilmente los requerimientos de producción bruta a que ésta daría origen.

La proyección del Modelo.- Explicados como pueden obtenerse los coeficientes técnico de insumos nacionales e importados y de requisitos directo e indirecto y el significado de cada uno de éstos tipos de coeficientes, veamos como utilizar estos instrumentos de proyección que el modelo entrega.

Los instrumentos de proyección son: las matrices de coeficientes técnicos nacionales, de coeficientes técnicos de insumo importados y de requisito directos e indirectos.

Basados en estas matrices y en las demandas finales nacionales proyectadas exógenamente para un período t r podemos estimar las producciones brutas y, posteriormente las transacciones industriales y los requerimientos de insumo importados, valor agregado por sector, etc, a que ellas darían origen.

Entonces los insumos de telecomunicaciones requeridos por los distintos sectores de la economía se calculan para cada año, se efectúan proyecciones por sector del producto industrial y se aplica los coeficientes de las telecomunicaciones.

La metodología de la proyección escapa al alcance de este estudio, en vista de ser muy compleja, además depende exógenamente de la política a seguir por los conductores de la economía nacional, ya que la proyección va a depender directamente del plan de desarrollo económico nacional.

CONCLUSION Y DISCUSION.-

Se considera que este modelo puede resultar útil en la planificación y asignación de recursos con miras a crear un sistema nacional de telecomunicaciones eficaz.

Es de esperar que nuevas investigaciones con mayor profundidad que permitan mejorar el modelo, ya que hasta ahora es simplemente un ensayo.

Este estudio en sí, abarca un campo mucho más amplio de lo que

se presenta aquí, ya que solamente nos hemos centrado en la demanda potencial del mercado de servicios de telecomunicaciones derivados de los gastos comerciales efectuados en servicios de telecomunicaciones, y no hemos tomado para nada los ingresos derivados de gastos de consumo personal en servicio de telecomunicaciones, los cuales pueden ser obtenidos indirectamente utilizando los resultados anteriores, para calcular el ingreso total y a su vez la demanda total de servicios de telecomunicaciones. Resultando así más fácil establecer un plan anual de inversiones. Ya que conociendo la demanda potencial de servicios de telecomunicaciones proyectada año a año, se puede establecer la inversión año a año para situar las instalaciones al nivel adecuado en relación con la demanda potencial para cada año de los servicios de telecomunicaciones. Pero en sí, esto quedará para un próximo estudio que debe hacerse con mayor profundidad.

Lamentablemente estos estudios se encuentra ante un gran problema, ya que en el Ecuador no se tiene todavía confeccionada la matriz de insumo-producto de los diferentes sectores de la economía, una de las principales causas son los cambios bruscos de la expansión y desarrollo de los diferentes sectores lo cual incide sobre los coeficientes técnicos de producción.

CAPITULO V

INTRODUCCION.-

Este capítulo presenta la aplicación del Modelo para determinar la proyección de la Demanda de Conexiones Telefónicas Residenciales.

Lo óptimo hubiera sido calcular la demanda y su proyección para una ciudad del Ecuador, pero en vista que no se posee la información, o sea la encuesta misma de la población (de la ciudad) nos vemos en el caso de aplicar este modelo, con datos de una ciudad del exterior, en este caso de la ciudad de Temuco que pertenece al país de Chile.

Pero el problema no queda ya solucionado, porque existe mucha información de gran importancia que se desprende de la información que trae la encuesta. Y dentro de los datos obtenidos de la ciudad de Temuco, no se pudo obtener toda la información necesaria. Pero de todas maneras el modelo es aplicado, dando resultados no completamente satisfactorios debido a los hechos ya mencionados.

En 1970, se realizó en Chile, por intermedio de ENTEL una encuesta nacional para 20 localidades, con un total de entrevistas de 11.574. Una de esas localidades fue la ciudad de Temuco, con una población que

puede oscilar alrededor de los 100.000 habitantes. El número de entrevistas fue de 705 encuestados.

De la información de la encuesta se desprende que la densidad - real = 0,1617 y la densidad real más potencial* = 0.2340.

* Densidad Potencial es igual a la densidad Potencial expresada (lista de espera) más densidad potencial oculta.

CALCULO Y AJUSTE DE LOS DATOS DE LA DISTRIBUCION DE INGRESOS FAMILIARES.-

Un conjunto de datos, o masa estadística, puede ser resumido y clasificado de acuerdo a criterios convenientes. Proviengan las informaciones de censos o de muestras, ya que difícilmente podrán obtenerse conclusiones válidas de una masa estadística no clasificada.

Entonces un conjunto de observaciones puede dar origen a una distribución de frecuencias y ésta debe entenderse como un cuadro o tabla resumen de los datos originales.

En el caso de variables continuas será necesario fijar intervalos de frecuencia para llegar a un resumen efectivo de la información original.

Estas tablas pueden ser de amplitud constante o de amplitud variable, y esto va a depender de la cantidad de información que se quiera obtener.

Para el caso de la encuesta, nos tropezamos con esta consideración, ya que vemos que los tramos de ingresos son variables (cuadro N^o 1).

Con respecto de las frecuencias es posible y generalmente útil presentarlas en términos relativos, calculando la proporción que corresponde a cada intervalo sobre el total de observaciones.

Como una observación tenemos: una de las primeras decisiones que se adoptó fue el de determinar el número de intervalos que tendrá el

el cuadro de frecuencias, ésta se hizo empleando la regla de Sturges y el valor encontrado se varió algunas veces*.

Como los niveles de ingresos de la ciudad de Temuco son completamente distintos a cualquier nivel de ingresos para el Ecuador, por lo cual se ha hecho una ampliación de los niveles correspondientes, lo cual se muestra en el cuadro N° 1 casillero dos. La explicación de esto, se debe a que intentamos hacer un estudio de la Proyección de la Demanda con niveles de ingresos para una ciudad del Ecuador, pero con una tabla de frecuencias de ingresos pertenecientes a la ciudad de Temuco.

El primer paso será el ajuste de los datos, o sea de la distribución de ingresos a la distribución lognormal.

Para esto calculamos el \log_{10} de el nivel de ingreso superior para los diferentes tramos, cuadro N° 1 casillero tres, y tomamos el valor de la distribución de ingresos para cada tramo se determina la obs-cisa $U(y)$ de la normal acumulada $N(0,1)$ de modo que $N(0,1)$ corresponda al valor de $H(y)$ para ese valor de Y .

Todos estos valores están en la tabla N° 1.

Empleando el método de los mínimos cuadrados hacemos el ajuste correspondiente haciendo que $X = \log Y$ y $Y = U(Y)$.

* La regla de Sturges nos dá un nivel de referencia para el número de tramos.

CUADRO N^o 1

Tramos Ingreso E ^o		Tramos Ingreso x 2 (Suces)		H (%)	log Y	U (Y)
0-	300	0-	600	0,045	2,7781	- 1,645
301-	500	601-	1.000	0,169	3,000	- 0,960
501-	700	1.001-	1.400	0,279	3,1461	- 0,600
701-	900	1.401-	1.800	0,377	3,2552	- 0,315
901-	1.100	1.801-	2.200	0,461	3,3424	- 0,100
1.101-	1.400	2.201-	2.800	0,579	3,4471	0,200
1.401-	1.800	2.801-	3.600	0,682	3,5563	0,475
1.801-	2.500	3.601-	5.000	0,780	3,6989	0,770
2.501-	4.000	5.001-	8.000	0,882	3,9030	1,185
4.001-	6.000	8.001-	12.000	0,963	4,0791	1,78
6.001-	8.000	12.001-	16.000	0,982	4,2041	2,100
8.001-	10.000	16.001-	20.000	0,99	4,3010	2,330
10.001-	15.000	20.001-	30.000	0,996	4,4771	2,650
15.001-	-	30.001-	-			

Tenemos:

Tamaño muestral $n = 13$

$$\sum x = 47,188$$

$$\sum y = 7,870$$

$$\sum x^2 = 174,615$$

$$\sum xy = 37,102$$

Aplicando las ecuaciones (3,9) y (3,10) y reemplazando:

$$7,87 = 13 \hat{\alpha} + \hat{\beta} \cdot 47,188$$

$$37,102 = 47,188 \hat{\alpha} + \hat{\beta} \cdot 174,615$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones tenemos:

$$\hat{\beta} = 2,564$$

$$\hat{\alpha} = - 8,701$$

Entonces la ecuación de la recta será:

$$U(Y) = 2,564 \log Y - 8,701$$

De esta recta estimada, obtenemos por analogía con la ecuación

$$U(Y) = \frac{1}{\sigma} \log Y - \frac{1}{\sigma} \log \xi .$$

Encontrando:

$$\begin{aligned} \text{La dispersión logarítmica } \sigma &= \frac{1}{\hat{\beta}} \\ \sigma &= \frac{1}{2,564} = 0,39 \end{aligned}$$

y la mediana se obtiene empleando la ecuación (3,19)

$$\begin{aligned} \xi &= \text{antilog} \frac{\hat{\alpha}}{\hat{\beta}} \\ \xi &= \text{antilog } 3,39352 \\ \xi &= 2,474 \end{aligned}$$

Nos queda hacer la bondad de ajuste, y se hace probando la hipótesis nula H_0 siguiente:

H_0 = Si las observaciones corresponden a una muestra aleatoria simple ella ha sido extraída de una población objetivo cuya distribución es la dada por el modelo.

Esta la probamos mediante la prueba no paramétrica de Kolmogorov Smirno para una sola muestra.

Para esto obtenemos los valores acumulados y observados de $H(Y)$, cuadro N^o 2 y encontramos la máxima desviación, ecuación (3,20) para el tramo 5.001 - 8.000

$$\begin{aligned} D &= \{ H(Y)_c - H(Y)_{ob} \} \\ D &= 0,900 - 0,882 = 0,018 \end{aligned}$$

CUADRO N° 2

TRAMOS INGRESO (sucres)		H(Y) Observado	U(Y) calculado	H(Y) calculado
0	600	0,045	-1,577	0,058
601	1.000	0,169	-1,009	0,158
1.001-	1.400	0,279	-0,634	0,267
1.401-	1.800	0,377	-0,354	0,360
1.801-	2.200	0,461	-0,131	0,44
2.201-	2.800	0,579	-0,137	0,555
2.801-	3.600	0,682	0,417	0,660
3.601-	5.000	0,78	0,782	0,782
5.001-	8.000	0,882	1,306	0,900
8.001-	12.000	0,963	1,757	0,960
12.001-	16.000	0,982	2,078	0,981
16.001-	20.000	0,99	2,326	0,989
20.001-	30.000	0,996	2,778	0,997

Encontramos ahora D_{\max} para el nivel de significación $= 1\%$

$$D_{\max} = \frac{1.63}{\sqrt{n}}$$

$$D_{\max} = \frac{1.63}{\sqrt{n}}$$

$$D_{\max} = 0,0613$$

y como $D < D_{\max}$, ya que $0,018 < 0,0613$, no se rechaza H_0 y afirmamos (al nivel $\alpha = 1\%$) que la distribución lognormal representa satisfactoriamente la distribución real de los ingresos.

CALCULO PARA ENCONTRAR EL INGRESO UMBRAL DEL MERCADO.-

Una vez probado que la lognormal es una buena representación de la distribución de ingresos familiares de la localidad, postularemos - que a lo largo de todo el período de proyección que consideramos, los ingresos seguirán susceptibles de ser representados por una lognormal, pero los valores de los parámetros σ y ξ variarán año en año

Se ha determinado el valor de Q_M del mercado, mediante la encuesta y para esta localidad fue $Q_M = 0,234$.

Necesitamos el valor $1 - Q_M = 1 - 0,234$

$$1 - Q_M = 0,766$$

para esto empleamos la ecuación (3,28)

$$1 - Q_M = \frac{1}{\sigma} (\log Y_O - \log \xi)$$

$$1 - 0,234 = \frac{1}{0,39} (\log Y_O - \log 2.474)$$

$$Y_O = \text{antilog } 3,69226$$

$$Y_O = 4,921$$

Este ingreso umbral del mercado no identifica cuales familias - constituyen la demanda, pero sí es un indicador del nivel de ingreso - familiar sobre el cual la familia media desea y puede pagar una o más conexiones telefónicas residenciales.

PROYECCION DEL INGRESO MEDIANO Y DISPERSION LOGARITMICA.-

Para esto partimos de los datos facilitados; como primera objeción diremos que los datos corresponden a la ciudad de Santiago de Chile, en vista de esto haremos el supuesto que esos datos representen a todo el país de Chile y por lo tanto a Temuco.

Estos son:

DISPERSION LOGARITMICA

años	$\bar{\sigma}$	(año 1970)
1950	0,66	
1951	0,69	
1952	0,69	
1953	0,65	
1960	0,48	
1964	0,37	
1965	0,45	
1967	0,42	
1970	0,42	

CUADRO N^o 3INGRESO MEDIO

<u>años</u>	<u>Y_M (1970)</u>
1961	1.111
1964	1.220
1965	1.313
1967	1.606
1970	

Como los ingresos se distribuyen lognormalmente usamos la relación.

$$Y_M = \xi e^{\frac{\sigma^2}{2(\log e)^2}}$$

Donde encontramos:

CUADRO N^o 4

<u>años</u>	<u>ξ (1970)</u>
1961	604
1964	842
1965	772
1967	1.014
1970	2.474

Hacemos el ajuste de los datos con respecto a una recta, por el

método de los mínimos cuadrados.

Tomemos los datos del cuadro N^o 4, o sea del Ingreso Mediano y calculamos:

<u>años</u>	<u>X_i</u>	<u>Y_i</u>	<u>X_iY_i</u>	<u>x_i=X_i-\bar{X}</u>	<u>y_i=Y_i-\bar{Y}</u>
1961	1	604	604	-4,4	-537,2
1964	4	842	3.368	-1,4	-299,2
1965	5	772	3.860	-0,4	-369,2
1967	7	1.014	7.098	1,6	-127,2
1970	10	2.474	24.740	4,6	1.332,8

Tenemos:

$$n = 5$$

$$\bar{X} = 5,4$$

$$\bar{Y} = 1.141,2$$

$$\sum X_i = 27$$

$$\sum X_i^2 = 191$$

$$\sum Y_i = 5.706$$

$$\sum XY = 39.610$$

Reemplazamos en las ecuaciones (3,9) y (3,10).

Tenemos:

$$5.706 = 5 \hat{\alpha} + \hat{\beta} 27$$

$$39.610 = 27 \hat{\alpha} + 191 \hat{\beta}$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones:

$$\hat{\beta} = 194,6 \qquad \hat{\alpha} = 90,3$$

y la ecuación de la recta es:

$$\xi(t) = 194,6t + 90,3$$

Necesitamos hacer la prueba de bondad de ajuste a un nivel de significación; para esto empleamos la Prueba paramétrica F para tamaño muestral grande.

La ecuación es $F = \frac{Q_1}{\frac{Q_2}{n-2}}$ con $n - 2$ grados de libertad

Siendo:

$$Q_1 = \hat{\beta} \sum xy \qquad \text{suma explicada de los mínimos cuadrados}$$

$$Q_2 = \sum y_1^2 - Q_1 \qquad \text{suma inexplicada de los mínimos cuadrados.}$$

Calculamos:

$$Q_1 = 194,6 \times 9.264,64$$

$$Q_1 = 1'802.898,9$$

$$Q_2 = 2'217.517,5 - 1'802.898,9$$

$$Q_2 = 414.618,6$$

$$F_{\text{cal.}} = \frac{1'802.898,9}{\frac{414.618,6}{3}}$$

$$F_{\text{cal}} = 13,044$$

Por medio de la tabla de la distribución F acumulada, con $n-2=3$ grados de libertad y a un nivel de significación $\alpha = 5\%$ encontramos

$$F_{\text{obs}} = 10,13$$

Siendo:

$$F_{\text{cal}} > F_{\text{obs}}$$

rechazamos la hipótesis nula H_0 y decimos que el ajuste es bueno a un nivel de significación del 5%.

Para los datos de la dispersión logarítmica cuadro N° 3 empleamos el mismo procedimiento para el ajuste y obtenemos la siguiente recta:

$$\sigma(t) = 0,6841 - 0,0162 t \quad t = 0 \text{ año } 1950$$

y haciendo la prueba para la bondad de ajuste encontramos:

$$F_{\text{cal}} = 54,85$$

$$F_{\text{obs}} = 12,25 \text{ al } \alpha = 1\%$$

Como:

$$F_{\text{cal}} > F_{\text{obs}}$$

rechazamos la hipótesis nula H_0 al 1% de significación, y aceptamos que el ajuste es bueno. A ese nivel.

PROYECCION DE LA DENSIDAD TELEFONICA

A continuación encontraremos primeramente los intervalos de confianza de los parámetros respectivos σ y ξ para los años de proyección

Para esto empleamos la ecuación (3,38)

$$(\alpha + \beta X_0) \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \hat{\sigma} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum e_i^2}}$$

Tenemos:

$$n - 2 = 3 \text{ grados de libertad}$$

$$\text{Nivel de significación } \alpha = 0,20 \text{ ó } 20\%$$

$t_{\frac{\alpha}{2}}$ = valor de la distribución student con $n - 2$ grados de libertad.

$$t_{\frac{\alpha}{2}} = 1,64$$

$\hat{\sigma}^2$ = desviación standard inexplicada de la regresión

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{Q_2}{n-2}} = \sqrt{\frac{414.618,6}{3}}$$

$$\hat{\sigma} = 371,76$$

Necesitamos primero proyectar , la ecuación de la recta:

$$\xi(t) = 194,6 t + 90,3 \quad \text{ó} \quad \xi(t) = 194,6 X_0 + 90,3$$

siendo X_0 los valores de los años de proyección para luego sumar o restar los intervalos de confianza, todo el cálculo está en el Cuadro N° 6.

CUADRO N° 6

Años	$\hat{\xi} = \alpha + \beta X_0$	$t_{\frac{\alpha}{2}} \hat{\sigma} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum x_i^2}}$	ξ_{\min}	ξ_{\max}
1971	2.224,3	562,41	1.661,89	2.786,7
1972	2.425,5	654,31	1.771,19	3.079,81
1973	2.620,1	726,27	1.893,83	3.346,31
1974	2.814,7	800,33	2.014,37	3.615,03
1975	3.009,3	876,25	2.133,05	3.885,55
1976	3.203,9	953,39	2.250,51	4.157,29
1977	3.398,5	1.031,53	2.366,97	4.430,03
1978	3.593,1	1.110,47	2.482,63	4.703,57
1979	3.787,7	1.190,04	2.597,66	4.977,74
1980	3.982,3	1.270,14	2.712,16	5.252,44

Para el caso de la dispersión logarítmica:

$$\text{Grados de libertad} = n - 2 = 9 - 2 = 7$$

Nivel de significación $\alpha = 2\%$

$t_{\frac{\alpha}{2}}$ = valor de la distribución student con $n - 2$ grados de libertad.

$$t_{\frac{\alpha}{2}} = 1,42$$

$$\hat{\sigma}^2 = 0,048$$

y empleando la ecuación de la recta para la dispersión logarítmica la proyectamos para luego sumar los intervalos de confianza y encontrar los σ_{\min} y σ_{\max} . Todo esto se muestra en el cuadro N° 7.

CUADRO N° 7

años	$\sigma_Y = \alpha + \beta X_0$	$t_{\frac{\alpha}{2}} \hat{\sigma} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{\sum x_i^2}}$	σ_{\min}	σ_{\max}
1971	0,34	0,04	0,30	0,38
1972	0,33	0,05	0,28	0,38
1973	0,31	0,05	0,26	0,36
1974	0,30	0,05	0,25	0,35
1975	0,28	0,05	0,23	0,33
1976	0,26	0,06	0,20	0,32
1977	0,25	0,06	0,19	0,31
1978	0,23	0,06	0,17	0,29
1979	0,21	0,07	0,14	0,28
1980	0,20	0,07	0,13	0,27

A continuación debemos encontrar las densidades telefónicas para los años de Proyección.

Para esto usamos la relación:

$$U(t) = \frac{\log Y_0 - \log \xi}{\sigma} = \frac{3,69226 - \log \xi}{\sigma}$$

como existen dos valores de ξ para cada año de Proyección tenemos primeramente:

CUADRO N° 8

años	$\log \xi_{\min}$	$\log \xi_{\max}$	$\log Y_0 - \log \xi_{\min}$	$\log Y_0 - \log \xi_{\max}$
1971	3,22063	3,44514	0,4716	0,24712
1972	3,24822	3,48845	0,4440	0,2038
1973	3,27738	3,52453	0,4148	0,1677
1974	3,30406	3,55811	0,3881	0,1341
1975	3,32919	3,5838	0,3630	0,1083
1976	3,35238	3,61789	0,3398	0,0743
1977	3,37420	3,6464	0,3180	0,0458
1978	3,39498	3,67237	0,2972	0,01989
1979	3,41961	3,69705	0,2776	-0,00479
1980	3,43329	3,72032	0,2589	-0,0280

A partir de estas diferencias debemos encontrar obscura de

$$N(0,1) = \frac{\log Y_0 - \log \xi}{\sigma}$$

Dividiendo por σ_{\min} y σ_{\max} del cuadro N° 7 obtenemos 4 valores

para cada una de estas abscisas encontradas entramos en la tabla de la distribución normal acumulada encontrando el valor correspondiente de $N(0,1)$, para luego usando la relación $i - Q_M = H(Y)$ donde $H(Y) = N(0,1)$ encontramos cuatro valores de Q_M para cada año de proyección, donde seleccionamos los máximos y mínimos, los cuales se representan en el Cuadro N° 9.

CUADRO N° 9

Años	Abscisa $N(0,1)$	Q_M mín.	Abscisa $N(0,1)$	Q_M máximo
1971	1,2410	10,75	0,6503	25,78
1972	1,1684	12,30	0,5363	29,81
1973	1,1522	12,51	0,4658	32,38
1974	0,8231	20,61	0,3831	35,20
1975	1,1000	13,57	0,3281	37,45
1976	1,0618	14,46	0,2321	40,90
1977	1,0258	15,39	0,1477	44,43
1978	1,0248	15,39	0,0685	47,61
1979	0,9914	16,11	-0,0171	50,40
1980	0,9588	17,11	-0,1037	53,98

Así mismo, de este modo podemos encontrar la densidad telefónica Q_M de regresión, para esto usamos la relación anterior.

$$u(t) = \frac{\log Y_0 - \log \xi}{\sigma} = \frac{3,69226 - \log \xi}{\sigma}$$

donde los valores de ξ y σ serán valores solamente de la recta de regresión para los años de proyección, cuadros N^o 6 y 7 casilleros dos. Para cada valor de ξ y σ de regresión en los años de proyección tendremos un valor de Q_M de regresión.

Los resultados se muestran en el cuadro N^o 10, donde además tenemos los valores de Q_M máximo y Q_M mínimos para los años de proyección.

CUADRO N^o 10

Años	Q_M mínimo	Q_M regresión	Q_M máximo
1971	10,75	18,60	25,78
1972	12,30	19,07	29,81
1973	12,51	21,65	32,38
1974	12,61	23,20	35,20
1975	13,57	24,70	37,45
1976	14,46	25,25	40,90
1977	15,39	26,11	44,43
1978	15,39	27,76	47,61
1979	16,11	29,46	50,40
1980	17,11	30,50	53,98

COMENTARIOS

Los datos del cuadro N^o 10 son los valores que entrega el modelo planteado, se ve que el intervalo es bastante amplio, y se debe a que la variación de la mediana no es tan baja como desearíamos.

Tiene su importancia este cálculo de Demanda telefónica, porque se ha logrado hacer un ensayo para una ciudad del Ecuador de unos 100.000 habitantes con datos de otra ciudad del exterior.

Si analizamos los valores de Q_M mínimo y Q_M de regresión, vemos que algunos valores de aquellos son menores que el valor de Q_M encontrado por medio de la encuesta para el año de 1970. Estos resultados se debe a que se han alterado la concordancia entre el nivel de ingresos de los tramos y su distribución de ingresos para los tramos respectivos.

Esto significa por ejemplo, que para el tramo 0 - 300 E° existe una distribución de ingresos $H(Y) = 0,045$; pero hemos supuesto que para el tramo 0 - 600 sucres exista la misma distribución de ingresos o sea igual a 0,045, lo cual es incorrecto, ya que los ingresos de los distintos países son diferentes y las preferencias también lo son, porque dependen de la posición económica, cultural, etc. distintas para cada país.

Asimismo, se ha hecho otro supuesto que los ingresos medianos y dispersión logarítmica correspondiente a la ciudad de Santiago sean aplicados a nuestro país, lo cual también es incorrecto. Pero a falta de datos mismos hemos tenido que usar todos estos supuestos.

De todas maneras, los resultados obtenidos son satisfactorios pe se a las restricciones ya mencionadas. Como una mención puede decirse: Que el modelo pueda ser empleado con datos propios a nuestro país para que así los resultados obtenidos sean utilizados y aprovechados para el mejor desarrollo de las Telecomunicaciones del Ecuador.