5/
M1

ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL

Instituto de Ciencias Matemáticas

" Un modelo para optimizar la disponibilidad de recursos de un hospital de salud pública"

TESIS DE GRADO

Previa a la obtención del Título de:

INGENIERO EN ESTADISTICA INFORMATICA

Presentada por:

Luis *David Meneses Macchiavello*

GUAYAQUIL - ECUADOR

AÑO

2000

AGRADECIMIENTO

A todas las personas que de uno u otro modo, colaboraron en la realización de este trabajo de investigación, y especialmente al Mat. John Ramirez, por su invaiuable ayuda.

DEDICATORIA

A MIS PADRES

TRIBUNAL DE GRADUACION

Ing. Felix Ramirez

DIRECTOR DEL ICM

Mat. John Ramirez

DIRECTOR DE TESIS

Ing. Margarita Martnez

VOCAL

Ing. Rodolfo Paz

VOCAL

DECLARACION EXPRESA

‘La responsabilidad del contenido de esta Tesis de Grado, me corresponden exclusivamente; y el patrimonio intelectual de la misma a la ESCUELA SUPERIOR POLITECNICA DEL LITORAL

(Reglamento de Graduación de la ESPOL).

Meneses Macchiavello

Luis David Meneses Macchiavello

RESUMEN

El presente trabajo desarrolla un modelo matemático para la optimización de los recursos de un hospital de salud pública, tratando de ajustarlo a las condiciones locales y a las necesidades de nuestro país, enfocado principalmente a recursos escasos como medicinas, camas, médicos, enfermeras, laboratorios y quirófanos.

En la primera parte, se propone un modelo de optimización de recursos. Este modelo toma en cuenta al cuerpo médico, las camas en las diferentes unidades hospitalarias, salas de operaciones, etc.

Luego, en la segunda parte se presenta una metodología de previsión de la demanda de cuidados médicos en general en un servicio hospitalario. Esto es gran utilidad para prever los recursos en días posteriores.

INDICE GENERAL

INDICE DE TABLAS

Pág

INTRODUCCIÓN

En un país como el nuestro, la calidad de los servicios públicos es deficiente, y es un problema difícil de resolver, pero importante. Dichos servicios se hallan ubicados en áreas de importancia social como la educación y la salud, entre otras.

El sector de la salud ha sido considerado en estudios sobre servicios hospitalarios. En estos estudios se aprecia que la falta de recursos como medicinas, camas, médicos, enfermeras, laboratorios y quirófanos, se han convertido en un problema necesario de resolver para la administración de un hospital.

Los hospitales se encuentran bajo una gran presión por reducir sus costos, y sin embargo, continuar brindando cada vez mejor calidad. Por esta razón, los hospitales deben de buscar herramientas cuantitativas que puedan ser efectivas acerca del control de calidad y mejoras, tanto como para servicio como para costos. Los pacientes siempre exigen mejores niveles de servicio, no solo en cuanto al servicio en si, si no también el la manera en que es proporcionado.

La innovación puede ayudar a tos hospitales a lograr una ventaja. La implementación de un sistema que ayude a la administración a tomar decisiones en cuanto a la previsión de la demanda hospitalaria puede optimizar los recursos existentes. En paises como el nuestro, donde los recursos son escasos, la optimización es una necesidad.

Partiendo de esto como un marco referencia1 general para poder presentar la problemática general, es necesario hacer un estudio básico del marco teórico que haga posible el desarrollo de un modelo ajustado a la realidad. Por esto se hace en el segundo capítulo una revisión de los procesos semi-markovianos y de los principales resultados acerca de estos procesos.

Un proceso semi-markoviano se puede ver como un proceso estocástico en el que los cambios de estados se dan de acuerdo con una cadena de Markov, pero que toma una cantidad aleatoria de tiempo entre los cambios de estados. Entonces, un proceso semì-markoviano no posee la propiedad markoviana de que dado el presente, el futuro es independiente del pasado. Para predecir es futuro no únicamente debemos de conocer el estado presente, sino también la cantidad de tiempo que ha permanecido en dicho estado.

En el tercer capítulo se propone un modelo de optimización de recursos. Este modelo toma en cuenta al cuerpo médico, las camas en las diferentes unidades hospitalarias, salas de operaciones, etc. Esta optimización se logra solamente si se mejora el proceso de admisión de los pacientes, el cual tiene dos vías: la lista de espera y el ingreso de emergencia. La optimización puede obligarnos a tomar mecanismos alternativos para solventar la demanda como por ejemplo decidir enviar la mayor cantidad de posible de pacientes a servicios médicos ambulatorios. Inclusive se podría considerar la posibilidad de que un gran número de operaciones básicas no requieran de la internación del paciente, sino que mas bien estas se realicen en un proceso de consulta externa donde se los trate con la posibiliad de ser dados de alta en el mismo día.

Luego en el cuarto capítulo se presenta una metodología de previsión de la demanda de cuidados médicos en general en un servicio hospitalario. La previsión se obtiene a partir de una identificación de la estructura dinámica de las enfermedades, basada en la descripción de la evolución de las condiciones de la enfermedad de los pacientes del hospital. La dinámica de las enfermedades es así mismo representada por un proceso semi-markoviano de estados discretos, donde cada estado es asociado a una ley de cuidados típicos. Si se conoce el empadronamiento de los pacientes en cierto día, es posible prever la evolución de la demanda en los días futuros.

El sistema que se propone bajo el modelo matemático de este trabajo, está enfocado fundamentalmente a asistir en la toma de decisiones. La última palabra la tendrá siempre el personal encargado de la planificación y dirección del hospital.

ANTECEDENTES

En un país como el Ecuador, la calidad de los servicios hospitalarios es deplorable. Esto se debe principalmente a que estos son escasos o son subutilizados.

Nuestro país es constantemente víctima de huelgas y paros de los trabajadores de la salud, y de las constantes quejas de las personas que tienen que hacer uso de estos servicios con frecuencia.

Tomando como ejemplo al hospital de SOLCA, "Dr. Juan Tanca Marengo", durante el año de 1999, tenemos las siguentes cifras:

TABLA I

ESTADISTICAS DEL HOSPITAL DE SOLCA 1999

	Internación	Pediatría	Cuidados Intensivos
Promedio Camas Disponibles	131	27	8
Porcentaje de Ocupación	62,2	86,1	58,3

Fuente: Departamento de Estadísticas SOLCA - Guayaquil
Año: 1999

Corno lo muestran las cifras, los recursos del Hospital de SOLCA en Guayaquil, se encuentran sumamente subutilizados. En el departamento de

Internación se encuentran 131 camas disponibles en promedio diariamente. En este departamento, solamente se usan el 62.2% de los recursos.

Aunque este no es el caso de muchos hospitales de nuestro país, este centro de salud, puede ser sometido a una optimización para utilizar de una mejor manera sus recursos existentes. En la mayoría de los hospitales de salud pública, los recursos son sumamente escasos, y deben aprovecharse al máximo.

Capítulo 1

1. MARCO TEORICO GENERAL

La teoría de los procesos estocásticos se define generalmente como la parte dinámica de la teoría de probabilidades, en la que se estudia una sucesión de variables aleatorias. Debido a que tenemos en la meta un fenómeno aleatorio y dinámico como lo es el proceso de las enfermedades dentro del contexto de los problemas en -hospitales, las propiedades matemáticas de este fenómeno nos ayudarán a poder plantear un modelo matématico para el caso de demanda de cuidados que una enfermedad cualquiera generalmente provoca en un hospital.

Anteriormente, un modelo basado en cadenas de Markov diseñado por el Dr. Kusters y el Dr. Groot, mostró resultados favorables. El modelo fue aplicado a dos hospitales alemanes y los porcentajes de error en la mayoría de los casos, fue menor a 1. El error generado se asumió como aceptable, pues estos hospitales contaban con camas y recursos de sobra para alojar al exceso de pacientes.

Este modelo es similar al anteriormente referido, en que necesita para su aplicación una gran cantidad de información acerca del comportamiento de los diversos estados por los que pasan los pacientes en cada departamento. En cambio se diferencia en que es mucho más estricto en cuanto a los errores de estimación, debido a la falta de recursos.

Los procesos semi markovianos nos serán muy útiles en nuestra comprensión del modelo de previsión de la demanda de los cuidados en el hospital, ya que las etapas que sigue cada enfermedad de cada paciente en el hospital, desde su ingreso hasta su salida, son fenómenos que tienen características para ser vistos bajo la óptica de los procesos semi-markovianos.

Antes de adentrarnos en lo que son los procesos semi-markovianos, daremos algunas definiciones básicas para la comprensión de dichos procesos.

1.1 Procesos Estocàsticos

Se puede describir a un proceso estocástico, definiendo una familia de variables aleatorias $\{X_t\}$, donde X mide en el instante t, el aspecto del sistema bajo consideración. Por ejemplo, X_t podría ser el numero de parroquianos que hay en una cola en el instante t.

Conforme transcurra el tiempo, llegarán y saldrán parroquianos, y por lo tanto el valor de X cambiará. En cualquier instante t, el valor de X pude ser cualquier valor en un subconjunto $(0, +\infty)$. Los valores que puede tomar X son llamados **sus estados y** el cambio de valor de X_t reciben el nombre de **transiciones entre sus estados.**

Los modelos estocásticos son aplicables a cualquier sistema que comprenda variabilidad al azar en el transcurso del tiempo.

Por proceso estocástico se entiende una familia de variables aleatorias $\{X_t\}$, donde t es un punto en el espacio T, llamado espacio parametral y donde para cada $t \in T$, X_t es un punto en un espacio S, llamado espacio de estados.

Se puede imaginar la familia $\{X_t\}$ como la trayectoria de una partícula que se mueve al azar en el espacio S, siendo X_t su posición en el instante t. Un registro de estas trayectorias, se conoce como **realización del proceso.**

Se consideran de interés las relaciones entre las X_t para los diferentes valores fijos de t. Para determinar estas relaciones, se aplica la teoría de la probabilidad.

La Caminata Aleatoria no Restringida

Considérese el proceso estocástíco como la trayectoria de una partícula , la cual se mueve a lo largo de un eje con pasos de una unidad en intervalos de tiempo también de una unidad. Supóngase que la probabilidad de cualquier paso que se tome hacia la derecha es p y que se tome hacia la izquierda es q=l-p. Puede suponerse que también que cada paso se toma en forma independiente de cualquier otro. Entonces et proceso recibe el nombre de **Caminata Aleatoria no Restringida.**

1.2 Cadenas de Markov

Un concepto importante en los proceso estocásticos es el de una cadena de Markov, que empíricamente está definida de la siguiente manera:

Una cadena de Markov se puede considerar como un proceso estocástico cuyo desarrollo es una serie de transiciones entre valores determinados, que tiene la propiedad de que la ley de probabilidad del desarrollo futuro del proceso, una vez que está en cierto estado, depende solo del estado y no de la forma que llegó el proceso a dicho estado. El número de estados posibles puede ser finito o numéricamente infinito.

1.2.1 Definición formal

Se dice que un proceso estocástico $\{X_t\}$ es una cadena de Markov, si para un conjunto cualesquiera de n instantes $t_1<t_2<t_3<.....<t_n$ en el conjunto de índices del proceso, ta distribución condicional para valores dados de $X(t_1),.....X(t_{n-1})$, depende solo de $X(t_{n-1})$ el valor conocido más reciente. Es decir para números reales $X_1.....X_n$:

(1.1)

$$P[x(t_n) \leq x_n / x(t_1) = x_1,\ldots, x(t_{n-1}) = x_{n-1}] = P[x(t_n) \leq x_n / x(t_{n-1}) = x_{n-1}]$$

La probabilidad de transición de un paso es llamada Pij :

$$P[x(t_n) = j / x(t_1) = i_1,\ldots, x(t_{n-1}) = i_{n-1}] = P_{ij} \qquad \textbf{(1.2)}$$

Para todos los estados i=0, i=1, ... i=n-1, j y $n\geq 0$. Se pude definir también la probabilidad de transición de n pasos:

$$P_i^n = P\{X_{n+m} = j / X_m = i\}, n \geq 0, i \geq 0 \qquad \textbf{(I-3)}$$

Que es la probabilidad de que el proceso en el estado i pase al estado j en n transiciones adicionales.

Un estado j se dice accesible hacia un estado i si para algún $n \geq 0$, $P_{ij}^{n} \geq 0$.

Dos estados i y j accesibles el uno al otro, se llaman **comunicables.**

Se dice que una cadena de Markov es irreducible 'si todos los estados de la cadena se comunican uno con otro.

Para cualquier estado i y j se define f_{ij}^{n} como la probabilidad de que iniciando en el estado i, la primera transición hacia el estado j ocurre al tiempo n. Tenemos entonces

$$f_{ij} = \sum_{n=1}^{\infty} f_{ij}^{n} \qquad \textbf{(1.4)}$$

Que denota la probabilidad de que haya habido una transición hacia el estado j, dado que el proceso comenzó en el estado i. El estado j se dice recurrente si

$$f_{ij} = 1 \qquad \textbf{(1.5)}$$

Una variable aleatoria no negativa X se dice que es **retículo si** existe un número $d \geq 0$, tal que

$$\sum_{n=0}^{\infty} P\{X = nd\} = 1 \qquad \textbf{(1.6)}$$

Esto quiere decir, que X es retículo si y solamente si toma como valores los múltiplos de algún número no negativo d. A d se lo denomina período de X.

1.3. Procesos Semi- Markovianos

Un proceso semi- markoviano es un cambio de estados de acuerdo con una cadena de Markov pero que toma una cantidad aleatoria de tiempo entre los cambios. Más específicamente, consideremos un proceso estocástico con estados 0, 1,2,..., el cual es tal que , cuando se encuentre en un estado entero i, $i \geq 0$.

- El nuevo estado será el estado entero j con probabilidad P_{ij}^{n}; $i, j \geq 0$.
- Dado que el nuevo estado será el estado entero j, el tiempo hasta la transición de i a j tiene distribución F_{ij} .

Si z(t) denota el estado al tiempo t, entonces $\{z(t), t \geq 0\}$ es llamado un **proceso semi-markoviano.**

Así un proceso semi-markoviano no posee la propiedad markoviana de que dado el estado presente, el futuro es independiente del pasado. Para predecir el futuro no únicamente debemos conocer el estado presente, sino también la longitud del tiempo que ha sido gastado en el estado. Obviamente, necesitaremos al momento de la transición, conocer el nuevo estado.

Una cadena de Markov, es entonces un proceso **semi-markoviano en** el cual $F_{ij}(t)=0$, si $t<1$ ó $F_{ij}(t)=1$, si $t \geq 1$

Esto quiere decir, si todos los tiempos transición de una cadena de Markov son idénticamente 1. Si hacemos que H_i sea la distribución de tiempo que un proceso semi-markoviano ha gastado en el estado i antes de hacer una transición y condicionando el nuevo estado , vemos que

$$H_i = \sum P_{ij} F_{ij}(t) \qquad \textbf{(1.6)}$$

Y sea μ_i la media. Esto es

$$\mu_i = \int_0^{\infty} x dH_i(x) \qquad \textbf{(1.7)}$$

Si X_n denota el n-ésimo estado visitado, entonces $\{X_n, n \geq 0\}$ es una cadena de Markov con probabilidades de transición P_{ij}. A esta cadena se la llama cadena de Markov inducida de un proceso semi-markoviano. Decimos que el proceso semì-markoviano es irreducible si la cadena de Markov también lo es.

Sea T_{ii} el tiempo entre transiciones sucesivas dentro del estado **i** y sea $\mu_{ii} = E[T_{ii}]$; usando la teoría de procesos de renovación alternados, es simple derivar una expresión para las probabilidades límites de un proceso semi-markoviano.

1.3.1. Teoría de la Renovación

Se considerarán ahora los procesos de población. **La vida** restante de un individuo dependerá de que tan viejo es ahora, y como consecuencia, el tamaño futuro de la población no solo dependerá de su tamaño actual, sino también de las edades presentes de los individuos. El proceso aun es markoviano si se incluye esta información, pero no deseamos llevar registros del individuo durante toda su vida No hay cambio en el tamaño de la población, excepto cuando ocurre un evento.

Se observa la función de un solo componente, el cual es reemplazado por otro tan pronto como este falla, por ejemplo un foco encendido continuamente. Los componentes tendrán vidas que son variables aleatorias {Xt) independientes. Entonces la variable aleatoria, Z_n, el tiempo hasta la falla del n-ésimo componente, si se colocó el primero en el instante 0, esta dado por la caminata aleatoria

$$Z_n = X_1 + \ldots + X_n, \quad Z_o = 0$$

í.3.2 Principales resultados sobre los procesos semi-markovianos

Para una poder tener nosotros una descripción más compleja de los procesos semi-markovianos, trataremos los principales resultados que se derivan de su estudio. Uno de los cuales será de particular interés para el caso de la dinámica de las enfermedades, pues como veremos, la teoría de los procesos semi-markovianos nos permitirá establecer la probabilidad de que un estado cualquiera de una enfermedad esté ocupando un determinado tiempo de cuidado, que debe ser provisto por el personal de enfermería.

Proposición 1

Si un proceso semi-markoviano es irreducible y si T_{ii} no tiene distribución retículo con media finita, entonces

$$P_i = \lim_{t \to \infty} P[z(t) = i / z(0) = j] \qquad \textbf{(1.8)}$$

Existe y son independientes del estado estado inicial. Además de esto

$$P_i = \frac{\mu_i}{\mu_{ii}} \qquad \textbf{(1.9)}$$

Es muy importante notar que P_i es también igual a la proporción de tiempo transcurrida mientras el proceso se encuentra en el estado i.

Corolario

Si un proceso semi-markoviano es irreducible y $\mu_{ii} < \infty$, entones con una probabilidad de valor 1, tenemos

$$\frac{\mu_i}{\mu_{ii}} = \lim_{t \to \infty} \frac{cantidac\_de\_tiempo\_en\_i\_durante\_[0,t]}{t} \qquad \textbf{(1.10)}$$

Esto quiere decir que μ_i/μ_{ii} equivale a la proporción de tiempo transcurrida en el estado i.

Ahora bien, la proposición dada nos muestra una expresión para el límite de probabilidades. Sin embargo, esta no constituye una vía para el cálculo de P_i. Supondremos que la cadena de Markov

$$\Pi_j = \sum_i \Pi_i P_{ij} \qquad (1.11)$$
$$\sum \Pi_j = 1$$

inducida $\{X_n, n \geq 0\}$ es irreducible y recurrente positiva, y sus probabilidades estacionarias son Π_j, $j \geq 0$. Esto es, Π_j es una única solución de

Y Π_j tiene la interpretación de ser la proporción de los X_n iguales a j. Si la cadena de Markov es aperiódica, en (1.12), es igual al lim $P[X_n=j]$. Luego, como Π_j equivale a la proporción de transiciones que están dentro del estado j, y μ_j es el tiempo medio gastado en el estado j por transición, vemos como intuitivo que el límite de las probabilidades podría ser proporcional a Π_j y μ_j. Para esto consideramos el siguiente teorema.

Teorema 1

Suponemos que tenemos las condiciones antes mencionadas en la proposición 1 y suponemos que la cadena de Markov fija $\{ X_n, n \geq 0 \}$ es recurrente y positiva. Entonces

$$P_i = \frac{\Pi_i \mu_i}{\sum \Pi_j \mu_j} \qquad (1.13)$$

El problema de determinar la distribución límite de un proceso semi-markoviano no está totalmente solventado por la determinación de Pi. Cuando queramos establecer el límite cuando $t \to \infty$ de estar en cierto estado y al tiempo t hacer la nueva transición antes del tiempo t, y esta nueva transición será antes del estado j. Para expresar esta probabilidad, definimos

Y(t)= el tiempo t hasta la nueva transición

S(t)= estado luego de la primera transición luego de t

Entonces podemos calcular

$$\lim_{t \to \infty} P[z(t) = i, Y(t) > x, S(t) = j] \qquad (1.14)$$

Después de esto, haremos uso de la teoría de los procesos alternados mediante el siguiente teorema

Teorema 2

Si el proceso semi-markoviano es irreducible y no reticular, entonces

$$\lim_{t\to\infty} P[Z(t)=i, Y(t)>x, S(t)=j / Z(0)=k] = \frac{P_{ij}\int_x^\infty F_{ij}(y)dy}{\mu_{ii}}$$

(1.15)

Corolario

Si el proceso semi-markoviano es irreducible y no reticular, entonces tenemos que

$$\lim_{t\to\infty} P[Z(t)=i, Y(t)>x / Z(0)=k] = \frac{\int H_i(y)dy}{\mu_{ii}}$$

(1.16)

Capítulo 2

2. UN MODELO DE GESTION DE RECURSOS EN UN HOSPITAL GENERAL

Al tratar el problema de la optimización o gestión eficiente de los recursos de un hospital, es posible advertir que de todos los procesos pueden ser enfocados con una visión matemática para la optimización, la admisión de los pacientes es una de las actividades claves que podrá determinar el mejoramiento de la atención que un hospital es capaz prestar a los diferentes usuarios. Si esta operación es bien planificada permitirá a un hospital hacer un balance diario de la demanda para facilitar la disponibilidad de recursos en cualquier momento.

Un plan de admisiones tiene que considerar diversos factores, los cuales en conjunto deben contemplar la necesidad de ingresar rápidamente a los pacientes y, por otro lado la necesidad de gestionar los recursos que en hospitales como los de nuestro país, son escasos, y esto hace que la tarea de modelar este problema sea difícil. Uno de los objetivos de este trabajo es el de que el modelo aquí desarrollado se convierta en un soporte para que las personas encargadas de la decisión final sean capaces de tomar la resolución.

2.1. El sistema de Plan de Admisiones

El plan de admisiones puede ser definido como ‘La selección de pacientes que van a ser admitidos desde una lista de espera, y la provisión de admisiones de emergencia tomando en cuenta los recursos disponibles en cuanto a personal de planta, espacio y la urgencia médica, social y funcional de la admisión del paciente. Es por esto que un factor crítico para el correcto funcionamiento del modelo es un eficiente plan de admisiones. Si los pacientes no son ingresados correctamente, no solamente se pierden valiosos recursos, sino que la vida del paciente estaría en peligro.

A partir de esto se debe concluir, que un sistema de plan de admisiones consiste de cuatro elementos:

- Establecimiento de objetivos
- Un sistema de registro de lista de espera
- Un plan de admisión
- Un sistema de predicción

Estos cuatro puntos, para efectos de una gestión hospitalaria deben ser tomados en cuenta como parte de un proceso científico para elaborar el modelo matemático que permita tomar una decisión.

2.1.1. Objetivos

Para enfrentar el problema de modelar matemáticamente la disponibilidad de los recursos existentes en un hospital, debemos considerar en primer lugar y con mucha precisión los objetivos que nos permitirán elaborar un modelo que contemple las tareas **que al final** serán cumplidas de alguna manera, que esperamos que **sea** más próxima a una solución efectiva.

Los principales objetivos de un hospital en esta área son:

- **Optímizar el paso de los pacientes.** Esto quiere decir que debemos minimizar el tiempo que permanecen los individuos en el hospital, permitiendo un tiempo razonable entre la llamada para la admisión y el momento mismo en que el paciente es admitido.
- **Maxìmizar el uso de los recursos hospitalarios existentes. Es** importante tomar en cuenta los principales recursos como las camas, salas de operaciones y el personal médico y de

enfermería. Estos recursos juegan un papel fundamental a la hora de idear un plan de gestión para el hospital.

- **Optimizar la disponibilidad** de servicios **de emergencia.** Los servicios de emergencia de un hospital son de suma importancia, porque sí existe una demanda que sobrepase los recursos existentes, se deberán dejar de lado otras actividades para atender las emergencias.

Además de estos tres, existen otros que pueden ser mencionados. Estos pudiesen ser subjetivos y son presentados explícitamente, como por ejemplo la consideración de los turnos en los que trabajan los distintos equipos de personal médico o de enfermería. Los objetivos pueden cambiar con el paso del tiempo y no son necesariamente puestos por escrito.

2.1.2. Lista de espera

El problema de admitir a los pacientes de manera que la demanda que tiene el hospital se encuentre en un balance con la disponibilidad de los recursos existentes, sugiere que la relación entre la demanda y los recursos debe establecer que las demandas son manejadas o manipuladas por la lista de espera, y que se convierten en un espacio de decisión del plan de admisión de pacientes. En este caso, solamente el lado de la ecuación de la demanda se puede manipular, mientras que los recursos se pueden considerar a corto plazo como fijos.

Esto requiere un sistema de registro de lista de espera para el cual la información sea recolectada para la demanda de cuidados.

2.1.3. El Plan de admisión

Debido a la proliferación de objetivos subjetivos y a veces hasta conflictivos, es poco probable que un programa de computador sea utilizado como una herramienta para asistir al plan de admisiones. En este tipo de organizaciones, las decisiones son aceptadas únicamente si son respaldadas por la experiencia de un profesional. Es evidente por otro lado que un paquete de software pueda proveer de una solución óptima que cumpla con todas las apreciaciones subjetivas de todos los componentes humanos que se entremezclan en un hospital. En esencia cualquier plan de admisión debe ser un sistema formado tanto por el hombre como por la máquina.

2.1.4. El sistema de predicción

El sistema de predicción es un elemento final que predice los efectos de una decisión de admisión de un paciente al hospital. Parte de este sistema de predicción debe ser incorporado en la planeación de admisión, tomando en cuenta más objetivos posibles.

Además, el sistema de predicción proveerá de una mejor **calidad al** sistema de planeación, dado que el sistema de predicción **está** enfocado a manejar datos estadísticos.

El sistema de predicción tendrá como meta el predecir la disponibilidad de recursos. Estos recursos serán los que afectan de una manera más directa a los pacientes, como por ejemplo camas, salas de operaciones y personal de enfermeras.

2.2. Métodos usados y modelos matemáticos

Estos modelos se usarán para predecir la utilización de los recursos existentes y las admisiones en caso de emergencias. Este problema tiene dos enfoques: uno subjetivo y otro utilizando datos estadísticos.

En el primer caso, utilizamos estimaciones subjetivas proporcionadas por el personal médico y de enfermería. El problema con las estimaciones subjetivas surge debido a que las personas ponen más énfasis en los sucesos recientes. Esto si bien no tiene influencia sobre la media de nuestra estimación, si aumenta la varianza considerablemente porque los datos no tienen una base real, sino que se basan en las percepciones del personal.

Los modelos que serán presentados se basan en el principio de la extrapolación, que dice que la decisión de planificación del ingreso se predecirá para los próximos días. La aproximación será una versión expandida y revisada del modelo presentado por Rubinstein en 1977.

Rubinstein tomó en cuenta un modelo con los siguientes aspectos:

- Las previsiones están basadas en los tipos de pacientes clasificados de acuerdo al consumo de ciertos recursos
- Presupone la existencia de suficientes datos para que el modelo se desarrolle correctamente
- Una cuestión medular parece ser el contestar a la pregunta de si es posible diseñar un sistema de clasificación de pacientes que tome en cuenta de manera similar el consumir ciertos recursos y de este modo poder hacer una predicción.

- El problema adicional de considerar si la información que está disponible en el momento de la planificación pude ser usada para la clasificación propuesta.

La división de los pacientes puede hacerse considerando la información que se conoce, y además tomando en cuenta la lista de espera y los datos médicos especializados.

Una manera estándar de clasificación se basó en un diseño para cada recurso incluido en el estado del paciente, como por ejemplo: camas, salas de operaciones y personal de enfermería.

2.3. Disponibilidad de camas

El objetivo que se persigue, será dividir a los pacientes en **relación** a su tiempo estimado de permanencia en el hospital, es decir al tiempo que los pacientes utilizarán las camas. La clasificación se la hace en base al diagnóstico que entregue un especialista, aunque se la podría mejorar si se incluyese en esta clasificación, el género, el área de especialidad en la ingresa el paciente, entre otras.

Es de gran importancia el considerar que estamos usando un modelo que intenta optimizar el funcionamiento de un sistema hospitalario, por lo cual es importante considerar los estados que atraviesa el sistema tanto en el momento en que se toma la decisión de la admisión de un paciente, como en el momento de la admisión misma. Este intervalo de tiempo ocurre, debido al alto número de trámites que se debe de realizar en la mayoría de los hospitales del país.

El estado del sistema hospitalario al momento de la decisión, es decir, al día **t**, es:

- Todas las admisiones que hayan ocurrido en ese día (incluyendo admisiones de emergencia o de última hora)
- Todas las salidas que hayan ocurrido en ese día

El estado del sistema hospitalario en el momento de la admisión **t+y** es:

- Todas las admisiones de emergencia que hayan ocurrido en ese día (debemos recalcar que esto significa que las camas han sido guardadas para emergencias)
- Todas las salidas que hayan ocurrido en ese día
- No se ha dado ninguna admisión de pacientes elegidos

Estas suposiciones que conciernen a cada estado no son esenciales para el modelo. Pero el incluirlas, hace que su el proceso para su aplicación y entendimiento sea más eficaz

2.3.1. Un modelo para la disponibilidad de camas

El modelo que presentaremos a continuación, predice el número de camas disponibles en algún momento en el futuro. Comenzando con el número disponible de camas al día t, usando extrapolación y predicción de los cambios, encontrar el número esperado de camas disponibles al día t+y. Los cambios que deben ser considerados son:

- El número de admisiones elegidas en los días t+1,..., t+y-1
- El número de admisiones de emergencia en los días t+1,..., t+y
- El número de salidas en los días t+1,...,t+y

El último item consiste de tres partes:

1. El número de salidas de los pacientes, presentes al día t
2. El número de salidas de las admisiones de una lista de espera en los días t+1,...,t+y-1
3. El número de salidas de las admisiones de emergencias en los días t+1,...,t+y-1

A continuación, veremos cada uno de estos items más detenidamente.

Admisiones de la lista de espera

Primero, debemos observar el número de admisiones de la lista de espera durante los siguientes días. Una vez que se ha planificado para un horizonte de tiempo fijo de y días, las admisiones para un período intermedio de tiempo son conocidas .

Admisiones de Emergencia

El número de admisiones de emergencia son, por supuesto, desconocidas. Es aquí que radica el problema, **ya** que un hospital se enfrenta a un riesgo evidentemente aleatorio de pacientes urgentes. Sin embargo, de acuerdo a la teoría presentada en el Capítulo 2, es posible asumir que el número de admisiones de emergencia tiene una distribución de Poisson.

Los parámetros de esta distribución se pueden distribuir por cada día de la semana. Establezcamos que **NAE(t) es el número de admisiones de emergencia en** el **día t,** el cual sigue una distribución de Poisson con parámetro $\lambda_{NAE(t)}$. Si además de esto asumimos que $NAE(t_1)$ es independiente de $NAE(t_2)$, donde $t_1 \neq t_2$, tendremos para el número total de admisiones de emergencia en los días t+1, t+2,..., t+y:

El valor esperado

$$E\left(\sum_{i=1}^{y} NAE(t+i)\right) = E\big(NAE(t+1) + NAE(t+2)...NAE(t+y)\big) \qquad \textbf{(2.1)}$$

$$E\left(\sum_{i=1}^{y} NAE(t+i)\right) = E(NAE(t+1)) + E(NAE(t+2))...E(NAE(t+y)) \qquad \textbf{(2.2)}$$

$$E\left(\sum_{i=1}^{y} NAE(t+1)\right) = \lambda_{NAE}(t+1) + \lambda_{NAE}(t+2) + ... + \lambda_{NAE}(t+y) =$$

$$= \sum_{i=1}^{y} \lambda_{NAE}(t+1) \qquad \textbf{(2.3)}$$

Y la varianza

$$V\left(\sum_{i=1}^{y} NAE(t+i)\right) = V\big(NAE(t+1)\ 1\text{-}\ NAE(t+2)...NAE(t+y,)\qquad \textbf{(2.4)}$$

Por ser independientes, se tiene que

$$V\left(\sum_{i=1}^{y} NAE(t+i)\right) = V(NAE(t+1)) + V(NAE(t+2))...V(NAE(t+y)) \qquad \textbf{(2.5)}$$

$$V\left(\sum_{i=1}^{y} NAE(t+1)\right) = \lambda_{NAE}(t+1) + \lambda_{NAE}(t+2) + \ldots + \lambda_{NAE}(t+y) =$$

$$= \sum_{i=1}^{y} \lambda_{NAE}(t+1) \qquad \textbf{(2.6)}$$

Egresos entre pacientes que ya han sido ingresados

Los pacientes en el hospital al día t son desplegados en g grupos con longitudes de estadía similares. Hagamos que **F,(y) sea la** función de distribución acumulada de la longitud de estadía por pacientes del grupo g, con g =1,2,...,G. Sea además $F_g(y|a)$ **la** función de distribución acumulada de la longitud de estadía, dado que los pacientes han estado en el hospital alrededor de a días. También definiremos **NPg(t,a) el número de pacientes del grupo g, presentes al día t, que están alrededor de a días en el hospital.** En este último caso, a es una variable aleatoria.

$$F_g(y|a) = \frac{F_g(a+y) - F_g(a)}{1 - F_g(a)} \qquad \textbf{(2.7)}$$

Sea $ND_g(t,a,y)$ el número de egresos en y días de pacientes del grupo g, presentes en el día t y que llevan alrededor de a días en el hospital. Sea además $ND_g(t,y)$ el número de egresos en y días de los pacientes del grupo g, presentes en día t. En este caso, t es una variable aleatoria.

$ND_g(t,a,y)$ podría ser visto como el resultado de una muestra de una distribución binomial con parámetros $ND_g(t,a)$ y $F_g(y|a)$. De esta manera tenemos:

$$E\left(ND_g(t,a,y)\right)=NP_g(t,a)\frac{F_g(a+y)-F_g(a)}{1-F_g(a)} \qquad \textbf{(2.8)}$$

Y la varianza;

$$V\left(ND_g(t,a,y)\right)=NP_g(t,a)\frac{(F_g(a+y)-F_g(a))(1-F_g(a+y))}{(1-F_g(a))^2} \qquad \textbf{(2.9)}$$

Si asumimos que las decisiones de egresos separados son independientes, tendremos:

$$E\left(ND_g(t,y)\right)=\sum_{g=1}^{G}\sum_{a=1}^{\infty}E\left(ND_g(t,a,y)\right) \qquad \textbf{(2.10)}$$

$$V\left(ND_g(t,y)\right)=\sum_{g=1}^{G}\sum_{a=1}^{\infty}V\left(ND_g(t,a,y)\right) \qquad \textbf{(2.11)}$$

Es necesario tomar en cuenta que alguna información podría estar disponible de antemano, por ejemplo es posible que los egresos al día **t+1** , sean conocidos al **día t.** **Esta información podría** incorporarse al modelo de la siguiente manera:

Sea $NP_g^*(t,a)$ el número de pacientes del grupo **g** al **día t** que tienen ya a días en hospital y que no saldrán al día siguiente, es decir al **día** t+l. Veremos entonces que:

$$E\{ ND(t,y) \} = \sum_{g=1}^{G}\sum_{a=1}^{\infty}\left(NP_g(t,a) - NP_g^*(t,a)\frac{(F_g(a+y) - F_g(1+a))}{1 - F_g(1+a)}\right)$$

(2.12)

Y

$$V\{ ND(t,y) \} = \sum_{g=1}^{G}\sum_{a=1}^{\infty} NP_g^*(t,a)\frac{\left(F_g(a+y)-F_g(1+a)\right)\left(1-F_g(a+y)\right)}{(1 - F_g(1+a))^2}$$

(2.13)

Egresos entre admisiones de emergencia

Por último, se puede considerar a las salidas de entre las admisiones de emergencia en el sistema de admisiones. **El** número de egresos durante los siguientes días se puede tomar como resultado **de una** muestreo de una distribución binomial.

Sea $NLA_g(t+i)$ el número de admisiones de la lista de espera en el día t+i del grupo g y $NLD_g(t+i,y)$ el número de admisiones de pacientes en la lista de espera al día t+i del grupo g que egresaran a lo mucho en el día t+y.

El número de egresos podría ser visto una vez más como una distribución binomial con parámetros $NLA_g(t+i)$ y $F_g(y-i)$. Entonces se tiene que:

$$E\{\sum_{i=1}^{y-1}\sum_{g=1}^{G} NLD_g(t+i,y)\} = \sum_{i=1}^{y-1}\sum_{g=1}^{G} NLA_g(t+i)F_g(y-i) \qquad \textbf{(2.14)}$$

Y

$$V(\sum_{i=1}^{y-1}\sum_{g=1}^{G} NLD_g(t+i,y)) = \sum_{i=1}^{y-1}\sum_{g=1}^{G} NLA_g(t+i)F_g(y-i)(1-F_g(y-i))$$

(2.15)

Una vez que se ha discutido acerca de los diferentes factores que influyen en la disponibilidad de camas, es posible agruparlos de tal manera que podamos lograr una predicción de la disponibilidad de camas en el día t+y. Debido a que todos los cambios son causados por decisiones separadas realizadas para pacientes diferentes, no es muy irreal el suponer que son estadísticamente independientes. Esto permite calcular la esperanza y la varianza de la disponibilidad de camas como la suma de las esperanzas y varianzas de los diferentes componentes. Como se ha demostrado, la disponibilidad de camas esta determinada por un número de variables estocásticas independientes. De acuerdo a la versión de Lìndeberg-Feller del teorema del Límite Central (toda serie de variables aleatorias uniformes centradas, mutuamente independientes sigue una distribución normal), se puede establecer que la disponibilidad de camas sigue una distribución normal. Ya que hemos determinado la forma de calcular los parámetros de esta distribución, es posible calcular los intervalos de confianza para la disponibilidad de camas. Utilizando el modelo en este sentido, este se convierte en una herramienta de planificación con una estimación del número de camas disponibles en el día t+y con cierta probabilidad.

Para cada predicción obtenida por el uso del modelo, el volumen esperado y la varianza de la disponibilidad de camas podría ser calculado. Con esto, se tiene que es posible calcular:

- El error de predicción
- El número de camas, con su correspondiente probabilidad de disponibilidad

- La eficiencia de las predicciones realizadas que acompañan a estas probabilidades

El concepto de eficiencia, al que se refiere el tercer punto, esta definido como la fracción del valor esperado de **la** disponibilidad de camas con la que estuvo disponible en realidad. Por ejemplo, si con cierta probabilidad, 25 camas fueron esperadas disponibles y 23 de estas estuvieron disponibles en realidad, entonces la eficiencia de **la** predicción es de 0.92 .

2.4. Disponibilidad de los quirófanos

El caso de los quirófanos es especial. Los pacientes deben ser clasificados en grupos lo más homogéneos posibles, **ya** que utilizan los mismos recursos dentro de una sala de operaciones.

La disponibilidad de las salas de operaciones depende de la disponibilidad simultánea de algunos recursos; por ejemplo **la** disponibilidad de , un quirófano, un anestesista, personal de enfermería para las operaciones y un médico especialista. **Para este** estudio se puede asumir que el tiempo de duración de **las** operaciones es asignado, lo que significa que el manejo de **las** facilidades de operación es de responsabilidad única del hospital de acuerdo a la disponibilidad de todos los recursos que sean necesitados. Al planear la admisión de los pacientes, únicamente se considera este tiempo. Los problemas que surjan al usar esta aproximación pueden solucionarse en el mismo día en que se realizan estos procedimientos por medio de la secuencia en que estos se desarrollan.

El tiempo que se pierde debido al cambio de operación de una sala y el tiempo de limpieza, deben ser considerados dentro de la disponibilidad de los quirófanos, además del tiempo mismo de la operación. Ya que lo único importante es la disponibilidad de recursos, se debe tomar en cuenta solamente el tiempo agregado de la operación en si. Otro problema que surge es la clasificación del tiempo entre cada operación. Estos tiempos varían entre un especialista y otro. Sin embargo, esta diferencia es pequeña comparada con la longitud total de una sesión.

2.4.1. Un Modelo de disponibilidad de salas de operaciones

Se puede ver que la predicción de la longitud de una sesión planeada consiste de una serie de procedimientos. El modelo de la disponibilidad de los quirófanos tiene como base el valor esperado y la varianza del procedimiento por grupo. Si esta información es conocida, entonces para cada procedimiento planeado, se conoce el valor esperado y la varianza del tiempo de operación. Sin embargo para casos reales de algunos hospitales consiste un grave problema la ausencia de este tipo de información que limita la implementación del modelo de una manera eficiente.

Si las longitudes de los diferentes procedimientos en cuanto a tiempo, en una sesión pueden ser consideradas mutuamente independientes, el cálculo de la varianza de la sesión es directo. Sin embargo, esta independencia no es cierta. Es muy posible que el tiempo perdido durante un procedimiento es recuperado durante las operaciones siguientes. Podría resultar que la varianza de la sesión sea pequeña respecto de la suma de las varianzas de cada una de las subrutinas de cada operación. Para evitar esto, los datos disponibles deben ser revisados para ver si la independencia puede ser asumida y de esta manera se encontrará que la suma de las varianzas de procedimientos separados es un predictor adecuado de la varianza de toda la operación.

Una vez que se tiene el valor esperado y la varianza de una sesión, se intentará determinar la probabilidad de no cumplir con los tiempos previstos. El número de procedimientos en una operación es muy pequeño, siendo el promedio entre uno y cinco. Este número es también muy pequeño como para aplicar el teorema del límite central para establecer que el tiempo sigue una distribución normal. Se puede verificar si la distribución empírica de los tiempos totales de operación se comporta de una manera similar a la distribución normal. Es posible encontrar los factores f'_α para los cuales:

$$P(x \geq E(x) + f'_{\alpha}.\delta(x)) = 1 - \alpha, 0 \leq \alpha \leq 1 \qquad \textbf{(2.16)}$$

Donde E(x) es la media de tiempo de la sesión

f'_α es el factor de sobretiempo, y

b(x) es la varianza del tiempo de la sesión.

Tomando una parte de los datos para determinar estos factores, los probamos sobre el resto de los datos y repetimos este procedimiento sobre el resto de los datos algunas veces sobre diferentes particiones de datos resultando en un conjunto de factores. Estos factores difieren significativamente de los factores de la distribución normal. Los intervalos de confianza usados en la distribución empírica tendrían que ser mayores que los se habían necesitado se la distribución hubiera sido normal.

Cirugías de emergencia

Entre las actividades que son responsabilidad del hospital, están las cirugías para casos de pacientes que ingresan a dicho centro de salud por la puerta de emergencia. Para estos casos, se puede establecer un modelo matemático que toma en cuenta únicamente el plan de cirugía. Es decir, se trata de determinar la cantidad de tiempo que el hospital debe fijar, para que los recursos que posee, estén disponibles. Esto se refiere tanto a recursos humanos como materiales.

Los datos sobre el tiempo consumido en cirugía de emergencia durante horas normales siguen una distribución exponencial. Bajo este supuesto, el modelo puede ser construido basándose en hacer explícito el balance entre los costos de no usar todo el tiempo de operación y los costos de excedemos en este tiempo.

Sean c_1 los costos por unidad de tiempo de subutilización, c_2 los costos por unidad de tiempo de sobreutilización, $c=c_1/c_2$, $f(x,\lambda)$ la función de densidad de una distribución exponencial con parámetro λ, $F(x,\lambda)$ la función de distribución de $f(x,\lambda)$, m el número de unidades de tiempo a ser fijada para cirugías de emergencia, X el número de unidades de tiempo necesarias para la cirugía de emergencia, y C(X,m) el costo total resultante del cambio de m.

Si los costos de subutilización y sobreutilización varían linealmente en el tiempo, entonces para cada cambio de m, los costos son:

$$C(X,m) = \begin{cases} c_1(m - X), 0 \leq x \leq m \\ \\ c_2(X - m), X > m \end{cases} \qquad (2.17)$$

Los costos esperados se pueden expresar como:

$$E\{\, C(X,m)\,\} = \int_{0}^{m} c_1\big(m - z\big) f(z,\lambda\,)dz + \int_{m}^{\infty} c_2\big(z - m\big) f(z,\lambda\,)dz \qquad \textbf{(2.18)}$$

Si se quiere minimizar los costos esperados, esto es equivalente a minimizar:

$$\frac{E\{\, C(X,m)\,\}}{c_2} = m(c+1)\int_{0}^{m} f(z,\lambda\,)dz - (c+1)\int_{0}^{m} zf(z,\lambda\,)dz - m + E\{\, x\,\}$$

(2.19)

Si se diferencia con respecto a m, e igualamos el resultado a 0, se tiene:

$$0 = (c+1)\int_{0}^{m} f(z,\lambda)dz + m(c+1)f(m,\lambda) - m(c+1)f(m,\lambda) - 1 \qquad (2.20)$$

$$F(m,\lambda) = \frac{1}{(c+1)} \qquad (2.21)$$

Ya que $F(x,\lambda)=1-\exp(-m\lambda)$. El valor de m para el cual se minimiza el costo esperado es:

$$m = \frac{-1}{\lambda} * \ln\left(\frac{c}{c+1}\right) \qquad (2.22)$$

Dada la información sobre c (los efectos relativos de los costos de sobre y subutilización de los recursos de operaciones) y teniendo el valor esperado del tiempo necesario para la cirugía de emergencia, es ahora posible calcular el tiempo que va a ser utilizado.

2.5. Disponibilidad del cuerpo médico

En esta sección trataremos el tema del personal que actúa en los cuidados que requiere un paciente al ingresar a un hospital. Esto sin duda, hace necesario que tengamos en cuenta una serie de factores acerca de las cargas de trabajo. Algunos de ellos son los siguientes:

- La cantidad de trabajo dependiendo del tipo de paciente
- La cantidad de trabajo dependiendo del número de pacientes, indistintamente de su tipo
- La cantidad de trabajo que tiene que hacer de cualquier modo, indiferente a los pacientes

La primera categoría de trabajo toma en cuenta a los cuidados directos a pacientes y a otros cuidados relacionados con los pacientes. Algunas investigaciones muestran que al personal de enfermería no le es muy grato posponer los cuidados directos. Cuando la demanda de cuidados decrece significa que otras actividades serán descuidadas a favor de los cuidados directos.

Por lo tanto, **se** tiene que **la presión de trabajo para una enfermera** se puede definir como el porcentaje **total de la capacidad**

disponible de enfermeras que se gasta en cuidados directos. Este porcentaje se expresa en el tiempo total equivalente a todo el personal.

Un objetivo de la planificación de admisiones es mantener este porcentaje dentro de un margen dado como normal. Si esta norma es correcta y se sigue de manera normal, suficiente tiempo será ocupado en otras actividades.

Lo importante en esta sección, es determinar los cuidados directos que el personal de enfermería hace en cuanto a distintos pacientes y para esto se han utilizado algunos sistemas de medida del trabajo que ha sido realizado. Para categorizar los instrumentos utilizados, se distinguen cuatro tipos de pacientes con respecto a los cuidados necesitados:

1. Cuidados mínimos o auto cuidado
2. Cuidados promedio
3. Más del cuidado medio
4. Cuidado continuo

Esta clasificación nos servirá de base para que podamos establecer las cargas de trabajo u horas de trabajo necesarias que se deben de invertir en un paciente por el personal de enfermería, cumpliendo con los objetivos de la gestión del personal.

2.51. Modelo de capacidad **y disponibilidad del personal médico**

Al igual que el modelo de disponibilidad de camas, se hace énfasis en obtener una predicción el día t+y acerca de la disponibilidad y capacidad del personal de enfermería. Esta predicción debe tomar en cuenta:

1. Los pacientes en el hospital al día t quienes todavía estarán presentes al día t+y
2. El plan de admisiones durante tos días t+1, t+2,..., t+y-1 de quienes están aún en el hospital al día t+y
3. Las admisiones de emergencia durante los días t+1,...,t+y quienes aún están en el hospital al día t+y

Para las admisiones de emergencia se fija aparte la capacidad y la demanda de cuidados que estos pacientes generan.

Pacientes en el hospital en **el día t y que estarán presentes en el día t+y**

El modelo de disponibilidad de camas muestra que la probabilidad de que un paciente de categoría de permanencia **g** aun esté en el hospital al día t+y, dado que el paciente fue admitido en el **día t-a, es** igual a:

$$G_g(a,y) = \frac{1 - F_g(a+y)}{1 - F_g(a-1) - F_g(a-b) + F_g(a+b-1)} \qquad (2.23)$$

Si el día t+b, 2≤b≤y, es Domingo. De otro modo se tiene que:

$$G_g(a,y) = \frac{1 - F_g(a+y)}{1 - F_g(a+1)} \qquad (2.24)$$

Sea p_{gi} la probabilidad de que un paciente del grupo **g** pertenezca a la categoría de funcionamiento i, y sea k_i la carga de trabajo asociada con la categoría i. La carga de trabajo esperada y que es causada por estos paciente es igual a:

$$\sum_{j=1}^{4} G_g(a,y).p_{gi}.k_i \qquad (2.25)$$

Mientras que su varianza es igual a:

$$\sum_{j=1}^{4} G_g(a,y).p_{gi}.k_i^2 - \left(\sum_{j=1}^{4} G_g(a,y).p_{gi}.k_i\right)^2 \qquad (2.26)$$

Ya que las cargas de trabajo requeridas por los pacientes en el hospital scn mutuamente independientes, la esperanza total y la varianza de las cargas de trabajo sobre el día t+i causadas por los pacientes presentes al día t pueden ser ahora determinadas .

Admisiones planeadas

La probabilidad de que un paciente con categoría de longitud de permanencia g que fue admitido al día t+i, aun esté en el hospital al día t+y es $1-F_g(y-i)$. El trabajo esperado y la varianza pueden ser calculados como se describe arriba.

Admisiones de emergencia

Este número de pacientes sigue una distribución de Poísson con parámetro λ.

$$\lambda = \sum_{y=1}^{J} (\lambda_{NEA}(t+i) * (1 - F_s(y-i))) \qquad \textbf{(2.27)}$$

Dado que el trabajo' de cada uno de estos pacientes puede ser visto como el resultado de una muestra de una función empírica, esta suma sigue una distribución estática de Poisson. Douglas probó en 1980 que para tal distribución el valor esperado es:

$$\lambda = \sum_{y=1}^{J} p_{NEi} k_i \qquad \textbf{(2.28)}$$

Y su varianza es:

$$\lambda = \sum_{y=1}^{J} p_{NEi} k_i^2 \qquad \textbf{(2.29)}$$

Donde p_{NEA} es la probabilidad de que una admisión de emergencia caiga en una categoría de trabajo **i**.

Como antes, la esperanza y la varianza total del trabajo causado por los pacientes en el hospital al día **t+y** puede ser calculado ahora por una sumatoria. La carga de trabajo es determinada por la suma de un número de variables aleatorias independientes. La carga de trabajo sigue una distribución normal. Se pueden calcular los parámetros de esta distribución y por tanto probar intervalos de confianza para la presión de trabajo.

Capítulo 3

3. UN MODELO DE PREVISIÓN DE LA DEMANDA DE CUIDADOS ‘Y RECURSOS EN UNA UNIDAD HOSPITALARIA

Como en el capítulo 3, al estudiar **la** globalidad del problema de gestión interna de un hospital y de acuerdo al modelo presentado, se pudo advertir que uno de los principales recursos que se tiene que optimizar es el recurso humano. Aunque no sirve de nada tratar solamente el recurso humano si se descuida el resto de la estructura hospitalaria, si se toma en cuenta ahora que mediante la utilización de un modelo matemático de tipo probabilístico es posible enfocar el problema de gestión del personal a través de la previsión de la demanda de cuidados a partir de lo que se conoce como **un sistema de información descentralizado.** El problema radica en como poder organizar el tiempo que el personal de enfermería invierte en cuidados de diversos pacientes que han ingresado en el hospital. A través de este tipo de organización se podría orientar al hospital por el camino de la calidad en la atención y el mejoramiento

Esta forma de calcular el número de pacientes presentes en la unidad, esta muy ligada a la dinámica semi-markoviana de la enfermedad α.

Los pacientes urgentes admitidos en el día t

Sea un paciente α que es admitido en la unidad de cuidados de manera urgente en el día 1. Como antes, se puede calcular a partir de los datos base de la dinámica de la enfermedad:

$\Pi_{ju}(T)$ que es la probabilidad de que un paciente urgente que haya sido admitido en el día t+l con la enfermedad u, se encuentre al día t+T en el estado j de S,.

Ahora bien, se pude definir la variable aleatoria $W_{\alpha qur}(T,d)$ que describe la demanda de cuidados para el equipo de enfermeros q al día t+1, que proviene de un paciente urgente admitido el día T+d, donde d>T. Se tendrá entonces:

$$E\left[W_{\alpha qur}(T,d)\right]=\sum_{j\in S_u}E\left[d_{jqu}\right]\prod_{ju}(d-T+1) \qquad \textbf{(3.7)}$$

$$Var\left[W_{\alpha qur}(T,d)\right]=\sum_{j\in S_u}\prod_{ju}(d-t+1)\left[Var(d_{jqu})+\{E(d_{jqu})-E(W_{\alpha qur}(t,d))\}^2\right]$$

(3.8)

continuo en la estructura de funcionamiento del personal que garantice tal calidad, satisfaga la demanda de atenciones y que justifique los costos en que incurre el hospital por los salarios del personal.

Para hacer esta introducción lo más clara y concreta posible, es necesario establecer los objetivos que se presentan para la elaboración de un modelo para la gestión del personal de enfermería:

- Ayudará a prever la demanda de cuidados de enfermería
- Permitirá implantar un sistema informático descentralizado, es decir por unidades, dentro del hospital

Es importante tener claro que lo que se va a estudiar es un modelo que tratará con las cargas de trabajo para el personal de enfermería en las diferentes unidades de cuidados. En otras palabras, como elemento central de esta metodología se establece una fórmula de evaluación de la demanda de cuidados que está directamente asociada a un formulario del plan de cuidados que cada enfermero ha llenado cada día, por cada paciente a su cargo.

Como se discute en el capítulo anterior, un sistema de evaluación a menudo tropieza con diversos inconvenientes como la no muy buena predisposición del personal al momento de sentirse evaluado con el seguimiento que tal modelo nos plantea, aunque como herramienta de gestión este sistema de evaluación es muy útil.

El modelo matemático que hace sirve de base para el sistema que estudiaremos, se basa en la identificación de la **dinámica de las** enfermedades de pacientes que se encuentran bajo tratamiento en una unidad de cuidados. Esta es así mismo representada por **un proceso semi-markoviano** de estados discretos, que fue descrito en el capitulo 2.

Cada estado para el caso de una enfermedad se puede definir como el estado típico que el paciente atraviesa en su enfermedad. De la misma manera, cada estado está asociado a una ley de demanda de cuidados típicos. Si se conoce el registro de los pacientes en cada unidad en un día dado, entonces se puede prever la evolución de la demanda de cuidados para días futuros.

Las previsiones de cuidados pueden ser útiles para realizar un control selectivo de admisiones, para poder regular la utilización del personal de turno.

Sin embargo, esta investigación sufre de dos limitaciones:

- Todo lo anterior está basado en una descripción my breve de la variedad de enfermedades tratadas
- El resto depende de un sistema de información centralizado que puede constituir un obstáculo entre el sistema y quienes serían sus principales beneficiarios, por razones de orden psicológico y sindical.

La importancia de este sistema es que está basado en una idea de descentralización, que permitirá a un jefe de unidad prever el avance y evolución de su unidad. Este sistema es completamente autónomo y se debe implantar en una computadora.

3.1. Previsión de la demanda de cuidados con la ayuda de un modelo de población semi-markoviano

Como antes fue establecido, la metodología adoptada para la previsión de la demanda de cuidados tiene su base en las características dinámicas de las enfermedades que van a ser tratadas, es decir, una enfermedad tiene algunos estados que son los más comunes, que varían entre una enfermedad y otra y que deben de ser establecidos con claridad por un profesional calificado.

Posteriormente se presentarán las fórmulas matemáticas de previsión obtenidas según las diferentes políticas de admisión que han sido consideradas.

3.1.1. Problemática de la previsión de la demanda de cuidados

El interés de este estudio es llegar a modelar el proceso generador de la demanda de cuidados, y para esto es necesario tomar en cuenta algunas consideraciones importantes:

- La necesidad de identificar todos los estados que atraviesa una enfermedad, para de esta forma poder prever de acuerdo a la enfermedad y el estado actual de la enfermedad por el que pasa el paciente, las medicinas que deberán prescribirse y los cuidados necesarios
- La demanda de cuidados de enfermeros en una unidad de cuidados puede sufrir variaciones importantes haciendo que las modificaciones de la composición de la población de pacientes presentes en la unidad
- La demanda de cuidados de enfermería puede ser considerado como una cantidad determinada por el estado de la unidad de cuidados

La unidad de cuidados es una población finita de pacientes cuyos estados de enfermedad evolucionan en el transcurso del tiempo.

De acuerdo a lo anteriormente expuesto, para **modelar el** proceso generador de la demanda de cuidados, se establecen los siguientes pasos:

- Identificar las principales enfermedades tratadas en la unidad
- Identificar los diferentes estados de cada enfermedad
- Identificar para cada estado de cada enfermedad, la demanda de cuidados asociada

Ley de evolución de los estados

La ley de la evolución de los estados es el comportamiento normal de las características dinámicas que tiene cada enfermedad, y a partir de su conocimiento se puede establecer una metodología de previsión de la demanda de cuidados.

Los parámetros del modelo de población semi-markoviano son los siguientes:

M : conjunto de enfermedades tratadas en cada unidad

S_u : conujunto de estados de la enfermedad u

P_{iju} : probabilidad de transición del estado i de S_u hacia el estado j de S_u de un paciente con la enfermedad u

$h_{iju}(n)$: probabilidad condicional de una permanencia de n días en el estado i sabiendo una transición de i a j debe suceder

$\Pi_{ju}(1)$:probabilidad de que un paciente urgente que arribe con la enfermedad u se encuentre en el estado j

$Q_{ju}(1)$: probabilidad de que un paciente elegido que arribe con la enfermedad u se encuentre en el estado j

B_u : probabilidad para un paciente elegido de tener la enfermedad u

u,(x) : probabilidad de que arriben x pacientes urgentes alcanzando la enfermedad u, en un día determinado

Dado que las camas también tienen un comportamiento de un proceso semi-markoviano de corte acotado, podremos estudiar la disponibilidad de camas bajo una nueva visión que contemple una unidad con un número fijo de camas B.

El personal de enfermería será repartido en tres turnos: mañana, tarde y noche.

También se debe definir la variable aleatoria E_{jqu}, que representa la carga de trabajo para el equipo q, evaluada en minutos, asociada a un paciente que se encuentra en el estado j de la enfermedad u.

3.2. Previsión de la demanda para los pacientes y para los pacientes urgentes que sean admitidos

Es preciso considerar que la previsión de la demanda de cuidados de enfermería tiene una relación directa con el tipo de paciente al que se está tratando, es decir, se establecerá un tipo de cuidado de cuidado diferente para los tres tipos de pacientes que son mencionados en este estudio; al día t+1 un paciente podrá ubicarse de entre los pacientes ubicados como urgentes, pacientes ya presentes en el hospital en el día t, o el paciente admitido de entre una lista de espera al día t+1, t+2 ,..., t+d. Se presentarán las fórmulas de previsión relativas con pacientes presentes en el día t u con pacientes urgentes.,

los pacientes presentes en t

Sea un paciente α presente en la unidad un día t y que se encuentra en el estado i_α de la enfermedad u desde r_α días. A partir de los datos base de la dinámica de cada enfermedad u, se puede calcular, la probabilidad $\Psi_{ju}(d/i_\alpha,r_\alpha)$ que es la probabilidad de encontrarse en el día t+d en el estado j de Su, un paciente que se encuentra actualmente en t en el estado i_α de S_α después de r_α días.

La demanda de cuidados para el equipo de enfermería q asociada a cada paciente α en el día t+d será entonces una variable aleatoria W,,(d) que verificará:

$$E[W_{\alpha q}(d)] = \sum_{j\in S_u} \psi_{ju}(d/i_\alpha,r_\alpha)E[d_{jqu}] \qquad \textbf{(3.1)}$$

$$Var[W_{\alpha q}(d)] = \sum_{\alpha\in P} \psi_{ju}(d/i_\alpha,r_\alpha)(Var[d_{jqu}] + E[d_{jqu}] - E[W_{\alpha q}(d)]) \qquad \textbf{(3.2)}$$

Este dato se da solamente para un paciente α, el cual estará dado en minutos.

Puesto que cada paciente evoluciona independientemente de los otros, la carga de trabajo dada con todos los pacientes presentes en el día t será la variable aleatoria:

$$W_{pq}(d) = \sum_{\alpha \in P} W_{\alpha q}(d) \qquad (3.3)$$

Por lo que

$$E[W_{pq}(d)] = \sum_{\alpha \in P} E[W_{\alpha q}(d)] \qquad (3.4)$$

$$Var[W_{pq}(d)] = \sum_{\alpha \in P} Var[W_{\alpha q}(d)] \qquad (3.5)$$

Donde P es el conjunto de pacientes presentes en el día t.

Entre los estados de la enfermedad u, algunos son estados de descanso. Un paciente que ingresa a este estado deja libre la unidad el mismo día, sin generar una demanda de cuidados. Hagamos que F_u sea el conjunto de estados de descanso para la enfermedad u.

Sea N,(d) la variable aleatoria queda el número de pacientes presentes al día t y que estarán todavía en el día t+d. Se tendrá entonces:

$$E[N_p(d)] = N_p(0) - \sum_{\alpha \in P} \sum_{e \in F_u} \psi_{eu}(d / i_\alpha, r_\alpha) \qquad (3.6)$$

Por otro lado sea e,(T) la variable aleatoria que da el número de pacientes urgentes admitidos el día t+T con la enfermedad u.

Sea $W_{qur}(t,d)$, la demanda de cuidados que se dirigen al equipo de enfermeros el día t+d y que proviene de los pacientes admitidos de urgencia el día t+T con la enfermedad u.

Se tiene entonces:

$$E\left[W_{qur}(T,d)\right] = E\left[e_u(T)\right] * E\left[W_{\alpha qur}(T,d)\right] \qquad \textbf{(3.9)}$$

$$Var\left[W_{qur}(T,d)\right] = E\left[e_u(T)\right] * Var\left[W_{\alpha qur}(T,d)\right] + Var\left[e_u(T)\right] * \left(E\left[W_{\alpha qur}(T,d)\right]\right)^2$$

(3.10)

Ya que la llegada de los pacientes urgentes con cada enfermedad y por cada día son variables aleatorias independientes, se obtiene la demanda total de cuidados que se dirige al equipo q al **día** t+d. Esta demanda total proviene de pacientes urgentes admitidos entre los días t+l y t+d como la suma:

$$W_{qur}(d) = \sum_{u \in M} \sum_{T=1}^{d} W_{qur}(T,d) \qquad \textbf{(3.11)}$$

$$E\left[W_{qur}(d)\right] = \sum_{u \in M} \sum_{T=1}^{d} E\left[W_{qur}(T,d)\right] \qquad \textbf{(3.12)}$$

$$Var\left[W_{qur}(d)\right] = \sum_{u \in M} \sum_{T=1}^{d} Var\left[W_{qur}(T,d)\right] \qquad \textbf{(3.13)}$$

Ahora bien, sea Nur(d) el número de pacientes urgentes que han llegado entre los días t+l y t+d, incluyendo aquellos pacientes presentes al día t+d. Se tiene entonces:

$$E[N_{ur}(d)] = \sum_{T=1}^{d} \sum_{u \in M} \sum_{x=0}^{\tau} x(1 - \sum_{j \in F_u} \Pi_{ju}(T)) * u_u(x) \qquad (3.14)$$

3.3. Previsión de la demanda de cuidados debido a la admisión de pacientes elegidos

Es importante a estas alturas de este estudio, partir de la concepción clara de lo que llamaremos paciente elegido.

Paciente elegido será un paciente que no requiere tener una admisión de urgencia y que puede ser admitido solamente si una cama está disponible, o bien sí el personal está disponible para el cuidado.

El concepto de paciente elegido debe de ser definido para fines de modelización.

Puesto que el tema de la admisión de los pacientes **a** un hospital en muchos centros de salud es considerado de maneras diferentes, se tratará el caso considerando dos políticas admisión distintas y que serán:

1. Una política de admisión llamada **en curva abierta.** En este caso se fija para los días t+1 , t+2,.. ., t+d un flujo de admisiones de pacientes elegidos y se prevé la demanda de cuidados que se van a generar.

2. Una política de admisión llamada **en curva cerrada.** En este otro caso, el número de pacientes elegidos o admitidos en el día t+d es aleatorio y depende de la partida de pacientes de la unidad y de los arribos de emergencia.

3.3.1. Admisión en curva abierta

Sea a(T) el número determinado de admisiones que se efectúan **a** día t+T, con T=1,2,...,Δ. A partir de los datos base, se puede calcular $Q_{ju}(T)$ que es la probabilidad que un paciente elegido, se admita al día t+l con la enfermedad u, y esté en el estado j de S_u al día t+T.

Sea $W_{qel}(d)$ la demanda de cuidados que se dirigen en el equipo q el día t+d y que provienen de pacientes elegidos que han sido admitidos entre los días t+1 y t+d inclusive. Se tendrá entonces:

$$E\left[W_{qel}(d)\right]=\sum_{T=1}^{d}\sum_{u\in M}\sum_{j\in S_u}a(T)B_uQ_{ju}(d-T+1)*E\left[d_{jqu}\right] \qquad (3.15)$$

$$Var\left[W_{qel}(d)\right]=\sum_{T=1}^{d}\sum_{u\in M}\sum_{j\in S_u}a(T)B_uQ_{ju}(d-T+1)*$$

$$*\left(Var\left[d_{jqu}\right]+\{E\left[d_{jqu}\right]-(\sum_{v\in M}\sum_{i\in S_v}E\left[d_{jqv}\right]B_vQ_{iv}(d+T-1))\}\right)$$

$$(3.16)$$

Se define también la variable aleatoria $N_{el}(d)$, que refleja el número de pacientes elegidos que arriban entre los días t+1 y t+d inclusive, que estarán presentes el día t+d. Se tiene entonces:

$$E\left[N_{el}(d)\right]=\sum_{T=1}^{d}\sum_{u\in M}a(T)B_u(1-\sum_{j\in F_u}Q_{ju}(d-T+1)) \qquad (3.17)$$

3.3.2. Admisión en curva cerrada

En esta política de admisión, como lo establecimos antes toma en cuenta la disponibilidad de la unidad de cuidados del hospital de acuerdo a la partida de pacientes y de los arribos de urgencias. Resulta entonces, un poco más práctico razonar no tanto por pacientes, sino por camas. Como es lógico, la política debe de ser un paciente por cada cama.

Así mismo se define $E_{jv}(d)$, *que* es la probabilidad de que una cama, donde un paciente es admitido el día t+1, esté ocupada el día t+d por un paciente en es estado j de la enfermedad v. Esta probabilidad puede ser obtenida por las fórmulas de recurrencia siguientes:

$$E_{jv}(1) = B_v Q_{jv}(1) \qquad \textbf{(3.18)}$$

$$E_{jv}(d) = B_v Q_{jv}(d) + \sum_{T=1}^{d-1} \sum_{u \in M} \sum_{k \in F_u} B_u (Q_{ku}(T+1) - Q_{ku}(T)) * E_{jv}(d-T)$$

(3.19)

Se deduce entonces la probabilidad $n_{jv}(d/i,u,r)$, que es la probabilidad de que una cama sea ocupada en el día t+d por un paciente que se encuentra en el estado j de la enfermedad v, sabiendo que **al día** t esta cama está ocupada por un paciente que se encuentra en el estado i de la enfermedad u por r días.

$$n_{jv}(d/i,u,r)=\delta_{vu}*\psi_{ju}(d/i,r)+$$
$$+\sum_{T=1}^{d}\{\sum_{e\in F_u}(\psi_{eu}(T/i,r)-\psi_{eu}(T-1/i,r))\}*E_{jv}(d-T+1)$$

(3.20)

Donde δ_{vu} es el símbolo de Kroneker.

Veamos ahora cual es la carga de trabajo que demanda este tipo de admisión. Para esto se define la variable aleatoria $W_{\alpha q}(d)$, que representa la carga de trabajo dirigida al equipo q originada por el paciente que ocupará la cama α en el día $t+d$, si se sabe que esta cama estará ocupada por un paciente que sufre de la enfermedad u que se encuentra en el estado i de S_u después de r días.

Se obtienen entonces las fórmulas siguientes para la esperanza y la varianza de W,,(d):

$$E[W_{\alpha q}(d)]=\sum_{v}\sum_{j\in T_v}n_{jv}(d/i,u,r)*E[d_{jqv}] \qquad \textbf{(3.21)}$$

$$Var[W_{\alpha q}(d)]=\sum_{v}\sum_{j\in T_v}n_{jv}(d/i,u,r)*\{Var[d_{jq}]+[E[d_{jqv}]-E[W_{\alpha q}(d)]]^2\}$$

(3.22)

Donde $T_v=S_v-F_v$.

Como en el caso de la evolución de los pacientes, tiene sentido suponer que existe independencia entre cada uno de los pacientes y por consiguiente, de cada una de las camas. La esperanza y la varianza de la carga total se obtienen por adición sobre el conjunto de las camas de cada unidad. De esta forma podemos prever la demanda de cuidados requerida.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Al haber realizado un estudio del problema de gestión de recursos en un hospital, se pueden plantear algunas conclusiones que tienen que ver con el carácter mismo del problema y con las herramientas matemáticas que se utilizaron para hacer un sistema informático que ayude a los responsables de la planificación en un hospital a tener una visión mucho más clara y profunda de cómo tomar decisiones acerca de la utilización del personal médico, de enfermería, quirófanos, etc.

1. Es importante reconocer que el sistema propuesto bajo el modelo matemático, solamente es capaz de asistir en la toma de decisiones, y no puede bajo ninguna circunstancia, darnos el plan de admisiones, las políticas de organización del personal, la utilización de camas, ni el modo de utilización de las salas de operaciones. Esto se debe a que hay que tomar en cuenta que la última palabra la tendrá el personal encargado de la planificación y dirección del hospital.

2. La dinámica de las enfermedades requiere del reconocimiento de todos los estados típicos que atraviesa cada una, además de la utilización de datos estadísticos sobre la evolución de dichos estados, de la transición de un estado a otro, de la utilización de camas dentro de una unidad y de el número de enfermedades tratadas. Para esto, será indispensable obtener una base de datos estadísticos que nos permita hacer todos los cálculos necesarios.

3. Para la realidad de los centros hospitalarios públicos ecuatorianos, hasta para los hospitales de tipo privado, resulta muy difícil el obtener los datos antes mencionados, debido a que por el tipo de organización, el registro de los pacientes no es muy riguroso ni ordenado.

4. Pese a estas dificultades, es posible proponer una modelización que tome en cuenta las dificultades en cuanto a la recolección de los datos necesarios para conseguir el objetivo de optimizar la utilización de recursos en un hospital.

5. Las aproximaciones asignables a las cargas de trabajo debido a la implantación del modelo, serán lo bastante aproximadas, y el objetivo final será tener una varianza de los errores de previsión inferiores a la varianza de las cargas reales de trabajo para el personal.

6. Lo indispensable en todo tipo de modelos es la optimización de los recursos disponibles que en medios como el nuestro pueden llegar a ser escasos, de tal manera que la gestión hospitalaria prevé problemas como la proximidad de una posible saturación de la capacidad de atención del hospital. Esto hace necesaria la presencia de personal y enfermeros auxiliares que ayuden al hospital a minimizar, y en el mejor de los casos, eliminar el impacto que la saturación puede provocar en la calidad de atención de cualquier centro de salud.

7. La recolección de información por parte del sistema, acerca de la dinámica de las enfermedades que han sido listadas en la unidad de un hospital, permite a quienes hacen la implantación del sistema, adaptar los parámetros de base de manera que la descripción de la dinámica de las enfermedades, lo más realista posible.

8. En este sistema se han omitido algunas consideraciones que en teoría se consideran con facilidad, pero que en la práctica requieren de grandes ajustes, pues es necesaria una descripción de la dinámica de las enfermedades que tome en cuenta el efecto de los fines de semana, o si pueden ser los pacientes operados o admitidos. Es indispensable también conocer la incidencia de las temporadas del año en que existen enfermedades más comunes que otras, o la particularidad de ciertas enfermedades que tienen épocas de apogeo.

BIBLIOGRAFIA

1. CHAUNY F., CHOKRON M., HAURIE A., Prèvision de la demande de soins a partir dún systtème d'information dècentralisè., RAIRO, Investigación Operativa, vol. 18, n°2, febrero de 1984, pag. 173 a 194.

2. COLEMAN RODNEY., Procesos Estocásticos. Volumen 14., Editorial Limusa, Mexico., 1973

3. FELLER WILLIAM., Introducción a la teoría de probabilidades y sus aplicaciones. Volumen 2., Segunda edición., Editorial Limusa., Mexico, 1989

4. KUSTERS ROB J., GROOT M.A. PETRA., Modelling resource availability in general hospitals. Design and implementation of a decision support

model. European Journal of Operational Research 88, revisado el 1 de julio de 1995

5. MENDENHALL WILLIAM, WACKERLY DENNIS, SCHEAFFER RICHARD., Estadística Matemática con Aplicaciones., Grupo Editorial Iberoamerica, Estados Unidos de América, 1994.

6. SHELDOM M. ROSS., Stochastic Processes., University of California., John Wiley and Sons., Berkley, 1993