ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Año: **2017**	Período: Primer Término
Materia: **Física I**	Profesor:
Evaluación: **Tercera**	Fecha: 13 de septiembre de 2017

COMPROMISO DE HONOR

Yo, ………………………………………………………………………………………………………..…………… al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora *ordinaria* para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.
Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma ***NÚMERO DE MATRÍCULA:…………………. PARALELO:…………***

Cada una de las preguntas de opción múltiple son de única respuesta y vale 4 puntos. Todas deben estar justificadas.

Pregunta 1

Cuando la sopa se enfría, con frecuencia sabe grasosa. Este sabor "grasoso" parece estar asociado con el aceite que se esparce en toda la superficie de la sopa, en lugar de permanecer en pequeños glóbulos. Esto en realidad se explica en términos.

A. del Principio de Arquímedes.
B. del efecto Bernoulli.
C. del aumento en la tensión superficial del agua cuando aumenta la temperatura.
D. de la Ley de Poiseuille.
E. de la disminución en la tensión superficial del agua cuando aumenta la temperatura.

Respuesta: literal E

Pregunta 2

En un planeta ***X*** desconocido, cuya gravedad es cuatro veces mayor que la de la Tierra, el periodo de oscilación de un péndulo simple vale T. Entonces, si ese mismo péndulo se hace oscilar en la Tierra…

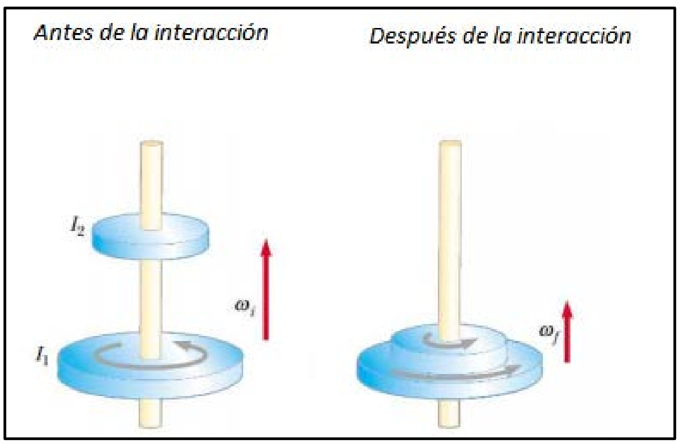
A. Tendrá igual periodo que en el planeta X
B. Tendrá igual frecuencia que en el planeta X
C. Tendrá mayor periodo que en el planeta X
D. Tendrá menor periodo que en el planeta X
E. Tendrá menor periodo pero una mayor frecuencia que en el planeta X

Respuesta: En un péndulo simple el periodo es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la gravedad. Entonces, al hacer oscilar ese péndulo en la Tierra, su periodo será dos veces el que tenía el péndulo en el planeta desconocido. Es decir, la respuesta correcta es la opción **C**.

Pregunta 3

Un cilindro con momento de inercia I_1 rota alrededor de un eje vertical sin fricción, con velocidad angular ω_i. Un segundo cilindro con momento de inercia I_2 y que inicialmente no rota, cae sobre el primer cilindro, tal como se muestra en la figura adjunta. Debido a la fricción entre las superficies de contacto, los dos cilindros finalmente alcanzarán la misma velocidad angular ω_f. Escoja la alternativa correcta:

A. La velocidad angular del sistema no cambia con la interacción ($\omega_i = \omega_f$).
B. La energía cinética del sistema no cambia con la interacción.
C. La energía cinética del sistema aumenta con la interacción.
D. La energía cinética del sistema decrece con la interacción.
E. Debido a que existen torques internos, no se conserva el momento angular.



Respuesta: Literal D

$$I_1\omega_i = (I_1 + I_2)\omega_f$$

$$\boxed{\omega_f = \frac{I_1}{I_1 + I_2}\omega_i}$$

$$K_f = \frac{1}{2}(I_1 + I_2)\omega_f^2 \qquad K_i = \frac{1}{2}I_1\omega_i^2$$

$$\boxed{\frac{K_f}{K_i} = \frac{I_1}{I_1 + I_2}}$$

Pregunta 4

Complete la frase con cualquiera de las siguientes opciones.

En el MAS, la frecuencia angular mide……

A. Cuantos ciclos completa en un segundo.

B. Cuantas vueltas (en radianes) da en un segundo.
C. Cuantos periodos (en radianes) da en una vuelta.
D. Indica el tiempo que tarda en hacer un periodo completo.
E. Ninguna de las anteriores.

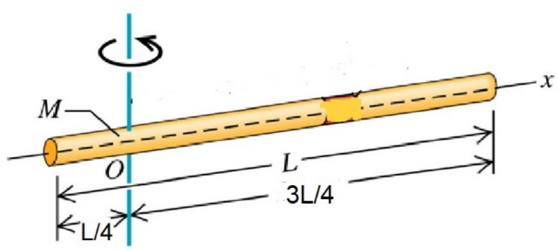
Respuesta B.
Cuantas vueltas (en radianes) da en un segundo.

Pregunta 5
Una bola rueda con rapidez v sin resbalar sobre una superficie horizontal, cuando llega a una colina que se alza con un ángulo constante sobre la horizontal. Diga en cuál caso alcanzará mayor altura según los siguientes enunciados:

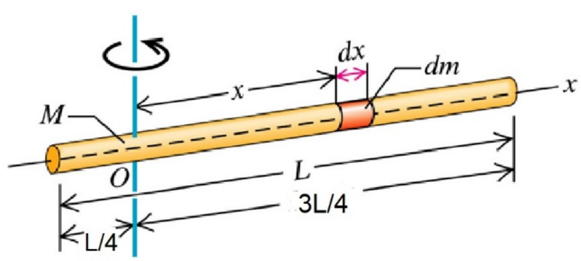
A. Si la colina es perfectamente lisa.
B. Si la colina tiene suficiente fricción para evitar deslizamientos.
C. En los dos casos A y B.
D. En ninguno de los dos casos A o B.
E. Hace falta información.

Respuesta B.
Llegará más arriba cuando ruede sin resbalar. Al resbalar parte de la energía cinética se consume resbalando y no llegara tan arriba.

Problema 1 (10 puntos)
Utilizando cálculo integral determine el momento de inercia de una varilla que tiene una masa ***M*** distribuida de manera uniforme a lo largo de la varilla de longitud ***L***, con respecto a un eje perpendicular que pasa a L/4 del extremo izquierdo, como se indica en la figura. Datos ***L*** = 1m y ***M*** = 0,3kg $\left(Sugerencia\colon I = \int x^2 dm\,;\ \frac{M}{L} = \frac{dm}{dx}\right)$



Solución



Dado que $\frac{M}{L} = \frac{dm}{dx}$ entonces $dm = \frac{M}{L}dx$ (1)

$I_O = \int x^2 dm$ (2) reemplazando (1) en (2)

$$I_O = \frac{M}{L}\int_{-\frac{L}{4}}^{\frac{3L}{4}} x^2 dx \;\rightarrow\; I_O = \frac{M}{3L}|x^3|_{-\frac{L}{4}}^{\frac{3L}{4}} \;\rightarrow\; I_O = \frac{M}{3L}\left|\frac{27L^3}{64} + \frac{L^3}{64}\right| \;\rightarrow\; I_O = \frac{7ML^2}{48}$$

$I_{CM} = \frac{7}{48}(0.3\ kg)(1m)^2 \;\rightarrow\; I_{CM} = 0.044\ kgm^2$

Rubrica para el problema 1

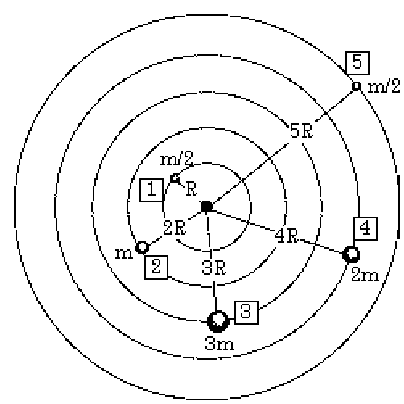
Define correctamente el momento de inercia con respecto a O y establece los límites de integración $I_O = \frac{M}{L}\int_{-\frac{L}{4}}^{\frac{3L}{4}} x^2 dx$.	Hasta 5 puntos
Calcula correctamente el momento de inercia de la varilla con respecto a O.	Hasta 5 puntos

Problema 2 (12 puntos)

De las 5 masas que se encuentran en órbita alrededor de la masa central ***M***, calcular a) la ***energía mecánica*** que tiene cada masa en su órbita b) determinar para cuál masa se requerirá realizar mayor trabajo para que escape del campo gravitacional de la masa central ***M (justificar con los cálculos adecuados)***

Solución

a) La energía que tiene una masa m, que se encuentra en órbita alrededor de la masa central ***M*** viene dada por:



$$E = K + U \rightarrow E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} \rightarrow E = \frac{1}{2}m\left(\frac{GM}{r}\right) - \frac{GMm}{r} \rightarrow E = -\frac{GMm}{2r}$$

Aplicando esta última expresión al cálculo de la energía para cada masa se tiene.

$E_1 = -\frac{GM}{2}\left(\frac{m/2}{R}\right) \rightarrow E_1 = -\frac{GMm}{4R}$; $\qquad E_2 = -\frac{GM}{2}\left(\frac{m}{2R}\right) \rightarrow E_2 = -\frac{GMm}{4R}$

$E_3 = -\frac{GM}{2}\left(\frac{3m}{3R}\right) \rightarrow E_3 = -\frac{GMm}{2R}$; $\qquad E_4 = -\frac{GM}{2}\left(\frac{2m}{4R}\right) \rightarrow E_4 = -\frac{GMm}{4R}$

$$E_5 = -\frac{GM}{2}\left(\frac{m/2}{5R}\right) \rightarrow E_2 = -\frac{GMm}{20R}$$

b) Para determinar el trabajo que se debe realizar sobre cada masa para que pueda escapar de su órbita, se debe valorar el cambio de energía y dado que la $E_f = 0$ se tiene que $W = E_f - E_i \rightarrow W = -E_i$ por lo tanto, el trabajo para cada masa será.

$W_1 = \frac{GMm}{4R}$; $\quad W_2 = \frac{GMm}{4R}$; $\quad W_3 = \frac{GMm}{2R}$; $\quad W_4 = \frac{GMm}{4R}$; $\quad W_5 = \frac{GMm}{20R}$

Se concluye entonces que, la masa que requerirá el mayor trabajo es la masa 3

Rubrica para el problema 2

2a. Se calcula correctamente la energía mecánica que tiene cada masa en su órbita	Hasta 5 puntos
2b. Se calcula correctamente el trabajo que se debe realizar sobre cada masa para que pueda escapar de su órbita	Hasta 5 puntos
2b. Se concluye, que la masa que requerirá el mayor trabajo es la masa 3	Hasta 2 puntos

Problema 3 (10 puntos)
Un aro parte desde el reposo en lo alto de un plano inclinado de 3 m de altura y rueda sin deslizarse. El momento de inercia del aro con respecto a su centro de masa es MR^2. Calcular la rapidez de traslación de su centro de masa al llegar a la base del plano.

Solución

Dado que hay rodadura sin deslizamiento, la energía se conserva y tenemos:

$$E_i = E_f \rightarrow Mgh = \frac{1}{2}Mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \rightarrow Mgh = \frac{1}{2}Mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}(MR^2)\left(\frac{v_{cm}^2}{R^2}\right)$$

$$Mgh = Mv_{cm}^2 \rightarrow v_{cm} = \sqrt{gh} \rightarrow v_{cm} = \sqrt{(9.8)(3)} \rightarrow v_{cm} = 5.4m/s$$

Rubrica para el problema 3

Plantea el balance de la ecuación de energía	Hasta 4 puntos
Calcula correctamente la rapidez del CM del aro al final del plano	Hasta 6 puntos

Problema 4 (12 puntos)
Una partícula de 4 kg se desplaza a lo largo del eje X. Su posición varía con el tiempo según: $\boldsymbol{x = t + 2t^3}$, en donde x se mide en metros y t en segundos.

a) Determinar en función del tiempo la potencia de la fuerza que actúa sobre ella.
b) Determinar el trabajo realizado sobre la partícula en el intervalo de 0 a 2 s.

Solución

a) Determinar la potencia de la fuerza

$$v = \frac{dx}{dt} \rightarrow v = 1 + 6t^2; \;\; a = \frac{dv}{dt} \rightarrow a = 12t$$
$$F = ma \rightarrow F = 48t$$

$$P = \frac{W}{t} \rightarrow P = \frac{F \cdot \Delta y}{t} \rightarrow P = Fv \rightarrow P = (48t)(1 + 6t^2) \rightarrow P = 48t + 288t^3$$

b) Determinar el trabajo realizado sobre la partícula en el intervalo de 0 a 2 s.

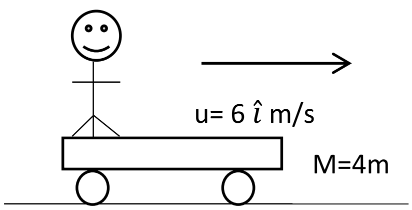
$$W = \int_0^2 P(t)\,dt \rightarrow W = \int_0^2 (48t + 288t^3)\,dt$$

$$W = 24t^2|_0^2 + 72t^4|_0^2 \rightarrow W = 24(2^2) + 72(2^4) \rightarrow W = 1248\,J$$

Rubrica para el problema 4

4a. Determina la rapidez y la fuerza en función del tiempo $v = 1 + 6t^2; F = 48t$	Hasta 4 puntos
4a. Se define y se calcula correctamente la potencia en función del tiempo $P = 48t + 288t^3$	Hasta 2 puntos
4b. Se define y se calcula correctamente el trabajo	Hasta 6 puntos

Problema 5 (12 puntos)
Un hombre de masa **m** está parado sobre una plataforma de un carro de masa **M** = 4m que se mueve con una velocidad u = 6$\hat{\imath}$m/s. Si el hombre comienza a moverse con respecto al carro con una velocidad de 2$\hat{\imath}$m/s, calcular la nueva velocidad del carro con respecto al suelo.



Solución

$$v_{H/S} = v_{H/C} + v_{C/S}$$

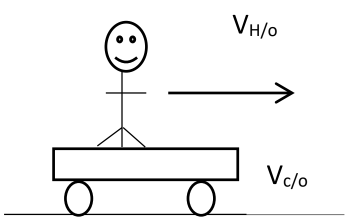
$$P_{antes} = P_{despues}$$

$$m_H u_{H/S} + m_C u_{C/S} = m_H v_{H/S} + m_C v_{C/S}$$

$$5mu_{C/S} = m(v_{H/C} + v_{C/S}) + 4mv_{C/S}$$

$$5u_{C/S} = v_{H/C} + 5v_{C/S}$$

$$v_{C/S} = \frac{5u_{C/S} - v_{H/C}}{5}$$



$$v_{C/S} = \frac{5(6) - (2)}{5}$$

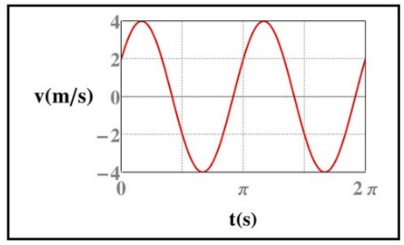
$$\boxed{v_{C/S} = 5.6\,\hat{\imath}\,(m/s)}$$

Rubrica para el problema 5

Se plantea correctamente conservación de la cantidad de movimiento y se obtiene la ecuación $5mu_{C/S} = m(v_{H/C} + v_{C/S}) + 4mv_{C/S}$	Hasta 6 puntos
Se calcula correctamente la rapidez del carro con respecto al suelo	Hasta 6 puntos

Problema 6 (12 puntos)

Un bloque de 10g que está sujeto a un resorte, realiza un MAS con una velocidad que varía en el tiempo según el grafico mostrado a continuación



Determinar:
a) La energía mecánica en el instante inicial t=0
b) El primer instante en que la partícula pasa por el punto de equilibrio

Solución

a) La energía mecánica en el instante inicial t=0

Como la energía se conserva, la podemos evaluar en cualquier instante y será igual al valor en el instante inicial. Entonces

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv_{max}{}^2 = 0{,}5.0{,}01kg(4\frac{m}{s})^2 = 0{,}08J$$

b) El primer instante en que la partícula pasa por el punto de equilibrio

La partícula pasa por el punto de equilibrio cuando la rapidez es máxima. Entonces, si usamos la ecuación general de posición en función del tiempo

$x(t) = Acos(\omega t + \emptyset)$

Al derivar

$$v(t) = -A\omega sen(\omega t + \emptyset)$$

Usando los datos, se llega a

$$v(t) = 4sen(2t + \frac{\pi}{6})$$

Entonces, si t_1 es el instante en el que pasa por primera vez por el punto de equilibrio, se tendrá

$$4 = 4sen(2t_1 + \frac{\pi}{6})$$

Despejando, se obtiene

$$\frac{\pi}{2} = 2t_1 + \frac{\pi}{6}$$

Es decir

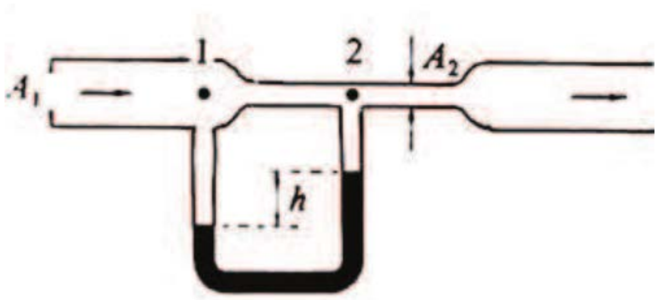
$$t_1 = \frac{\pi}{6}s$$

<u>Rubrica para el problema 6</u>

6a. Identifica que la energía se conserva y la calcula a través de $\frac{1}{2}mv_{max}{}^2$	Hasta 4 puntos

6b. Determina que $\omega = 2rad/s$ y $\emptyset = \frac{\pi}{6}$	Hasta 2 puntos
6b. Se calcula correctamente, el instante en el que la partícula pasa por el punto de equilibrio	Hasta 6 puntos

Problema 7 (12 puntos)
El gasto en una tubería por la que circula agua es 208 l/s. En la tubería hay instalado un medidor de Venturi con mercurio como líquido manométrico. Siendo 800 y 400cm^2 las secciones en la parte ancha y angosta de la tubería. Calcular el desnivel que se produce en el mercurio, del medidor.



Solución

Aplicando la ecuación de Bernoulli en los puntos 1 y 2

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \ (1)$$

El principio de continuidad nos dice.

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \to v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1 \ (2)$$

Reemplazando (2) en (1)

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 \frac{A_1^2}{A_2^2} \to P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho v_1^2 \left[\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1\right] \ (3)$$

Multiplicando y dividiendo a (3) por A_1^2 y recordando que $G^2 = A_1^2 v_1^2$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho \frac{A_1^2 v_1^2}{A_1^2}\left[\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1\right] \to P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho \frac{G^2}{A_1^2}\left[\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1\right]$$

$$P_1 - P_2 = \frac{(1000)(0.208^2)}{2(0.08^2)}\left[\frac{800^2}{400^2} - 1\right] \to P_1 - P_2 = 10140Pa$$

Dado que la presión absoluta en la interfase mercurio agua en la rama izquierda del medidor es $P_1 + \rho_{agua} gh$ y en este mismo nivel por la rama derecha es $P_2 + \rho_{Hg} gh$

Igualando estas presiones se tiene. $P_1 + \rho_{agua} gh = P_2 + \rho_{Hg} gh$

$$P_1 - P_2 = (\rho_{Hg} - \rho_{agua})gh \to h = \frac{P_1 - P_2}{(\rho_{Hg} - \rho_{agua})g} \to h = \frac{10140}{(13600-1000)(9.8)}$$

$$h = 0.082m$$

<u>Rubrica para el problema 7</u>

Se plantea correctamente dos ecuaciones, la de Bernoulli y la de Continuidad	Hasta 4 puntos
Se calcula correctamente la diferencia de presión entre los puntos 1 y 2: $P_1 - P_2 = 10140Pa$	Hasta 4 puntos
Se aplica correctamente la ecuación fundamental de la hidrostática para el manómetro y se determina el valor de h	Hasta 4 puntos