

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL



FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

PROYECTO DE GRADUACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE:

“MAGÍSTER EN EDUCACIÓN CON MENCIÓN ENSEÑANZA DE LA
MATEMÁTICA”

TEMA

DISEÑO Y APLICACIÓN DE UNA GUÍA DIDÁCTICA IMPLEMENTANDO LAS
TICS COMO ESTRATEGIA DE MOTIVACIÓN PARA TRABAJO AUTÓNOMO
ESTUDIANTIL EN LA ENSEÑANZA DE POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN
DE NÚMEROS COMPLEJOS

AUTORA

JOHANNA GRACIELA BRIONES FRANCO

Guayaquil - Ecuador

AÑO

2017

DEDICATORIA

Con todo mi amor, dedico este trabajo a mis 3 hijos Naomy, Belinda y José Manuel; no ha sido fácil, pero hijos amados, cuando tengan una meta no importa los obstáculos que se presenten, sigan el camino recto que muchas veces es el más largo y con espinas, obteniendo cada triunfo por sus méritos sin hacer daño a nadie.

Recuerden no somos un pozo de sabiduría y no existe perfección sin dedicación.

La autora.

AGRADECIMIENTO

Gracias a Dios por su infinita bondad, al poner en mi camino personas que me han guiado y apoyado; entre ellos mis padres: Carlos y Marisela quienes me han alentado en cada decisión. Mi ejemplo de superación personal y profesional mi tía Ibe. Mi familia, amigos y compañeros de maestría, por ser mi apoyo incondicional en buenos y duros momentos.

Mis maestros de maestría de la Escuela Superior Politécnica del Litoral quienes dejaron en mí, huellas de perseverancia y excelencia, en especial a mi tutora, Ing. Soveny Soraya Solís García, quien guió mi trabajo de investigación, y no puedo dejar de agradecer a Zenaida Alcívar por su apoyo desinteresado.

La autora.

DECLARACIÓN EXPRESA

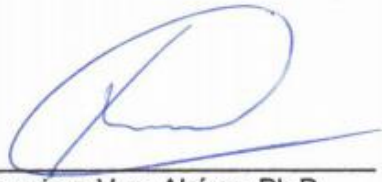
La responsabilidad por los hechos y doctrinas expuestas en este Proyecto de Graduación, me corresponde exclusivamente; el patrimonio intelectual del mismo, corresponde exclusivamente a la **Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas, Departamento de Matemáticas** de la Escuela Superior Politécnica del Litoral.



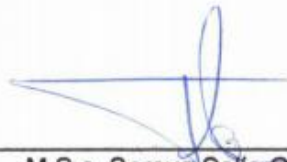
Johanna Graciela Briones Franco

C.I. 0921843991

TRIBUNAL DE GRADUACIÓN



Francisco Vera Alcivar, Ph.D
PRESIDENTE DEL TRIBUNAL

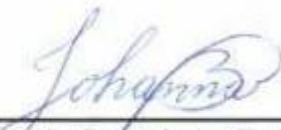


M.S.c. Soraya Solís García
DIRECTORA DE PROYECTO



M.Ed. Sonnia Reyes Ramos
VOCAL DEL TRIBUNAL

FIRMA DEL AUTOR



Johanna Graciela Briones Franco
C.I. 0921843991
Autora

CONTENIDO

DEDICATORIA.....	ii
AGRADECIMIENTO.....	iii
DECLARACIÓN EXPRESA	iv
TRIBUNAL DE GRADUACIÓN	v
FIRMA DEL AUTOR.....	vi
CONTENIDO	vii
CONTENIDO DE TABLAS	x
CONTENIDO DE GRÁFICOS	xi
RESUMEN	xii
INTRODUCCIÓN	xiv
CAPÍTULO I.....	1
1. EL PROBLEMA	1
1.1. Antecedentes	1
1.2. Planteamiento del problema.	2
1.3. Preguntas de investigación	4
1.4. Objetivo	4
1.4.1. Objetivo General	4
1.4.2. Objetivos Específicos	4
1.5. Justificación del Estudio.	5
1.6. Hipótesis y variables	5
1.6.1. Hipótesis	5
CAPÍTULO II.....	6
2. MARCO TEÓRICO	6
2.1. Estrategias Didácticas	6
2.1.1. Estrategias para la comprensión significativa	6
2.1.2. Conceptos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas	8
2.1.3. Métodos y técnicas utilizadas para la enseñanza de las matemáticas	9
2.2. Teoría del aprendizaje significativo	10
2.2.1. El aprendizaje significativo y el pre-aprendizaje	11
2.2.2. Medios Instruccionales del aprendizaje	12
2.2.3. Principios del trabajo autónomo	12

2.3. Motivación Escolar	14
2.3.1. Conceptos básicos de la motivación del aprendizaje.....	15
2.3.2. Estrategias frecuentes para la motivación del aprendizaje autónomo	16
2.3.3. Estilos de aprendizaje de David Kolb	17
2.4. Guía Didáctica.....	18
2.4.1. Tipos de Guías Didácticas	18
2.4.2. Funciones de la Guía Didáctica.....	19
2.4.3. Estructura de una Guía Didáctica para el aprendizaje.....	20
2.5. Concepción Educativa de Ecuador.....	21
2.5.1. Bachillerato General Unificado.....	21
2.6. Investigación Educativa	22
2.6.1. Tipos de Investigación en Educación.....	23
2.6.2. Investigación Descriptiva.....	24
2.6.3. Investigación Experimental.....	26
CAPÍTULO III.....	27
3. METODOLOGÍA	27
3.1. Diseño de la investigación	27
3.2. Tipo de investigación.	27
3.3. Población y Muestra.....	28
3.4. Técnicas e Instrumentos de Investigación.....	29
CAPÍTULO IV	31
4. ANÁLISIS ESTADÍSTICO	31
4.1. Resultados de la encuesta realizada tipos de aprendizajes	31
4.2. Comparación de las calificaciones obtenidas en la evaluación final del grupo experimental y control	32
4.3. Comparación de la media entre en grupo experimental y el de control	34
4.4. Prueba de hipótesis	35
4.6. Mapa de posicionamiento.....	37
CAPÍTULO V	38
5. LA PROPUESTA	38
5.1. Título de la Guía Didáctica	38
5.2. Características de la Guía Didáctica.....	38
5.3. Esquema de la Guía	39
PRESENTACIÓN.....	40
ÍNDICE	41

UNIDAD 1. DEFINICIÓN Y OPERACIONES EN EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS	42
UNIDAD 2. FORMA TRIGONOMÉTRICA O POLAR DE UN NÚMERO COMPLEJO	59
UNIDAD 3. POTENCIAS Y RAÍCES DE NÚMEROS COMPLEJOS	67
CONCLUSIONES	76
RECOMENDACIONES	77
BIBLIOGRAFÍA	78
ANEXOS	79

CONTENIDO DE TABLAS

Tabla 1: Métodos de Enseñanza de las Matemáticas	10
Tabla 2: Requisitos para el aprendizaje significativo	10
Tabla 3: Medios utilizados de acuerdo a los escenarios	14
Tabla 4: Funciones de la Guía Didáctica	20
Tabla 5: Fuentes de Investigación Cualitativa	25
Tabla 6: Cuadro de la Muestra	28
Tabla 7: Estadísticos descriptivos	30
Tabla 8: Resultado Test de Kolb	31
Tabla 9: Comparación de medidas de tendencia central	32
Tabla 10: Comparación de la Media en grupos de estudio	34
Tabla 11: Resultados de encuesta de percepción	36

CONTENIDO DE GRÁFICOS

Gráfico 1.....	31
Gráfico 2.....	32
Gráfico 3.....	33
Gráfico 4.....	34
Gráfico 5.....	36
Gráfico 6.....	37

RESUMEN

La investigación donde se plantea “**Diseño y aplicación de una guía didáctica implementando las tics como estrategia de motivación para trabajo autónomo estudiantil en la enseñanza de potenciación y radicación de números complejos**”, fue realizada basada en el siguiente esquema:

El problema.- el proceso de enseñanza aprendizaje de números complejos en tercero de bachillerato ha tenido dificultades, por cuanto no existe una estrategia o recurso que motive el aprendizaje y más aun no se tiene por parte del estado un texto guía para el estudiante.

Marco Teórico.- el marco teórico refiere a todos los temas que intervienen en la investigación: estrategias metodológicas, teoría del aprendizaje significativo, motivación, guía didáctica, investigación educativa. La investigación bibliográfica se la realizó utilizando fuentes fiables, citando a los autores cuando ha sido necesario.

Metodología.- El diseño de la investigación constituye la planificación general para obtener respuestas a las preguntas de la investigación, aceptar o rechazar la hipótesis planteada; para esta investigación se tendrá dos grupos para el estudio: uno experimental y otro de control, a quienes se les realizó un test para conocer el estilo de aprendizaje y así elegir la propuesta a elaborar. También se aplicó una prueba de entrada, y otra de salida a ambos grupos, a nivel de conocimientos. Se administrarán actividades utilizando un diseño tradicional al grupo control y un diseño constructivista empleando las Tics al grupo experimental, basado en el programa de estudios de números complejos descrito por el Ministerio de Educación y Cultura del Ecuador.

Diseño y aplicación de propuesta.- La guía didáctica se elaboró con actividades que se realizarán en Wolfram mathematica y se la aplicará al grupo experimental durante el tiempo establecido.

Análisis estadístico.- Se escogió una muestra de 12 estudiantes para el grupo control y 12 para el grupo experimental. Se aplicó estadística descriptiva para

conocer las medidas de tendencia central y para aceptar o rechazar la hipótesis se utilizó estadística inferencial.

Conclusiones y recomendaciones.- Después de analizar los datos se realizan las conclusiones y recomendaciones de la investigación.

INTRODUCCIÓN

Las Tics forman parte del diario vivir, desde décadas pasadas han ido incorporándose a diferentes profesiones. En la docencia, día a día se las añaden como un recurso pedagógico en el proceso de enseñanza aprendizaje, siendo una estrategia de motivación siempre que el docente identifique las funciones que tienen en el aula y fuera de ella, pero los estudiantes en su mayoría utilizan las Tics para redes sociales y pocos para desarrollar las habilidades de búsqueda de información mejorando así los trabajos autónomos y adquiriendo nuevos conocimientos o reforzando los existentes.

En el continente occidental, las sociedades han evolucionado alrededor de la idea que se tiene sobre la formación de conocimiento en el individuo, basada en la filosofía griega que en sus inicios creyó que el conocimiento se lograba desde la heteroestructuración del aprendizaje, donde el maestro era el ente más importante el proceso de enseñanza y el dueño del conocimiento. Actualmente filósofos y pedagogos consideran que el conocimiento se adquiere desde la autoestructura del aprendizaje, siendo esta una competencia esencial del sujeto.

Pero el aprendizaje autónomo que se genera de la investigación autónoma del individuo, no es la primera opción para la mayoría de los estudiantes ya que prefieren o se conforman con el conocimiento que imparte el maestro dejando de explotar su lado investigador y dejando de utilizar los beneficios que tienen las Tics en el proceso de aprendizaje. Varios indicios muestran que el nivel de desarrollo de autonomía en el aprendizaje por parte del estudiante de nivel medio superior, se encuentra lejos de su estado deseado. Se lo puede percibir mediante la observación del comportamiento en el aula, así como en la revisión de tareas y del promedio de resultados en las evaluaciones.

La importancia que tiene para el docente el hecho que un estudiante sea capaz de desarrollar su propio aprendizaje, se traduce en un crecimiento intelectual colectivo donde el punto de partida es el estudiante mismo, quien a través de sus conocimientos previos va tomando interés en situaciones de la vida diaria, siendo

capaz de entenderlas y explicarlas usando sus propias palabras, dando lugar así a la transformación de “estudiante pasivo” a “estudiante activo” al enfrentar y proponer nuevas soluciones a los problemas que se presentan.

Para el Currículo de Matemática 2016 reformado por el MINEDUC (Ministerio de Educación y Cultura), la integración de las Tics en la educación es un tema necesario para los educadores y administradores del sistema educativo; siendo uno de sus objetivos generales: Valorar el empleo de las TIC para realizar cálculos y resolver, de manera razonada y crítica, problemas de la realidad nacional, argumentando la pertinencia de los métodos utilizados y juzgando la validez de los resultados. Por esta razón, el Sistema Integral de Tecnologías para la Escuela y la Comunidad (SÍTEC) diseña y ejecuta programas y proyectos tecnológicos para **mejorar el aprendizaje digital en el país** y para **democratizar el uso de las tecnologías** y como parte de la dotación de equipamiento tecnológico, el SÍTEC entrega computadoras, proyectores, pizarras digitales y sistemas de audio, tanto a instituciones de Educación General Básica como de Bachillerato a los planteles fiscales.

Para incentivar y despertar el interés en el trabajo autónomo, los docentes deben crear propuestas didácticas valiéndose de los medios y herramientas frecuentes en los estudiantes, considerando las Tics un recurso no tradicional que se encuentra inmerso en todos los niveles educativos por ser novedoso y de fácil acceso para los estudiantes, quienes mediante una guía para el trabajo autónomo, podrán reforzar sus conocimientos previos y su capacidad de investigación.

Una propuesta ideal para el trabajo autónomo es la Guía Didáctica siendo apoyo para el docente y para el estudiante, logrando un aprendizaje de manera constructivista, convirtiéndose en herramienta valiosa que complementa y dinamiza el texto básico; con la utilización de creativas estrategias didácticas, para ofrecer al estudiante diversas posibilidades que mejoren la comprensión y el autoaprendizaje en uno de los temas que presenta mayor dificultad en Tercero de bachillerato, siendo el caso de la potencia y radicación de números complejos.

CAPÍTULO I

1. EL PROBLEMA

1.1. Antecedentes

En la década de los 70 el campo de la tecnología dio sus inicios, transformando la ciencia y un crecimiento vertiginosos de la Era Digital. En muchos campos se incluyó la tecnología como una herramienta para realizar actividades automatizadas, pero fue en la década de los 80 que las Tecnologías de la Información se empezaron a incluir en la educación, pese a la poca difusión y cuestionamientos sobre la validez de su aporte en la educación.

Sin embargo a finales de los 90 el panorama era diferente, convirtiéndose la tecnología en un reto de inserción y aprendizaje para docentes y estudiantes; por ello la Comisión Europea en el 2004, presentó un informe sobre los nuevos entornos de aprendizajes en la educación, manifestando que el éxito de la aplicación de las TICS en la Educación es el resultado de la reorganización y la adaptabilidad del profesor en utilizar la tecnología para los objetivos encaminados a innovar las actividades de enseñanza tradicionales.

Un ejemplo del uso de las tics en el ámbito educativo es el **software educativo** siendo la finalidad ser utilizados como recurso didáctico en el proceso de enseñanza-aprendizaje. En el mundo de las matemáticas se puede encontrar un gran número de software pudiendo clasificarlos en dos grupos: el software conductista que basa su enseñanza en modelos repetitivos y el software constructivistas basando su aporte en una asistencia inteligente del ordenador intentando simular las actividades del docente.

En la actualidad existe una gran cantidad de software para aplicarlos en en aprendizaje de las matemáticas para los diferentes temas del plan de estudios. Entre los softwares más utilizados se tiene:

- Genius: funciona como calculadora, pero también como una herramienta de investigación.
- Maxima: ideal para expresiones simbólicas o numéricas, también realiza cálculos de diferenciación, integración, ecuaciones diferenciales y más.

- Geogebra: dirigido para estudiantes primarios y secundarios, para que desarrollen su habilidad en aritmética, álgebra, geometría.

En el presente trabajo se expondrá una propuesta basada en un software llamado **Wolfram Mathematica 10** (*ANEXO 1: Interfaz de entrada de Wolfram Mathematica 10*). Su creador Stephen Wolfram cristalizó un software matemático de propósito general, la primera versión salió a la venta en 1988 y hasta la actualidad se pueden enumerar 28 versiones siendo la última lanzada el 28 de septiembre de 1996.

Dentro de las características que tiene Wolfram Mathematica están la entrada de datos y los resultados esperados por el usuario en los que se pueden incluir datos, gráficos y sonidos. Para permitir que los usuarios que no poseen licencia puedan acceder al cuaderno de trabajo que es otro de los servicios que tiene Wolfram los pueden visualizar mediante el paquete de lectura llamado MathReader que puede bajarse gratuitamente.

1.2. Planteamiento del problema.

La investigación parte desde la percepción de la autora, que la enseñanza de radicación y potenciación de números complejos presenta dificultades y puntos débiles que afectan la comprensión conceptual y procedimental de los estudiantes.

En relación con lo conceptual, se percibe que el uso de las raíces pares de números negativos en ecuaciones de segundo grado no explica claramente el concepto de número imaginario y en mayor medida, existe confusión en los estudiantes entre la noción de raíz cuadrada y la de radical, al pasar de la aritmética al álgebra, ya que en ocasiones los estudiantes no son capaces de percibir las diferencias entre raíz y radical.

En lo procedimental, las dificultades se presentan en diferentes aplicaciones de los complejos, este es el caso de la radicación, en la cual los estudiantes deben hallar las n -raíces de una expresión.

La incorporación de la tecnología en diferentes áreas ha transformado la sociedad, que evoluciona al mismo ritmo. Este es el caso de la educación, formando parte de las estrategias de enseñanza, especialmente de las matemáticas. Es imprescindible que los docentes consideremos las TICS como un recurso didáctico que despierte el interés de los estudiantes y les muestre que la tecnología también puede ser un aporte para su aprendizaje.

La fundamentación antes expresada se suscribe a la meta de establecer una propuesta que sustente el uso de las TICS como soporte al proceso de enseñanza, y las transformaciones de los medios para crear un ambiente apropiado que beneficie el aprendizaje de la matemática a través de la incorporación de las estrategias comunicacionales vanguardistas que demanda el mundo globalizado.

En tal sentido, las TICS forman parte del diario vivir, desde décadas pasadas han ido incorporándose a diferentes profesiones. En la docencia día a día se las añaden como un recurso pedagógico en los procesos de enseñanza y aprendizaje, siendo una estrategia motivacional siempre que el docente identifique las funciones que tienen en el aula y fuera de ella, pero los estudiantes en su mayoría utilizan las TICS para redes sociales y pocos para desarrollar las habilidades de búsqueda de información, mejorando así los trabajos autónomos, adquiriendo nuevos conocimientos o reforzando los existentes.

El avance tecnológico de la informática, la computación, y las telecomunicaciones, incorporaron en las organizaciones un enfoque diferente al habitual para acceder al conocimiento, flexibilidad, interactividad, economía, rapidez, independencia, comunicación y desarrollo (Mujica, 2000).

Cabe resaltar que pocos docentes toman diferentes métodos como modelos de enseñanza evidenciando una debilidad praxiológica de los especialistas de la enseñanza. Por su parte, es un deber de quienes ejercen la docencia utilizar las nuevas tecnologías de información para la transmisión de contenidos, mejorando en gran medida los procesos de enseñanza y aprendizaje, analizando las

posibilidades de realizar cambios, para incrementar la calidad del proceso educativo.

1.3. Preguntas de investigación

- a) ¿Cuáles son las estrategias utilizadas para la enseñanza de radicación y potenciación de números complejos en Tercero de Bachillerato?
- b) ¿Qué Guía Didáctica proveería al estudiante de un recurso para su aprendizaje?
- c) ¿Cuáles son los resultados obtenidos en el trabajo autónomo, implementando la Guía Didáctica a los estudiantes que conforman el grupo experimental?
- d) ¿De qué forma se comparan estadísticamente los resultados del rendimiento del grupo de control y del grupo experimental?

1.4. Objetivo

1.4.1. Objetivo General

Diseñar y aplicar una Guía Didáctica implementando las tics como estrategia para trabajo autónomo estudiantil en la enseñanza de potenciación y radicación de números complejos de los estudiantes de Tercero de Bachillerato.

1.4.2. Objetivos Específicos

- a) Investigar las estrategias utilizadas para la enseñanza de radicación y potenciación de números complejos en Tercero de Bachillerato.
- b) Elaborar una Guía Didáctica a fin de proveer al estudiante de un recurso de acuerdo a su estilo de aprendizaje.
- c) Implementar la Guía Didáctica utilizando las Tics, como estrategia de motivación para el trabajo autónomo.
- d) Analizar los resultados obtenidos en el trabajo autónomo, implementando la Guía Didáctica a los estudiantes que conforman el grupo experimental.
- e) Comparar estadísticamente los resultados del rendimiento del grupo de control y del grupo experimental.

1.5. Justificación del Estudio.

La razón que inspira la realización de este estudio es haber observado debilidades a nivel teórico y práctico en la enseñanza de potenciación y radicación de números complejos de los estudiantes de Tercero de Bachillerato. Esto ha motivado a la investigadora a indagar respecto a cuánto conocen dichos estudiantes sobre la temática, además cómo llevan a la práctica la misma.

Diversos son los ángulos desde los cuales podrían ser de provecho los resultados generados en esta investigación. En cuanto a lo teórico, el referido estudio aportaría información valiosa sobre el uso de las herramientas TIC's como estrategias que mejoren la enseñanza, además de potencializar el conocimiento significativo de los distintos contenidos prácticos y teóricos dentro y fuera de los espacios educativos.

Respecto al plano académico, dicho estudio tendría un impacto en los docentes de Matemática respecto a los aspectos didácticos empleados en los espacios educativos, especialmente a la hora de abordar contenidos relacionados con la potenciación y radicación de números complejos en los estudiantes de Tercero de Bachillerato. Esto contribuiría a ampliar las destrezas de los docentes en la resolución de ejercicios con estos temas.

Metodológicamente, la perspectiva expuesta a través de la problemática de esta investigación, sus postulados teóricos, presentación de la variable, así como su técnica e instrumento de investigación representarían soporte aprovechable para promover futuros estudios.

1.6. Hipótesis y variables

1.6.1. Hipótesis

El diseño y aplicación de una Guía Didáctica implementando las TICs en el trabajo autónomo estudiantil como estrategia didáctica, favorecerá la motivación y el auto aprendizaje, en la enseñanza de potenciación y radicación de números complejos.

CAPÍTULO II

2. MARCO TEÓRICO

2.1. Estrategias Didácticas

Una estrategia didáctica es el conjunto de procedimientos didácticos formado por sus métodos y técnicas de enseñanza y cuya función es ayudar a cumplir los objetivos propuestos en el proceso de enseñanza aprendizaje con menor esfuerzo y el máximo rendimiento.

La estrategia es el medio para lograr el resultado esperado, formado por métodos de enseñanza, técnicas de enseñanza. El método didáctico es el conjunto lógico y organizado de procedimientos para dirigir el aprendizaje, que se hacen efectivos a través de las técnicas.

Para la enseñanza de matemáticas que ha estado en constante evolución, cambios que están ligados a conceptos pedagógicos, aumento del conocimiento matemático, objetivos didácticos y cambios de la tecnología, la introducción de la computadora y creación de software en el ámbito educativo, cambia por completo la forma tradicional de enseñar matemática, convirtiéndose en una nueva estrategia y recurso para el proceso educativo.

2.1.1. Estrategias para la comprensión significativa

(Díaz, 2002) explica que los medios instruccionales son importantes porque facilitan y motivan al estudiante a la comprensión significativa de la información que el docente le está impartiendo, logrando así un sistema de aprendizaje significativo. Los recursos instruccionales sirven para transferir la información de manera creativa contribuyendo a la comprensión, asimilación de la información de una manera rápida, fácil y útil para los estudiantes. Por lo cual este autor propone tres clasificaciones para ello:

- *Las pre-instruccionales* se ponen en práctica al inicio del curso, y tratan de presentar al estudiante un panorama general del qué y cómo van a aprender. En este sentido, ubicarlo en el contexto conceptual apropiado.
- *Las co-instruccionales* son las que se desarrollan a lo largo del proceso de enseñanza y aprendizaje.

- Las post-instruccionales son las utilizadas en el momento de la valoración del aprendizaje del estudiante y una vez asimilado el contenido. Por lo que se presentan durante y al finalizar el proceso de enseñanza y aprendizaje.

(Rivero, 2005) expresa las técnicas mediante las cuales el docente pretende facilitar los aprendizajes de los estudiantes, integrada por una serie de actividades que contemplan la interacción de los alumnos con determinados contenidos. La estrategia didáctica debe proporcionar a los estudiantes: motivación, información y orientación para realizar sus aprendizajes, y debe tener en cuenta algunos principios:

- Considerar las características de los estudiantes: estilos cognitivos y de aprendizaje.
- Considerar las motivaciones e intereses de los estudiantes. Procurar mantener incentivada el aula.
- Organizar en el aula: el espacio, los materiales didácticos, el tiempo.
- Proporcionar la información necesaria cuando sea previsto: Web y asesores.
- Utilizar metodologías activas en las que se aprenda haciendo y efectuando las actividades indicadas.
- Considerar un adecuado tratamiento de los errores que son punto de partida de nuevos aprendizajes.
- Prever que los estudiantes puedan controlar sus aprendizajes.
- Considerar actividades de aprendizaje colaborativo, pero tener presente que el aprendizaje es individual.
- Realizar una evaluación final de los aprendizajes.

Las estrategias didácticas, son el conjunto de procedimientos que apoyados en técnicas de enseñanza, tienen por objeto llevar a buen término la acción didáctica, así lo explica (Avanzini, 1998), quien considera que las estrategias didácticas requieren de la correlación y conjunción de tres componentes: misión, estructura curricular y posibilidades cognitivas del estudiante. Si se trata de resolver un problema, tal vez convenga distanciarse de él en algún momento; si se pretende informar, conviene organizar convenientemente los contenidos; si hay que

desarrollar habilidades o competencias se necesita la práctica; si se busca cambiar actitudes, la vía más pertinente es la de crear situaciones de comunicación informal.

2.1.2. Conceptos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Dentro de algunos principios pedagógicos y didácticos en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, se pueden mencionar 8 principios que ayudarán a facilitar y entender este proceso. A continuación se detallan los siguientes:

- **Orientación hacia los estudiantes:** Las actividades de enseñanza deben estar orientadas hacia los estudiantes de acuerdo a sus intereses, habilidades y capacidades, pensando también en las dificultades que se puedan generar en la acción de enseñanza matemática.
- **Actividad independiente de los estudiantes:** Los estudiantes dentro y fuera del aula deben reforzar su aprendizaje de manera autónoma, por ello los docentes deben organizar actividades y recursos para que los estudiantes trabajen de forma activa, independiente y creativa.
- **Ayudas e indicaciones:** En la actual Ley de Educación se establece los refuerzos pedagógicos durante y después del proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas y de cualquier asignatura.
- **Dificultad progresiva:** En el marco curricular se presenta la dificultad progresiva por la organización de las unidades didácticas, cuyos contenidos pasan de lo más sencillo a lo complejo.
- **Experiencia intransitiva:** Responde al conocimiento previo del estudiante e ideas intuitivas. Aunque es una afirmación abstracta ya que no todos los seres humanos cuentan con conocimientos previos organizados, pero estos se acercan a las definiciones teóricas.
- **Utilidad de los conocimientos:** Las matemáticas tienen muchos conceptos útiles para la vida cotidiana. Sin embargo no se aplica los contenidos a una funcionalidad y las clases se tornan aburridas e inútiles. Se ha podido evidenciar que la mayoría de los docentes dedican demasiado tiempo a temas que si bien es cierto para matemáticas son útiles, pero no los aplican en situaciones de la vida diaria por lo que los estudiantes no encuentran ningún

sentido al gran número de ejercicios que los docentes enviamos como tareas sin existir alguna motivación sobre el aprendizaje de estos temas.

- **El principio de la claridad:** este principio es indispensable considerar, porque la presentación de los temas matemáticos deben ser ordenados y claros, es común escuchar a los estudiantes “no entendí la clases de matemáticas” o “el profesor me confunde con su explicación” y otras frases muy sonadas. En ciertas situaciones los docentes presentan conceptos como están en los textos o como lo aprendieron en su época estudiantil, que en la mayoría de ocasiones no se ajustan a la forma de aprendizaje de nuestros estudiantes, dejando a un lado los aportes sobre la nueva forma de enseñar que debe enfocarse en la discusión, reflexión y consolidación de los actores del aprendizaje.
- **El orden y la sistematicidad:** se refiere a la organización de las estrategias y técnicas a utilizar, escogidas según el tema a tratar, las cuales deben ayudar a presentar el contenido de manera ordenada y sistemática logrando mejores resultados en el aprendizaje de los educandos.

2.1.3. Métodos y técnicas utilizadas para la enseñanza de las matemáticas

El método de enseñanza es el conjunto de técnicas lógicamente coordinadas para dirigir el aprendizaje hacia los objetivos planteados por el docente en su planificación. Existen métodos muy utilizados de acuerdo a cada asignatura, por ello es de gran importancia que el docente conozca y domine el método a utilizar.

La técnica de enseñanza es el recurso que forma parte del método, y se utilizan para concretar un momento del proceso de enseñanza, ya que la técnica es el medio para lograr un fin y hacer efectivo el propósito.

Para la enseñanza de matemáticas existen métodos que de acuerdo a las diferentes técnicas que los forman, ayudan al docente a lograr los objetivos de enseñanza planificados. Es importante considerar ciertas condiciones para escoger las técnicas como: el objetivo a lograr, las características del grupo y la asignatura, el espacio y los recursos a utilizar.

A continuación se detallaran algunos métodos utilizados en matemáticas y sus etapas:

Solución de Problemas	Heurístico	Inductivo- Deductivo
<ul style="list-style-type: none"> • Enunciado del Problema • Identificación del Problema • Formulación de alternativas de solución • Resolución • Verificación 	<ul style="list-style-type: none"> • Descripción • Exploración Experimental • Comparación • Abstracción • Generalización 	<ul style="list-style-type: none"> • Observación • Experimentación • Comparación • Abstracción • Generalización • Comprobación • Aplicación

Tabla 1: Métodos de Enseñanza de las Matemáticas

Elaborado por el autor

2.2. Teoría del aprendizaje significativo

Dentro de la teoría de aprendizaje significativo prevalece que el aprendizaje significativo en el estudiante depende de una estructura de conceptos e ideas que éste posee sobre un tema específico, y, si se enseña consecuentemente, el conocimiento será duradero y podrá reproducirse. Por ello “El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe” (Ausubel, 1983).

Para que pueda generarse el aprendizaje significativo se deben considerar los siguientes requisitos:




	Material significativo <ul style="list-style-type: none"> • Ser relacionable de forma intencional • Significado lógico
	Significado Potencial <ul style="list-style-type: none"> • Contenido cognositivo nuevo • Posesión de antecedentes ideativos y necesarios
	Disposicion para el Aprendizaje <ul style="list-style-type: none"> • Relación del nuevo conocimiento con experiencias pasadas • No memorizar literalmente un contenido

Tabla 2: Requisitos para el aprendizaje significativo

Elaborado por el autor

2.2.1. El aprendizaje significativo y el pre-aprendizaje

Un aprendizaje es significativo cuando los contenidos: Son relacionados de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe. Por relación sustancial y no arbitraria se debe entender que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición (Ausubel, 1983).

De acuerdo con la teoría propulsada por Ausubel el aprendizaje del alumno depende de la estructura cognitiva precedente que se relaciona con la nueva información, debe entenderse por "estructura cognitiva", al conjunto de nociones, ideas que un individuo tiene en un determinado campo del conocimiento, así como su organización. Esta fase del proceso de aprendizaje se le denomina Pre-aprendizaje.

Asimismo, en el proceso de orientación del aprendizaje o Co-aprendizaje, de acuerdo a la hipótesis sugerida por Ausubel, es altamente relevante conocer la estructura cognitiva del alumno; no sólo se trata de saber la cantidad de información que posee, sino cuales son los conceptos y proposiciones que maneja así como de su grado de estabilidad.

En proporción con esta filosofía, los principios de aprendizaje propuestos por Ausubel, ofrecen el marco para el diseño de herramientas metacognitivas que permiten saber el esquema de la estructura cognitiva del discente, lo cual ofrecerá una mayor orientación de la labor educativa, ésta ya no es concebida como una tarea que deba desenvolverse con "mentes en blanco" o que el amaestramiento de estudiantes comience de "cero", porque los estudiantes ya poseen un gran bagaje de experiencias y conocimientos, que pueden ser aprovechados para su beneficio.

Con relación a los requisitos para el aprendizaje significativo Ausubel dice: "El estudiante debe manifestar una disposición para relacionar sustancial y no arbitrariamente el nuevo material con su estructura cognoscitiva, como que el

material que aprende es potencialmente significativo para él, es decir, relacionable con su estructura de conocimiento sobre una base no arbitraria” (Ausubel, 1983).

2.2.2. Medios Instruccionales del aprendizaje

En los procesos de enseñanza y aprendizaje, el docente debe practicar la vocación o arte de instruir, aplicando sus conocimientos, competencias y destrezas, para ello debe apelar a diversas metodologías conocidas e innovar constantemente pretendiendo crear un ambiente propicio para el aprendiz; de tal manera que el material que propulse el desarrollo o potencialice desarrollo de sus estudiantes, se conviertan en un medio y/o recurso que apoya o facilita la educación.

Desde esta perspectiva, se considera que los medios instruccionales, son todos aquellos recursos o condiciones con las que debe contar el profesor para enseñar y el alumno para aprender respectivamente (Moreno, 2008). Estos pueden ser: visuales, auditivos, audiovisuales, impresos, multi-sensoriales y tecnológicos (Feo, 2009).

Cuando se realiza una clasificación de métodos suele hacerse de manera personal, de acuerdo a experiencias e investigaciones propias. En este contexto, se ha preferido valerse de clasificaciones habituales, esencialmente por el uso del lenguaje y la terminología del contenido, con el fin de adaptarla mejor a los tiempos, los avances en el estudio del aprendizaje y la afinidad con las nuevas tecnologías en la educación.

2.2.3. Principios del trabajo autónomo

M. David Merrill ha propuesto un conjunto de cinco principios instruccionales prescriptivos (o “principios fundamentales”) que mejoran la calidad de la enseñanza en todas las situaciones (Merrill, 2007). Esos principios tienen que ver con la centralidad de la tarea, la activación, la demostración, la aplicación y la integración. A continuación se detallan los principios:

- **Principio de la Centralidad de la Tarea:** las tareas se deben proponer de manera progresiva, siendo cada vez más complejas.

- **Principio de la Demostración:** los estudiantes deben ser parte en la demostración mediante los recursos idóneos para el contenido. En la demostración se muestra de manera clara y ordenada la ejecución de la clase, desde el inicio hasta la aplicación.
- **Principio de Aplicación:** lo aprendido debe ser aplicado por el estudiante, durante este principio de instrucción, se pone en manifiesto las habilidades en la resolución de un problema y retroalimentación de temas que han sido superficiales en el aprendizaje.
- **Principio de activación:** en el principio de la activación los estudiantes deben recordar, describir, demostrar experiencias previas importantes para él. La instrucción debe lograr que los estudiantes compartan sus experiencias anteriores entre ellos. Este principio debe hacer que los estudiantes recuerden o adquieran una distribución para introducir los nuevos conocimientos.
- **Principio de Integración:** en el principio de la integración los estudiantes al integrar los nuevos conocimientos estarán en la capacidad de reflexionar, debatir y defender sus habilidades y podrán demostrar públicamente el dominio del nuevo conocimiento.

Estos principios se pueden utilizar en todos los escenarios de enseñanza, y conseguir un aprendizaje de alta calidad, variando la instrucción según las situaciones en que se empleen y los objetivos a lograr.

(Carr Reigeluth y Chelleman, 2009) Proponen que existen dos principales tipos de escenarios que requieren conjuntos fundamentalmente diferentes de métodos:

MEDIOS INDUCTIVOS	MEDIOS DEDUCTIVOS
Juego de rol (role-playing)	Conocimiento
Sinéctica	Comprensión
Manejo del aprendizaje	Aplicación
Resolución de conflictos	Análisis
Discusión	Síntesis
Aprendizaje entre iguales	Evaluación
Aprendizaje experiencial	Desarrollo afectivo
Solución de problemas	Aprendizaje Integrado
Aprendizaje por simulación	

Tabla 3: Medios utilizados de acuerdo a los escenarios

Elaborado por el autor

2.3. Motivación Escolar

La motivación es un proceso que se produce en el comportamiento manteniendo una actividad o modificándola. En la educación es importante predisponer al estudiante hacia lo que se quiere enseñar, induciendo a su participación activa en el proceso de aprendizaje. La motivación se puede dar mediante la aplicación de recursos o técnicas que disponga el docente y utilizarlas antes de iniciar la clase.

Se puede dividir la motivación en dos grupos:

- **Motivación positiva:** es la que se realiza a través de estímulos amigables, induciendo al estudiante a estudiar la asignatura por la aportación que ésta hará a su vida. Esta motivación puede ser intrínseca cuando el estudiante se auto motiva por la predilección de la asignatura, y, extrínseca cuando la motivación se desarrolla por situaciones que no tienen que ver con el gusto de la asignatura, si no con la necesidad de ella para conseguir “algo”, como por ejemplo un premio.
- **Motivación negativa:** es la que se realiza mediante amenazas, represiones y castigos. El estudio se realiza mediante la coacción, lo que genera que el

aprendizaje no sea el esperado y la asignatura sea no grata. Esta motivación podría ser física como la privación del recreo, también psicológica cuando el estudiante es tratado con severidad.

2.3.1. Conceptos básicos de la motivación del aprendizaje

A la luz de los aspectos profundizados por (Diaz y Hernandez, 2002), la motivación escolar fundamenta uno de los factores psicoeducativos que más acredite el aprendizaje, esta no se circunscribe a la aplicación de una técnica o método de enseñanza en particular, en contraste la estimulación escolar sobrelleva a una compleja interrelación de elementos cognitivos, afectivos, emocionales, sociales y de carácter académico que concierne a los involucrados y de una u otra forma tienen que ver con las actuaciones de los estudiantes como la de los profesores donde influye la participación y el comportamiento de ellos.

De igual forma, el autor antes mencionado establece que es un hecho que la motivación está presente en todo acto de aprendizaje y en todo proceso pedagógico, ya sea de manera explícita o implícita y solo podrá interpretarse analizando las incidencias y características propias de los participantes de comunidad educativa.

Preservando los aspectos definidos por el autor, los factores que determinan la motivación por aprender y el papel del profesor se presentan en el proceso donde la función de profesor es estimular la actitud del estudiante por interesarse en la asignatura, animando los motivos y las emociones por involucrarse en las actividades organizadas.

Para la motivación se debe considerar algunos factores que hacen presentes:

- **Factores ambientales:** investigaciones realizadas han demostrado que el ambiente donde se desarrollan las clases inciden en el aprendizaje escolar, procurando existir en el proceso. La limpieza, luz, temperatura, ventilación, mobiliarios y más recursos correctamente utilizados incentivarán a los estudiantes que mejoren su rendimiento académico.

- **Factores internos:** para que la motivación que realiza el maestro surja el efecto esperado, es necesario conseguir en el estudiante una correlación de memoria, atención y concentración. La memoria es la capacidad de almacenar y recuperar información, esto se puede ante los conocimientos previos o el ingreso del nuevo conocimiento. La concentración es una cualidad que empieza con la atención dejando a un lado estímulos extremos al ambiente de estudio.

2.3.2. Estrategias frecuentes para la motivación del aprendizaje autónomo

El aprendizaje autónomo es el que se logra por mérito del individuo, sin la presencia total del maestro quien es el guía en este proceso, el estudiante es el actor de su propio conocimiento utilizando todos los recursos de investigación a su favor. Los estudiantes autónomos se caracterizan por desarrollar una formación integral, además se encuentran en permanente investigación.

Uno de los métodos complementarios para el estudio autónomo es formar grupos de estudio para un aprendizaje colaborativo, donde los integrantes plantean reflexiones o interrogantes de los temas estudiados. Es importante también la asesoría por parte del tutor, las simulaciones para demostrar el conocimiento adquirido y el desarrollo de habilidades y destrezas, los recursos utilizados como materiales audiovisuales, campus virtual o textos que facilitan y orientan al estudiante en el proceso autoformativo.

En las matemáticas el trabajo autónomo ayuda a construir o encontrar reglas, procedimientos, leyes o estrategias para resolver un problema, seguramente por la disponibilidad de tiempo y toma de decisiones en el trabajo autónomo se permite reflexionar, indagar sobre el tema a conocerse sin presiones. Mediante el trabajo autónomo los estudiantes son quienes organizan el proceso de aprendizaje, fundamentalmente ellos escogen y crean sus estrategias personales para la solución de problemas. De igual forma ellos seleccionan el material didáctico según sus necesidades y las actividades que desarrollarán, especialmente en problemas de soluciones complejas desarrollando así una mayor responsabilidad por su propio aprendizaje, por lo que su trabajo autónomo exige tomar decisiones correctas y acertadas.

2.3.3. Estilos de aprendizaje de David Kolb

Kolb identificó cuatro dimensiones del aprendizaje, dos dimensiones corresponden a la forma de percibir y las otras dos a las formas de procesar, las ubicó en cuatro cuadrantes ([Anexo 2: Estilos de aprendizaje](#)), formando cuatro estilos diferentes que son:

- **Estilo de aprendizaje convergente.-** Se basa en la aplicación práctica de las ideas. Desempeñándose mejor en las pruebas que requieren una sola respuesta o solución concreta para una pregunta o problema. Organiza sus conocimientos de manera que se pueda concretar en resolver problemas usando razonamiento hipotético deductivo. Estas personas se orientan más a las cosas que a las personas. Tienden a tener menos intereses por la materia física y se orientan a la especialización científica.
- **Estilo de aprendizaje divergente.-** Se desempeña mejor en cosas concretas y la observación reflexiva. Su punto más fuerte es la capacidad imaginativa. Se destaca porque tiende a considerar situaciones concretas desde muchas perspectivas. Se califica este estilo como “divergente” porque es una persona que funciona bien en situaciones que exigen producción de ideas (como en la “lluvia de ideas”).
- **Estilo de aprendizaje asimilador.-** Predomina la conceptualización abstracta y la observación reflexiva. Su punto más fuerte lo tiene en la capacidad de crear modelos teóricos. Se caracteriza por un razonamiento inductivo y poder juntar observaciones dispares en una explicación integral. Se interesa menos por las personas que por los conceptos abstractos.
- **Estilo de aprendizaje acomodador.-** Se desempeña mejor en la experiencia concreta y la experimentación activa. Su punto más fuerte reside en hacer cosas e involucrarse en experiencias nuevas. Suele arriesgarse más que las personas de los otros tres estilos de aprendizaje. Se lo llama “acomodador” porque se destaca en situaciones donde hay que adaptarse a circunstancias inmediatas específicas. Es pragmático, en el sentido de descartar una teoría sobre lo que hay que hacer, si ésta no se aviene con los “hechos”. (Kolb, 1981)

2.4. Guía Didáctica

Una guía didáctica ayuda a promover el aprendizaje autónomo porque conduce, orienta, entrena al estudiante hacia el conocimiento. Por ello es necesario que el autor de una Guía Didáctica tenga claro el objetivo que se desea alcanzar con la misma, porque no todas van dirigidas al mismo objetivo.

Por lo general para elaborar una Guía se debe pensar en estimular la memoria visual del estudiante y la concentración, para lo que se recomienda que el objetivo sea claro, existan instrucciones, la información sea poca e indispensable, y la evaluación debe sea inmediata.

2.4.1. Tipos de Guías Didácticas

Según los objetivos para los que se elaboran las guías didácticas se presentan las siguientes:

- **Guías de Motivación:** las guías de motivación son útiles para indagar las formas de aprendizaje de los estudiantes y despertar el interés por un tema que se desconoce.
- **Guías de Anticipación:** las guías de anticipación del conocimiento despiertan la imaginación del estudiante y harán que el conocimiento previo del estudiante se active.
- **Guías de Aprendizaje:** es un recurso didáctico por el cual los estudiantes van adquiriendo habilidades y conocimientos.
- **Guías de Comprobación:** su objetivo es comprobar el resultado de ciertos contenidos o destrezas. Estas guías ayudan al docente a reestructurar su planificación en las partes donde existen debilidades, las cuales se van corrigiendo en el proceso.
- **Guías de Aplicación:** es un recurso de gran ayuda para el estudiante, porque se organizan las actividades en función de las potencialidades y matizan el contenido extenso o difícil y el aprendiente pueda trabajar de manera autónoma.
- **Guías de Síntesis:** se utilizan para abarcar un contenido extenso y complejo, se enfatiza lo más importante para el estudio de una unidad didáctica. Consta de: inicio, desarrollo y conclusión.

- **Guías de Estudio:** son útiles para preparar a los estudiantes antes de un examen o fin de una unidad didáctica, el docente tiene la oportunidad de reforzar el aprendizaje, mientras los estudiantes retroalimentan los conocimientos.
- **Guías de lecturas:** mediante esta guía se orienta la lectura de un texto, aplicando técnicas de comprensión lectora que facilitan el análisis del texto; entre ellas preguntas explícitas o inferenciales.
- **Guías de Refuerzo:** Se elaboran con el objeto de reforzar el conocimiento en ciertos estudiantes con necesidades educativas especiales e igualar al nivel de la clase.
- **Guías de Nivelación:** son útiles para nivelar el conocimiento y las habilidades en los estudiantes que se encuentran atrasados en aprendizaje con respecto al curso.

2.4.2. Funciones de la Guía Didáctica

Al igual que los textos de investigación o lectura, audiovisuales y más recursos, la Guía tiene funciones que van desde las instrucciones como utilizarlas hasta ser el acompañamiento pedagógico del estudiante para posibilitar el autoaprendizaje, sin dejar a un lado la comunicación con el docente y compañeros, porque la Guía también estimula la participación colaborativa.

Este recurso didáctico, activa todo aprendizaje previo del estudiante, que en la mayoría de las veces se da por experiencias vividas y facilitando oportunidades para adueñarse y dominar el nuevo conocimiento; por las técnicas que sugiere para el trabajo intelectual resulta amigable la comprensión de su estructura, así mismo las actividades que se proponen para la enseñanza y retroalimentación del conocimiento garantizan el éxito para los diferentes estilos de aprendizaje. (Ibáñez, 1999)

A continuación se detallan las funciones agrupadas en 3 características según la utilidad de las Guías didácticas; entre ellas se detallarán: la Función Motivadora, Función facilitadora de la Comprensión del Conocimiento y la Función Evaluadora. Las funciones que se pueden señalar según esta investigación son:

MOTIVADORA	FACILITADORA	EVALUADORA
Despierta el interés por la asignatura en el trabajo autónomo.	Propone metas claras	Activa los conocimientos previos
Conduce durante el proceso de aprendizaje	Organiza y profundiza la estructura de un texto.	Propone evaluaciones continuas y formativas
Aviva la organización y estudio sistemático	Relaciona textos con otros recursos afines	Presenta temas de autocomprobación de aprendizaje
Promueve la interacción con los materiales y compañeros	Sugiere técnicas de trabajo	Retroalimenta temas revisados

Tabla 4: Funciones de la Guía Didáctica

Elaborado por la autora

2.4.3. Estructura de una Guía Didáctica para el aprendizaje

Para la elaboración de una Guía Didáctica se propone seguir los siguientes pasos:

- Considerar el tipo de guía que utilizará.
- Especificar en qué nivel la aplicará.
- Elegir el Objetivo Fundamental en el cual se inserta.
- Establecer el tema o unidad.
- Indicar el objetivo de la guía.
- Detallar datos informativos del estudiante.
- Instrucciones generales: Actividades a desarrollar, tiempo y herramientas que puede utilizar.
- Actividades con instrucciones específicas de los pasos a seguir.
- Plantear actividades de evaluación.

Es sustancial que se elabore la Guía de acuerdo a las necesidades y condiciones del estudiante, dirigida al momento en que se encuentra el aprendizaje. Deben contener temas en forma organizada y progresiva, aumentando el grado de complejidad. Las guías al ser elaboradas por los docentes que conocen la realidad de sus estudiantes podrán presentar situaciones. Cuando el estudiante se enfrenta

a situaciones reales se refuerza la motivación y el compromiso del estudiante por resolverlas, ayudando a formar su criterio crítico.

En el proceso de enseñanza aprendizaje, evaluar es conocer la situación académica del estudiante para examinar errores o comprobar el aprendizaje, por ello en la guía también deben existir actividades para evaluar el aprendizaje.

2.5. Concepción Educativa de Ecuador

En los últimos años se ha tratado de mejorar el Sistema Educativo, donde se ha cambiado por completo el currículo educativo y los niveles de Educación. El bachillerato se ha dividido en 3 grupos: Ciencias, Técnico e Internacional. La evaluación docente e institucional se ha convertido en una de las herramientas para detectar falencias en el Sistema Educativo y corregir lo que está mal.

El nuevo currículo educativo se basa en descubrir y desarrollar las destrezas de los estudiantes, dejando a un lado el antiguo modelo “memorístico”, utilizando metodologías activas que permitan el descubrimiento del conocimiento por parte de los estudiantes y su participación activa en el proceso.

2.5.1. Bachillerato General Unificado

En la (Constitución del Ecuador, 2008), su artículo 26, indica que “la educación es un derecho de las personas a lo largo de su vida y un deber ineludible e inexcusable del Estado” y, el artículo 343, examina que el punto medio del proceso de educación es el sujeto que aprende; por otra parte, en este mismo artículo se establece que “el sistema nacional de educación integrará una visión intercultural acorde con la diversidad geográfica, cultural y lingüística del país, y el respeto a los derechos de las comunidades, pueblos y nacionalidades”.

La (Ley Orgánica de Educación Intercultural, 2008) establece:

“Garantizar el derecho de las personas a una educación de calidad y calidez, pertinente, adecuada, contextualizada, actualizada y articulada en todo el proceso educativo, en sus sistemas, niveles, subniveles o modalidades; y que incluya evaluaciones permanentes”.

En los párrafos anteriores se expresa el derecho del ecuatoriano a una educación integral, existiendo flexibilidad de contenidos y estrategias de enseñanza según las necesidades y realidades de los educandos, considerando condiciones de respeto, afecto y tolerancia creando un ambiente de confianza para que el proceso educativo tenga éxito.

Para el Bachillerato en Ciencias se consideran asignaturas optativas, entre ellas matemática Superior, con 4 horas semanales. A continuación se detallan los contenidos:

- **Eje temático 1:** Números complejos: Álgebra de los números complejos y Forma Polar, Fórmula de Euler, Fórmula de De Moivre.
- **Eje temático 2:** Álgebra lineal: Matrices, Operaciones con matrices, Sistemas de ecuaciones lineales de 4 o más incógnitas.
- **Eje temático 3:** Métodos de demostración Matemática: Definiciones básicas, Inferencia matemática, Reducción al absurdo, Principio de inducción matemática, Contraejemplo.
- **Eje temático 4:** Trigonometría: Identidades trigonométricas, Ecuaciones e inecuaciones trigonométricas.

En la actualidad no existe un texto de Matemática Superior para el estudiante de tercero de Bachillerato, por ello la propuesta de este proyecto en la realización de una Guía Didáctica para el aprendizaje de Números Complejos utilizando las Tics como estrategia de motivación.

2.6. Investigación Educativa

La investigación educativa es un proceso organizado que acopia información confiable para su correcta interpretación, con el fin comprender o solucionar problemas del sistema educativo. En la actualidad los docentes realizan investigación para solucionar problemas dentro del aula, proponiendo actividades que estarán formadas por técnicas que responden a las necesidades y exigencias que resultaron de una cautelosa pero fiable investigación.

Este proceso contribuye primordialmente a conocer los factores históricos, culturales, económicos y sociales que han estado presentes en el ámbito educativo, desarrollando conceptos, enfoques y esquemas bajo los cuales se pueden interpretar los fenómenos educativos en la implementación de nuevos modelos y evaluar cada uno de los actores que conforman el sistema educativo.

2.6.1. Tipos de Investigación en Educación

El tipo de investigación se puede clasificar de acuerdo a diferentes criterios o enfoques, de acuerdo a los tipos de trabajo se tiene: fundamentales, teóricas o puras y aplicadas.

- Investigación fundamental, teórica o pura.- No persigue una utilización inmediata de los conocimientos obtenidos, la problemática se orienta en la búsqueda de conocimiento teórico que aplique la comprensión de las ciencias pedagógicas. La búsqueda de la información se dirige hacia la búsqueda de nuevas teorías, leyes y principios.

- Investigación aplicada.- Está dirigida a la solución de problemas cotidianos, de aplicación inmediata muy unida a la ciencia.

Así también se puede clasificar la investigación educativa según su cronología:

- Investigación histórica.- Estudia hechos pasados más relevantes del objeto a describir, es un modelo cualitativo de la investigación descriptiva. En este tipo de investigación las fuentes de investigación son documentos más que las personas. Se permite conocer el porqué de las situaciones del presente y analizar las transformaciones que ha tenido el pasado.

Para los investigadores no es posible comprender las situaciones educativas actuales en su totalidad si no estudia el proceso histórico, por ello es necesario que en toda investigación se remita un estudio histórico del objeto, para diseñar lo que investigaremos.

- Investigación Descriptiva.- Tiene por objeto registrar, analizar y describir características cualitativas y cuantitativas existentes en el momento que se

realiza la investigación. En la investigación descriptiva se pueden establecer variables cuyo propósito es obtener información exacta y completa, a modo de diagnóstico.

- En este tipo de investigación se emplean fundamentalmente métodos empíricos que permiten lograr esos fines, como son: la observación, las encuestas, las entrevistas, etc. Se incluyen dentro de las investigaciones descriptivas, los estudios de: desarrollo, longitudinales, transversales, cohortes y de casos.
- Investigación Experimental.- predomina el control de las variables, “se establece una relación causa-efecto, generalmente a partir de una hipótesis formulada por el investigador y que se comprueba a través de la experimentación científica” (Bisquerra, 1998). Mediante esta investigación se presentaron algunos de los tipos de investigación utilizadas en el ámbito educativo.

2.6.2. Investigación Descriptiva

La investigación descriptiva es utilizada para frecuencias, promedios y otros cálculos estadísticos. A menudo el enfoque, antes de la escritura de la investigación descriptiva es llevar a cabo un estudio de investigación. La investigación descriptiva puede mostrarse por dos características de estudio, a continuación se detallan:

- **Investigación Descriptiva Cualitativa.-** se basa en la inducción a partir de observaciones y entrevistas no estructuradas, es decir, de un argumento. De modo que se expresa de manera narrativa y es la base del desarrollo de una teoría. Los métodos utilizados son la observación y la entrevista.

Fases de la investigación cualitativa

- a) Definición del problema:** toda investigación cualitativa necesita fijar un problema de investigación para sentar el análisis en el mismo.
- b) Diseño del trabajo:** después de la definición del problema es preciso elaborar un diseño o proyecto; una de las características de este diseño es su flexibilidad. El diseño comprende todos los pasos principales para desarrollar la

investigación, en lo que se pueden considerar la elaboración de un calendario, presupuesto y esquema de trabajo.

- c) **Recolección de datos:** para la recolección de datos se pueden utilizar algunos métodos, entre ellos la entrevista, la observación y lectura de textos. Es la parte de la investigación que guía el proyecto la cual la realiza el investigador de forma directa.
- d) **Análisis de datos:** consiste en aclarar las estructuras de significación y en determinar su campo social y su alcance.
- e) **Informe y validación de datos:** consiste en inscribir y especificar el significado determinado que actos sociales tienen para sus autores y enunciar lo que la investigación presenta a la sociedad. (Ruíz, 1996)
- f) **Investigación Descriptiva Cuantitativa.-** toma como punto de partida la deducción, en base al análisis de variables, es decir, asocia parámetros cuantificables cuyo objetivo es analizar a la teoría.

PUNTO DE COMPARACIÓN	INVESTIGACIÓN CUALITATIVA	INVESTIGACIÓN CUANTITATIVA
Centro de interés	Cualidad	Cantidad
Raíces filosóficas	Interacción simbólica	Positivismo lógico
Objetivo de la investigación	Comprensión, descripción, generadora de hipótesis	Experimental, estadísticas
Características del diseño	Flexible, emergente	Predeterminado, estructurado
Muestra	Pequeña, no aleatoria	Grande aleatoria
Recolección de datos	Investigador, entrevistas, observaciones	Instrumentos inanimados
Modalidad de análisis	Inductivo	Deductivo
Hallazgos	Expansivos, comprensivos	Precisos

Tabla 5: Fuentes de Investigación Cualitativa

Autor: Pérez Serrano 1994, pág. 54

2.6.3. Investigación Experimental

Dentro de las características de la investigación experimental se tiene:

- Reunión de sujetos equivalentes
- Mínimo dos grupos para establecer comparaciones
- La medición de variables dependientes
- Utilización de estadística inferencial

Fases de una investigación experimental

- a) **Planteamiento del problema de conocimiento:** el problema se plantea cuando no existe explicación para un fenómeno o laguna de conocimiento; se relaciona a la variable dependiente, es decir con la situación consiguiente o efecto. El problema puede ser resuelto en el experimento.
- b) **Formulación de hipótesis:** son anticipaciones al resultado posible. Es una relación entre la variable independiente (causa) y la dependiente (efecto) y deberá comprobarse empíricamente.
- c) **Realización de un diseño de acuerdo a la hipótesis:** es la organización formal, que incluye procesos, entre ellos la definición de variables.
- d) **Recolección y análisis de datos:** para la recolección de datos se pueden utilizar diferentes instrumentos y técnicas, después para analizarlos se sigue un plan de datos, ya escogido con anterioridad.
- e) **Elaboración de conclusiones:** se especifica hasta qué punto y con qué limitaciones queda conformada la hipótesis experimental, también se puede conocer el grado de generalización con relación al proceso que se ha seguido y con la muestra que se utilizó.

Un diseño experimental incluye procedimientos para obtener las diferencias por medio de la formación de grupos al azar y la manipulación de la variable de tratamiento (independiente). En el diseño experimental se tiene dos grupos, un experimental y otro control, a quienes al inicio se les aplica un pre test y pos test al final.

CAPÍTULO III

3. METODOLOGÍA

3.1. Diseño de la investigación

El diseño de la investigación constituye la planificación general para obtener respuestas a las preguntas de la investigación, aceptar o rechazar la hipótesis planteada; para esta investigación se tendrá dos grupos para el estudio: uno experimental y otro de control, a quienes se realizará un test para conocer el estilo de aprendizaje y así elegir la propuesta a elaborar. También se les aplicará una prueba de entrada y otra de salida, a nivel de conocimientos.

Para la selección del grupo control y experimental se consideró que la cuota de género sea igual, además era indispensable que los grupos tengan el mismo nivel de conocimiento sobre el tema de números complejos, para lo cual se debió aplicar una prueba de conocimientos escrita al inicio, pero este no fue el caso, ya que se realizó una exploración de conocimientos previos pues el docente conocía que el tema a estudiar solo se presenta en tercero de bachillerato. Esto fue corroborado al momento que los jóvenes respondían. Además se aplicó el test de Kolb para conocer el estilo de aprendizaje de los estudiantes y escoger como muestra quienes tengan el mismo estilo.

Se administró actividades utilizando un diseño tradicional al grupo de control y un diseño constructivista empleando las Tics al grupo experimental, basado en el programa de estudios de números complejos descrito por el Ministerio de Educación y Cultura del Ecuador. ([ANEXO 3: PLANIFICACION DE BLOQUE CURRICULAR N0 1](#)).

3.2. Tipo de investigación.

Se utilizó el tipo de investigación descriptiva cualitativa y cuantitativa, e investigación experimental. La investigación descriptiva con enfoque cualitativo se utilizó al momento de hacer el test sobre los estilos de aprendizaje de Kolb y en la encuesta para determinar la percepción en la metodología aplicada. La investigación descriptiva cuantitativa se utilizó al momento de analizar los datos obtenidos en las pruebas de salida.

Se aplicó la investigación experimental, porque el proyecto cumple con todas las fases de la investigación, desde la formulación del problema, hasta la presentación de las conclusiones y recomendaciones. Además se cuenta con los grupos de estudio, experimental y control, a quienes se les aplicó las mismas actividades y contenidos, pero con metodología diferente.

3.3. Población y Muestra

Población: es la colección de datos que corresponde a las características de la totalidad de individuos, objetos y cosas o valores de un proceso de investigación. Frecuentemente no es posible estudiar toda la población ya que resulta económicamente inviable o lleva demasiado tiempo. (Riobóo, 2009). La población que se ha escogido para esta investigación son los estudiantes de tercero de bachillerato de una Unidad educativa de la costa ecuatoriana, la cual cuenta con 110 estudiantes en este año de bachillerato correspondientes a los paralelos “A”, “B”, “C” y “D”.

Muestra: la muestra es una parte de la población que permite conocer la calidad o resultados de la misma. Se podría decir también que es el subconjunto de los individuos de una población estadística, permitiendo inferir las propiedades de todo el conjunto. (Pérez, 2009).

Para seleccionar la muestra para el grupo control y experimental, se consideró las siguientes características:

- Se tomó el 20% de la población, 10% para el grupo control y 10% para el experimental, 12 estudiantes para cada grupo.
- Se consideró la cuota de género (6 mujeres y 6 hombres para cada grupo de estudio)
- Se realizó un test para conseguir homogeneidad en cuanto al estilo de aprendizaje.

GRUPO EXPERIMENTAL CANTIDAD DE ESTUDIANTES	GRUPO CONTROL CANTIDAD DE ESTUDIANTES
12	12

Tabla 6: Cuadro de la Muestra

Elaborada por la autora

3.4. Técnicas e Instrumentos de Investigación.

(Méndez, 2000) define a las fuentes y técnicas para la recolección de datos como hechos o documentos a los que acude el investigador, que le permitan tener información. También señala que las técnicas son los medios empleados para la recolección de la información.

Existen fuentes primarias y secundarias, considerándose fuente primaria a la información recopilada directamente por el investigador a través de relatos o escritos transmitidos por los participantes sobre un suceso, mientras que la fuente secundaria es la información escrita que ha sido recopilada y transcrita por personas que han recibido tal información a través de otras fuentes.

En la presente investigación, se utilizaron los siguientes instrumentos:

- **Entrevista estructurada:** la entrevista estructurada se la utilizó para la exploración de conocimientos previos; anticipadamente se conocía que los estudiantes no habían revisado el tema de números complejos, por cuanto solo está en el programa de Tercero de Bachillerato, pero se necesitaba confirmar directamente con ellos, por lo que sólo se realizó una pregunta cerrada:

1.- ¿Has estudiado a los números complejos?

SI

NO

- **Test de estilos de aprendizaje.-** una vez realizada la entrevista para explorar los conocimientos, se realizó el test de KOLB para conocer los estilos de aprendizaje de los estudiantes y escoger a aquellos que su estilo de aprendizaje sea el mismo. (*Anexo 4: Test de Estilos de Aprendizaje*).
- **Guía didáctica.-** la guía didáctica cumple con actividades dirigidas hacia el tipo de aprendizaje de los estudiantes, donde ellos pondrán en práctica la creatividad aplicando las tecnologías. La guía consta de:
 - a) Definiciones
 - b) Ejercicios resueltos en Wolfram mathematica
 - c) Talleres

- **Instrumentos de Evaluación:** para evaluar el rendimiento final y la motivación se consideró:
 - a) Una evaluación sumativa. (ANEXO 5: Evaluación Sumativa)
 - b) Una encuesta para medir la percepción después de aplicar la propuesta. (ANEXO 6: Encuesta para medir la de percepción).

- **Estadísticos descriptivos.-** Los estadísticos descriptivos que se utilizó son:

Estadístico	Símbolo
MEDIA ARITMÉTICA	\bar{x}
MEDIANA	M_e
MODA	M_0
RANGO	R
DESVIACIÓN MEDIA	\bar{s}
VARIANZA	s^2
DESVIACIÓN ESTÁNDAR	S

Tabla 7: Estadísticos descriptivos

Elaborado por la autora

- **Estadísticos Inferenciales:** Se utilizó la de hipótesis de una cola con zona de aceptación.

Se plantean las siguientes hipótesis:

H_0 : **No Existe** una diferencia entre la media de calificaciones del grupo tratamiento y la media de calificaciones del grupo control.

H_1 : **Existe** una diferencia entre la media de calificaciones del grupo tratamiento y la media de calificaciones del grupo control.

- **Posicionamiento de grupos:** Se graficó en el plano el promedio de los promedios y el promedio de la desviación estándar como pares ordenados.

CAPÍTULO IV

4. ANÁLISIS ESTADÍSTICO

4.1. Resultados de la encuesta realizada tipos de aprendizajes

A continuación se mostrará los resultados obtenidos en la encuesta para conocer los tipos de aprendizaje de Kolb. (*Ver Anexo 4: Test de Kolb*)

Curso \ Tipo de aprendizaje	A	B	C	D	Total
Aprendizaje Convergente	7	8	7	5	27
Aprendizaje Divergente	15	16	14	17	62
Aprendizaje Asimilador	2	0	3	3	8
Aprendizaje Acomodador	3	2	5	3	13
Total	27	26	29	28	110

Tabla 8: Resultado Test de Kolb

Fuente: Test a estudiantes tercero de bachillerato A,B,C,D

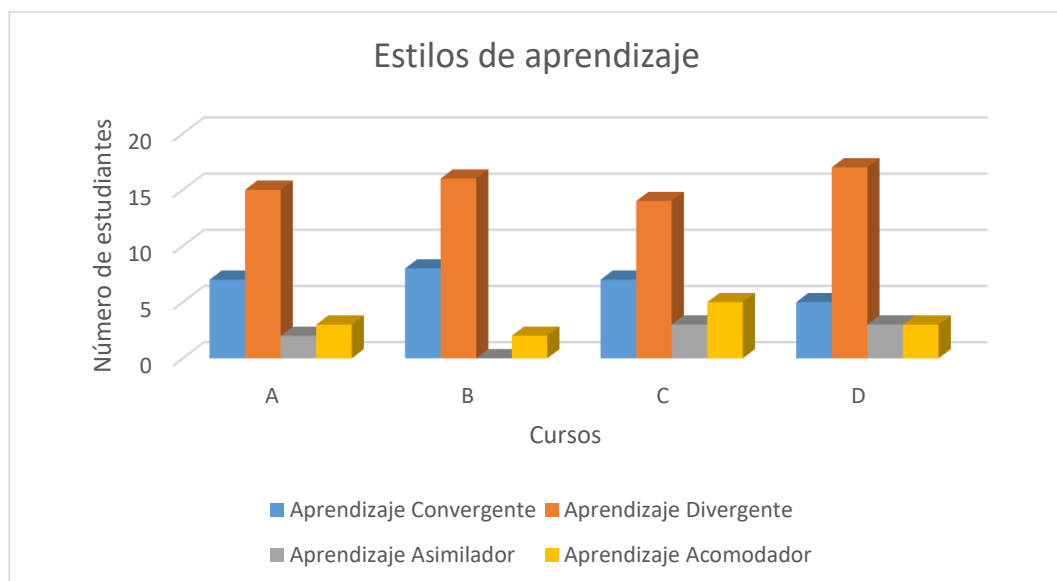


Gráfico 1: Estilos de aprendizaje

Fuente: Test a estudiantes tercero de bachillerato A,B,C,D

El gráfico muestra que el mayor número de estudiantes tiene un aprendizaje divergente, caracterizándose por crear nuevas soluciones, ser creativos y producen ideas.

4.2. Comparación de las calificaciones obtenidas en la evaluación final del grupo experimental y control

A continuación se detallará la comparación con estadística descriptiva de las calificaciones obtenidas en la evaluación de salida al grupo experimental y control. La evolución constó de cinco preguntas, dos optativas y tres de desarrollo. (*Ver Anexo 7: Calificaciones*).

	Pregunta 1		Pregunta 2		Pregunta 3		Pregunta 4		Pregunta 5		Promedio de calificaciones	
	GE	GC	GE	GC	GE	GC	GE	GC	GE	GC	GE	GC
Promedio	1,67	1,21	1,75	1,5	1,88	1,38	1,75	1,5	1,58	1,17	8,6	6,8
Mediana	2	1	2	1,5	2	1,5	2	1,5	1,5	1	8,5	6,75
Mínimo	1	0,5	1	1	1	1	1	1	1	0,5	7,5	5
Máximo	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	10	8,5
Desv. Est	0,44	0,45	0,45	0,52	0,31	0,38	0,45	0,52	0,42	0,49	0,64	1,03
Desv.Med.	0,44	0,45	0,45	0,52	0,31	0,38	0,45	0,52	0,42	0,49	0,64	1,03
Varianza	0,20	0,20	0,20	0,27	0,10	0,14	0,20	0,27	0,17	0,24	0,41	1,11

Tabla 9: Comparación de medidas de tendencia central

Fuente: Calificaciones obtenidas en Tercero de Bach.

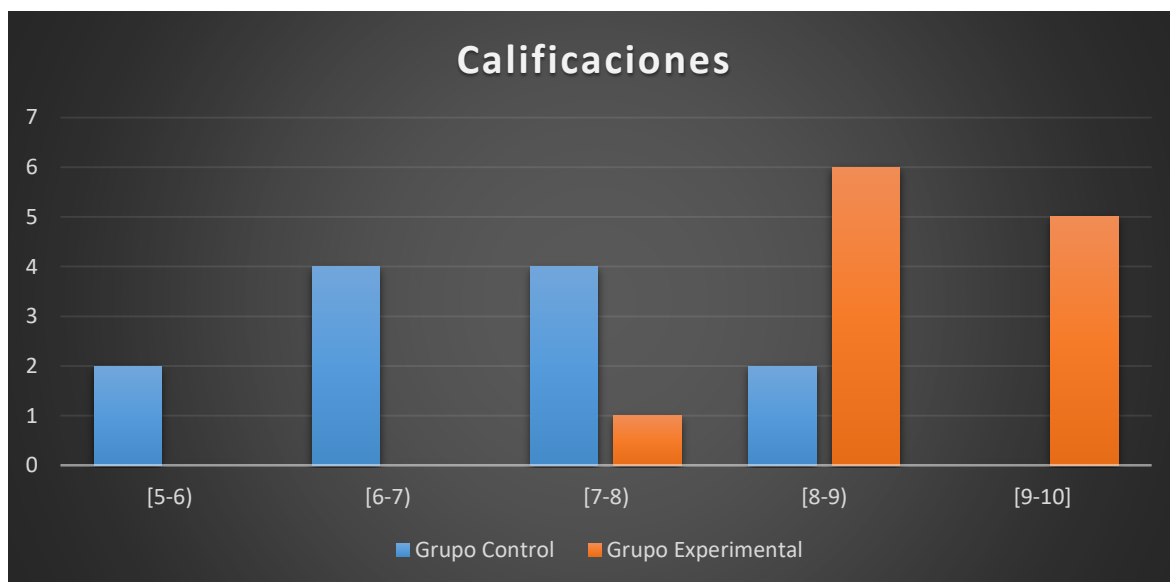


Gráfico 2: Comparación de calificaciones

Fuente: Calificaciones obtenidas en Tercero de Bach

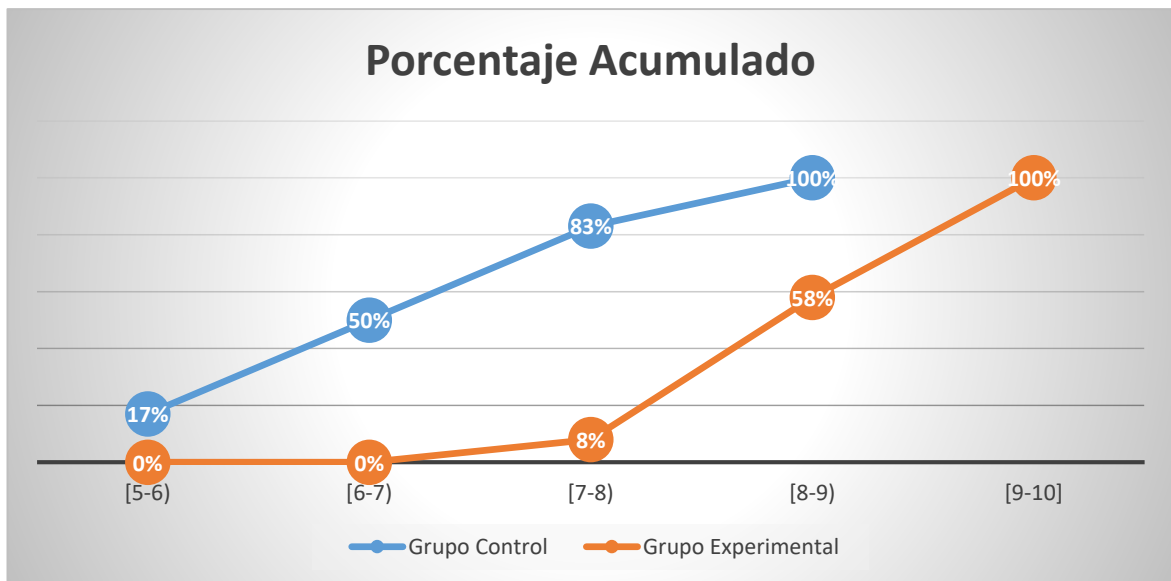


Gráfico 3: Comparación del porcentaje acumulado

Fuente: Calificaciones obtenidas en Tercero de Bach

Para el grupo control se puede observar en el primer gráfico, que existe mayor acumulación de calificaciones en el tercer y cuarto intervalo. Mientras que en el segundo gráfico se tiene un sesgo positivo en vista que la Media es mayor a la Mediana. Media: 8,6 mayor que Mediana: 8,5.

Mientras que, para el grupo experimental se puede observar en el primer gráfico, que existe mayor acumulación de calificaciones en el segundo y tercer intervalo. Mientras que en el segundo gráfico se tiene un sesgo positivo en vista que la Media es mayor a la Mediana. Media: 6,8 mayor que Mediana: 6,75.

4.3. Comparación de la media entre en grupo experimental y el de control

	Grupo Experimental	Grupo Control
Media	8,6	6,8
Mediana	8,5	6,75

Tabla 10: Comparación de la Media en grupos de estudio

Fuente: Calificaciones de la evaluación

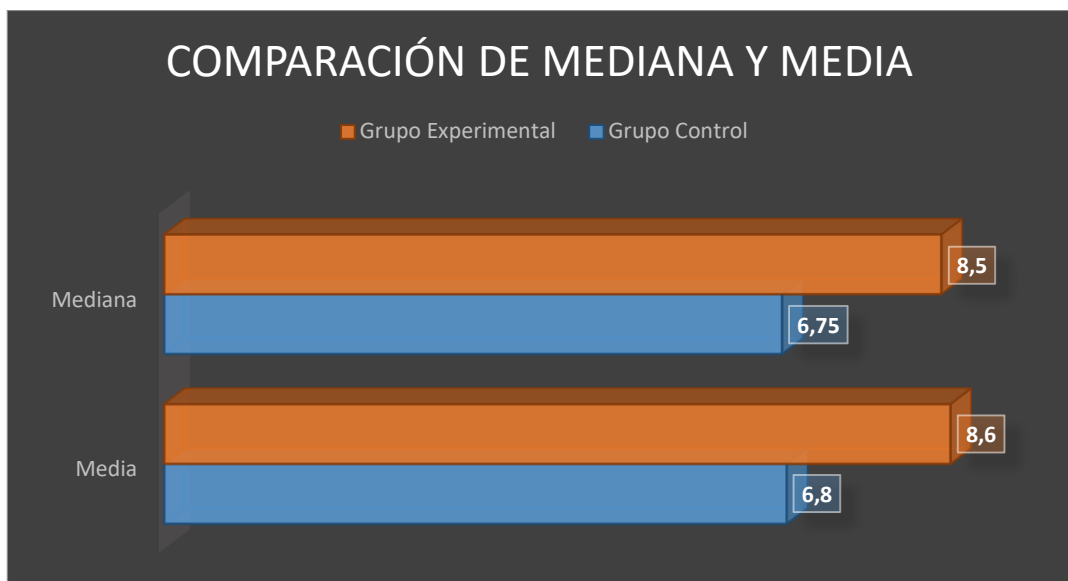


Gráfico 4: Comparación de la Media en grupos de estudio

Fuente: Calificaciones de la evaluación

El gráfico presenta la comparación entre la media y mediana del grupo control y experimental; se puede observar que la mediana del grupo control es 6,75, siendo menor al grupo experimental cuya mediana es 8,5.

La media aritmética del grupo control es 6,8 mientras la del grupo experimental es 8,6, siendo mayor.

4.4. Prueba de hipótesis

DATOS	GRUPO TRATAMIENTO	GRUPO CONTROL
Estudiantes	12	12
Media	8,6	6,8
Varianza	0,41	1,07

$$gl = n_1 + n_2 = 12 + 12 - 2 = 22$$

Con grados de libertad de 22 y un nivel significancia de 0,05

TABLA DE PRUEBA T DE STUDENT

Grados de libertad	0.25	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005
22	0.6858	1.3212	1.7171	2.0739	2.5083	2.8188

$$H_0: \mu_t - \mu_c = 0$$

$$H_a: \mu_t - \mu_c > 0$$

Valor $p < 0,05$ rechazar H_0

Para establecer la región de rechazo, se calcula primero el número de grados de libertad, de la siguiente forma:

La región crítica $t_{(0,05,22)} = 1,7171$, por lo tanto la región crítica es $t > 1,7171$

Cálculo del valor estadístico de la prueba:

$$t_p = \frac{(\bar{x}_t - \bar{x}_c) - (\mu_t - \mu_c)}{\sqrt{s_p^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m}\right)}}$$

$$s_p^2 = \frac{(n-1)s_t^2 + (m-1)s_c^2}{n+m-2}$$

$$t_p = \frac{(8,6-6,8)-0}{\sqrt{0,7\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{12}\right)}} = 5.29$$

$$s_p^2 = \frac{(12-1)0,41+(12-1)1,07}{22} = 0,7309090$$

El valor 5.29 se encuentra dentro de la región crítico o rechazo y fuera de la región de confianza, por tanto, la decisión de rechazar la H_0 y aceptar H_a . En conclusión, el promedios de notas de los estudiantes donde se aplicó la propuesta es mayor, con del 95% de confianza.

4.5. Resultados de la encuesta de percepción

A continuación se presenta una tabla con los resultados de la encuesta de Percepción realizada a 12 estudiantes, cada pregunta fue calificada con 1 punto y sumadas al final. (Ver Anexo 6: Encuesta de Percepción)

ESTUDIANTES	CALIFICACIÓN	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	TOTAL
Estudiante 1	7,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
Estudiante 2	8,5	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	9
Estudiante 3	8,5	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	9
Estudiante 4	8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
Estudiante 5	8	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	8
Estudiante 6	10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
Estudiante 7	9	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	9
Estudiante 8	9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
Estudiante 9	9	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	9
Estudiante 10	8,5	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	9
Estudiante 11	9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10
Estudiante 12	8,5	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	9
TOTAL	8,6	12	12	12	12	12	8	8	12	12	12	

Tabla 11: Resultados de encuesta de percepción

Fuente: Grupo Experimental

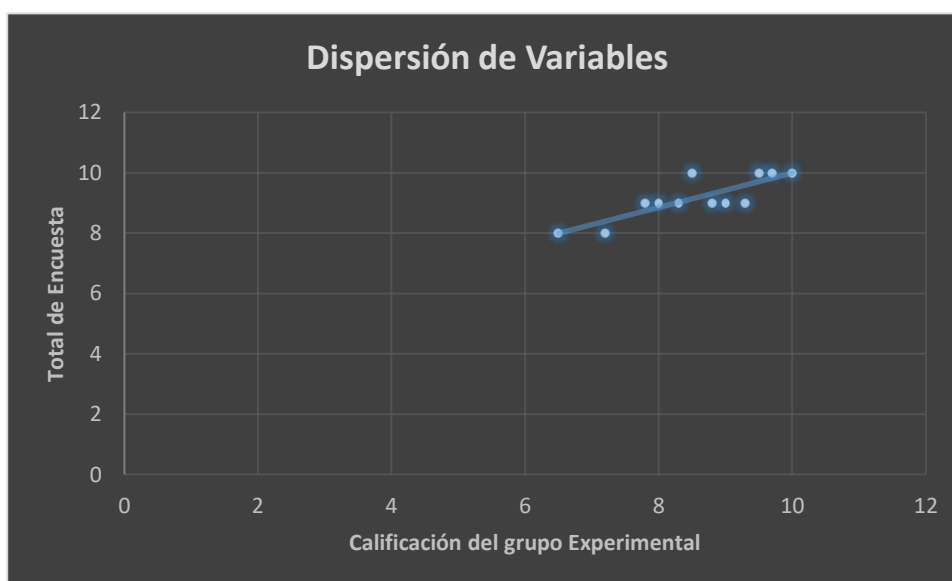


Gráfico 5: Dispersión de Variables

Fuente: Calificación y Encuesta del G. Experimental

En el gráfico de dispersión, se han comparado dos variables para observar la relación entre las calificaciones del grupo experimental y el resultado de la encuesta de percepción. Se puede verificar que existe una relación positiva entre los datos de las variables; además se trazó una línea tendencia con la cual se evidencia la relación positiva.

Para comprobar la correlación de las variables se lo realizó analíticamente obteniendo el Coeficiente de Pearson, el cual fue:

Coef. De Correlación (r) = 0,83

4.6. Mapa de posicionamiento

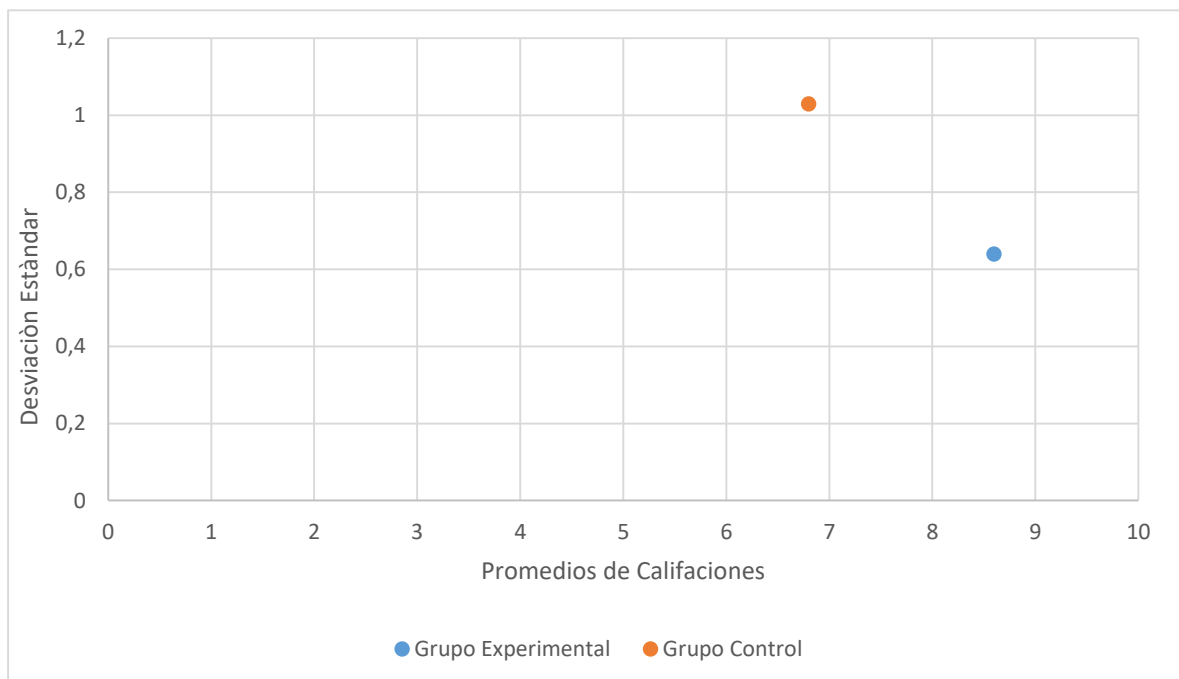


Gráfico 6: Mapa de posicionamiento de los grupos experimental y Control

En el gráfico se puede notar que el grupo experimental tiene un mayor promedio 8,6 y una desviación estándar de 0,64 lo que indica homogeneidad en las calificaciones. Mientras que el grupo control tiene un promedio de 6,5 y una desviación estándar de 1,0.

CAPÍTULO V

5. LA PROPUESTA

5.1. Título de la Guía Didáctica

Implementación de las tics como estrategia de motivación para trabajo autónomo estudiantil en la enseñanza de potenciación y radicación de números complejos en Tercero de Bachillerato.

5.2. Características de la Guía Didáctica

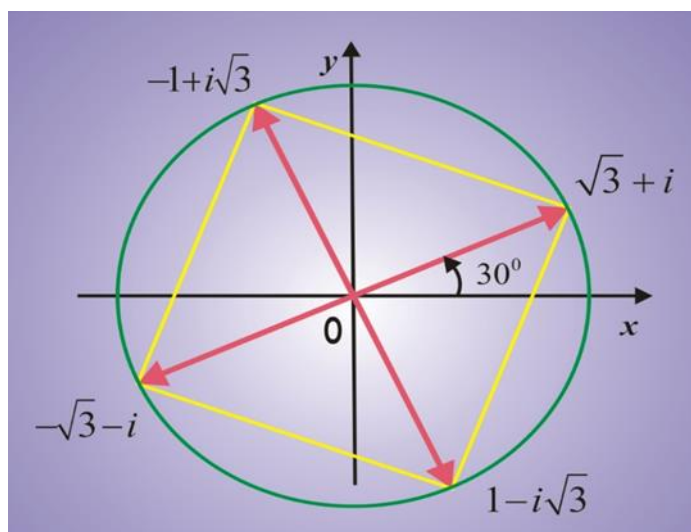
- El material didáctico que se detalla a continuación se caracteriza por tener relación con el programa de estudios de números complejos del Ministerio de Educación del Ecuador.
- La guía está formada por tres unidades y sus subtemas.
- Presenta orientaciones en relación con la metodología y enfoque de la asignatura.
- Presenta instrucciones acerca de cómo lograr el desarrollo de las habilidades, destrezas del estudiante.
- Promueve el uso de las TICS.
- Contiene actividades para reforzar el aprendizaje y una evaluación final para constatar el aprendizaje.

5.3. Esquema de la Guía

Guía Didáctica para el trabajo autónomo estudiantil

RADICACIÓN Y POTENCIACIÓN DE NÚMEROS COMPLEJOS

3er año de Bachillerato



PRESENTACIÓN

La presente guía tiene como fin, lograr un mejor rendimiento estudiantil, afianzando el trabajo autónomo. Para ello, se ha reforzado la guía con ciertas conceptualizaciones teóricas y fomentar la fijación del conocimiento con ejemplo aplicados en el software escogido.

Considerando que la tecnología esta inmersa en el ámbito educativo, en este trabajo se utilizar el software matematico “Wolfram Mathematica version 10” <https://www.wolfram.com/mathematica/trial/> , que brinda a los estudiantes la herramientas necesarias para la ejercitación y practica de los números complejos dentro del trabajo autonomo estudiantil.

La guía cuenta con ejemplos aplicados en el software e instricciones y videos como utilizar el programa informático, aunque es necesario mencionar que el estudiante puede experimentar por otro tipo de software que logicamente los comandos de aplicación será diferente.

Se agrega una lista de comandos necesarios del Wolfran Mathematica para facilitar su empleo y links de tutoriales que podrán reforzar la aplicación del software.

ÍNDICE

Presentación.....	40
Índice.....	41

UNIDAD 1

Definición y operaciones en el conjunto de los números complejos

Definición.....	42
Practica 1.....	43
Actividad 1.....	44
Representación de números complejos en el plano \mathbf{R}^2	45
Practica 2.....	46
Actividad 2.....	47
Suma y multiplicación de números complejos.....	51
Conjugado de un numero complejo.....	52
División de números complejos.....	53
Practica 3.....	54
Actividad 3.....	55
Raíces complejas de una ecuación cuadrática.....	56
Practica 4.....	57
Actividad 4.....	58

UNIDAD 2

Forma trigonométrica o polar de un número complejo.

Módulo de un número complejo.....	59
Argumento de un número complejo	60
Practica 5.....	61
Actividad 5.....	62
Representación trigonométrica de un complejo.....	63
Practica 6.....	65
Actividad 6.....	66

UNIDAD 3

Potencias y raíces de números complejos

Potenciación de complejos.....	67
Práctica 7.....	69
Actividad 7.....	70
Radicación de complejos.....	71
Practica 8.....	72
Actividad 8.....	74
Comandos del software.....	75

UNIDAD 1. DEFINICIÓN Y OPERACIONES EN EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS

Definición

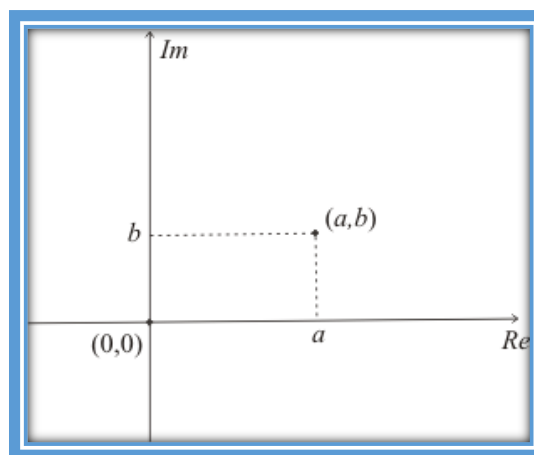
Se denomina conjunto de los números complejos y lo denotamos con la letra “ \mathbb{C} ” al conjunto de los pares de números reales (a,b) en el cual definimos las siguientes operaciones: **Adición, Sustracción, Producto, División**



Valga destacar que en el número complejo (a,b) llamaremos “ a ” la *parte real* y “ b ” la *parte imaginaria*. Se puede expresar de la forma estándar o binómica $a + bi$

Representación de los números complejos en el Plano cartesiano

Podemos efectuar una representación de los números complejos mediante el plano i^2 . (Gráfica 1). En esta representación se le dice *eje real (Re)* al eje de las “ x ” y *eje imaginario (Im)* al eje de las “ y ”



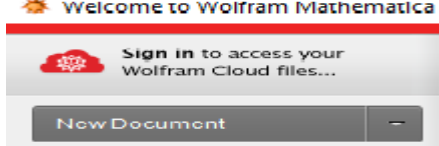
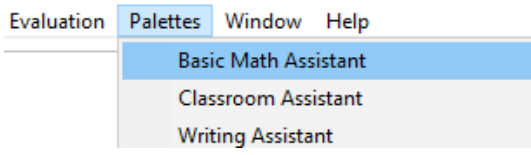
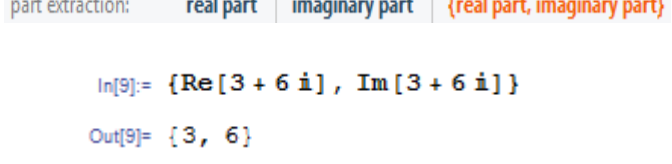
Gráfica 1: Representación del número complejo (a,b)

SABIAS QUÉ?

Los números complejos de la forma $(0,b)$ son llamados *imaginarios puros*

Práctica 1 en software



INSTRUCCIONES	IMAGEN
Abrir el Wolfram Mathematica y escoger dar clic en New Document .	
En la barra de herramientas escoger Palettes y luego dar clic en Basic Math Assistant .	
Introducir la unidad Imaginaria con la letra "I", luego presionar Shif+Enter .	<pre>In[1]:= I Out[1]= i</pre>
Para escribir un número complejo, introducimos el número en forma estándar con "I", luego Shif+Enter .	<pre>In[2]:= 3 + 6 I Out[2]= 3 + 6 i</pre>
Se puede extraer la parte real y la parte imaginaria. Clic en More luego Real e Imaginary Part .	 <pre>In[9]:= {Re[3 + 6 i], Im[3 + 6 i]} Out[9]= {3, 6}</pre>
Expresar en Complejos: $\sqrt{-1}$	<pre>In[2]:= Sqrt[-1] Out[2]= i</pre>
Expresar en Complejos: $x^2 + 1 = 0$	<pre>In[8]:= Solve[x^2 + 1 == 0, x] Out[8]= {{x -> -i}, {x -> i}}</pre>
Expresar en Complejos: Potencias de la unidad imaginaria: i^2, i^2, i^2	<pre>In[7]:= I^2 In[8]:= I^3 In[9]:= I^4 Out[7]= -1 Out[8]= -i Out[9]= 1</pre>

Actividad 1

Resuelve cada ejercicio en tu cuaderno y luego hazlo en Wolfram Mathematica

1.- Escribe una X de acuerdo el valor de verdad de siguientes proposiciones:

a) Si $a+bi$ es un binomio complejo, entonces $3+2i$ es un número complejo.

V F

b) -1 el resultado de una potencia imaginaria si i^3 es la potencia imaginaria.

V F

c) Si i^4 es una potencia de la unidad imaginaria, entonces 1 es el resultado.

V F

d) $\sqrt{-1} = i$

V F

e) Si $0+3i$ es un numero complejo, entonces $3i$ es un complejo puro.

V F

2.-Identifica la parte real e imaginaria de los números complejos.

a) $\frac{4}{5} + 3i$

Re Im

b) $-2-7i$

Re Im

c) $0.1- 4i$

Re Im

d) $\sqrt{5}i$

Re Im

e) $1+\pi$

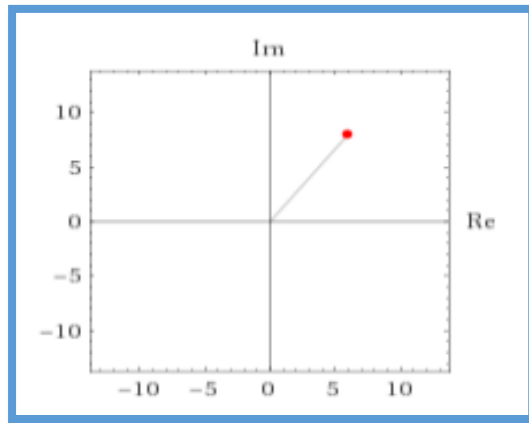
Re Im

Gráfica de números complejos en el plano R

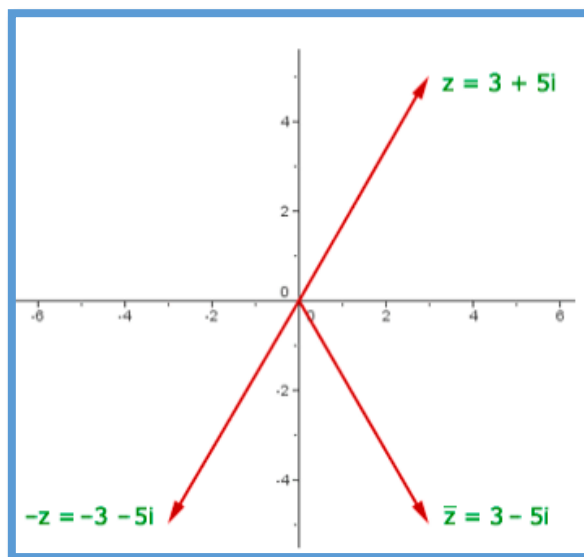
Gráficamente, entre un complejo y su opuesto, existe una simetría puntual de centro en el origen, mientras con su conjugado existe una simetría axial al eje real.

Ejemplo:

- a) Representar en la recta numérica el siguiente complejo $Z = 6 + 8i$



- b) Representar en el plano $Z = 3 + 5i$, $-Z = -3 - 5i$ y $\bar{Z} = 3 - 5i$



Práctica 2 en software

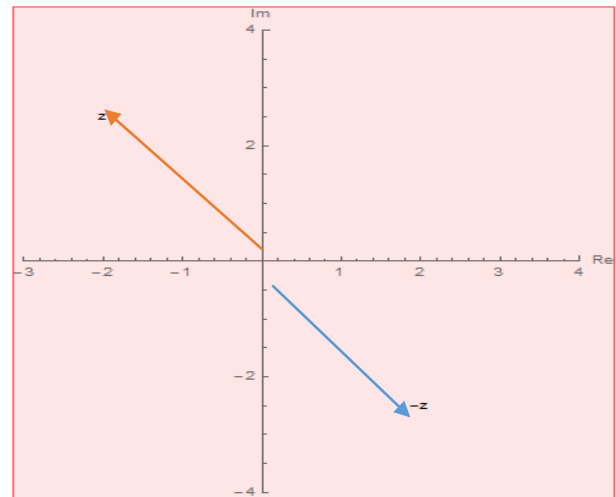


a) Dado el numero complejo $z=(-2,3)$ graficarlo y hallar su opuesto

El opuesto de z es: $-z= -(-2,3)= -z= (2,-3)$

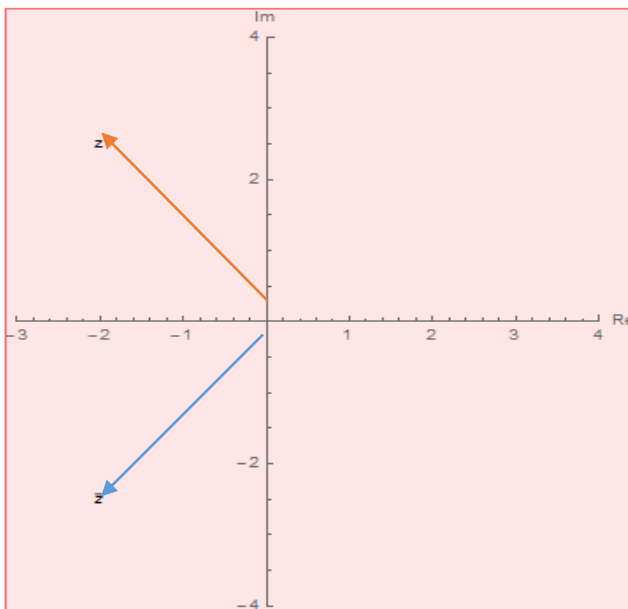
```
In[35]:= << Graphics `Arrow`
```

```
Show[Graphics[{Arrow[{0, 0}, {-2, 3}],
  Arrow[{0, 0}, {2, -3}], Text["z",
    {-2, 2.5}], Text["-z", {2, -2.5}]}],
  Axes -> True, AxesLabel -> {"Re", "Im"},
  PlotRange -> {{-3, 4}, {-4, 4}},
  AspectRatio -> Automatic]
```



b) Dado el numero complejo $z=(-2,3)$ graficarlo y hallar su conjugado

El conjugado de z es: $\bar{z}= (-2,-3)$



```
Show[Graphics[{Arrow[{0, 0}, {-2, 3}],
  Arrow[{0, 0}, {-2, -3}], Text["z",
    {-2, 2.5}], Text["z̄", {-2, -2.5}]}],
  Axes -> True, AxesLabel -> {"Re", "Im"},
  PlotRange -> {{-3, 4}, {-4, 4}},
  AspectRatio -> Automatic]
```

Actividad 2

Resuelve cada ejercicio en tu cuaderno y luego hazlo en Wolfram Mathematica

1. Gráfica en el Plano los siguientes números complejos

a) $2 - 3.4i$

	Im
	Re

b) $-1.5 + 3i$

	Im
	Re

c) $2.5i$

	Im
	Re

2. Escribe el Inverso ($-z$) de z de los siguientes complejos y luego gráficelos en el plano

a) $2 - 3.4i$
-z=-----

	Im
	Re

b) $-1.5 + 3i$
-z=-----

	Im
	Re

c) $2.5i$
-z=-----

	Im
	Re

3. Escribe el Conjugado (\bar{z}) de z y luego gráficelos en el plano

a) $2 - 3.4i$
 \bar{z} =-----

	Im
	Re

b) $-1.5 + 3i$
 \bar{z} =-----

	Im
	Re

c) $2.5i$

	Im
	Re

Suma y multiplicación de números complejos en la forma binómica

Puesto que a, b, c, d son todos números reales.

Adición o Suma. $(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$

$$(a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i$$

Multiplicación. $(a + bi) \cdot (c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$, porque $i^2 = -1$.

La realización de las operaciones de suma y multiplicación con números complejos se puede realizar en la forma de pares o en la forma binómica.

Al evaluar i a las potencias enteras 1,2,3,4, se obtiene: $i^1 = i$, $i^2 = -1$, $i^3 = -i$, $i^4 =$

1. Este comportamiento se repite cada cuatro potencias enteras.

Ejemplos:

Representa en forma binómica las siguientes operaciones



Si $Z_1 = (5 + 2i)$, $Z_2 = (-8 + 3i)$ y $Z_3 = (4 - 2i)$, halle $Z_1 + Z_2 + Z_3$

$$Z_1 + Z_2 + Z_3 = (5 + 2i) + (-8 + 3i) - (4 - 2i) = (5 - 8 - 4) + (2 + 3 + 2)i = -7 + 7i$$

Si $Z_1 = (5 + 2i)$ y $Z_2 = (2 - 3i)$, halle $Z_1 \cdot Z_2$

$$Z_1 \cdot Z_2 = (5 + 2i) \cdot (2 - 3i) = 10 - 15i + 4i - 6i^2 = 10 - 11i + 6 = 16 - 11i$$

Si $Z_1 = (3 + 2i)$ y $Z_2 = (4 - i)$, halle $Z_1 + Z_2$ y $Z_1 \cdot Z_2$

$$Z_1 + Z_2 = (3 + 2i) + (4 - i) = 7 + i$$

$$Z_1 \cdot Z_2 = (3 + 2i) \cdot (4 - i) = 14 + 5i$$

Para calcular potencias i^n , se divide n para 4 y traba con el residuo de la división.

Conjugado de un número complejo

Si $z = x + yi$ es un número complejo llamaremos *conjugado del número z*, al número $\bar{z} = x - yi$, es decir, al número complejo que tiene la misma parte real que z pero la parte imaginaria de signo opuesto.

Ejemplo:

Si $z = 3 + 2i$, entonces $\bar{z} = 3 - 2i$
 Si $z = 3 - 2i$, entonces $\bar{z} = 3 + 2i$



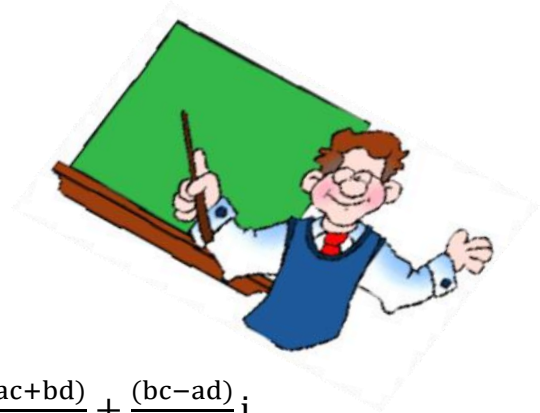
Propiedades:

1.	$z + \bar{z} = 2x$	5.	$\overline{(\bar{z})} = z$
2.	$z - \bar{z} = 2yi$	6.	$\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$
3.	$z * \bar{z} = x^2 + y^2$	7.	$\overline{z_1 * z_2} = \bar{z}_1 * \bar{z}_2$
4.	$\frac{1}{z} = \frac{1}{z} * \frac{\bar{z}}{\bar{z}} = \frac{\bar{z}}{x^2 + y^2}$		

División de números complejos

La división de números complejos se realiza mediante la multiplicación y división por el conjugado del denominador.

Ejemplo:



$$a) \frac{a+bi}{c+di} = \frac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)} = \frac{(ac+bd)+(bc-ad)i}{c^2+d^2} = \frac{(ac+bd)}{c^2+d^2} + \frac{(bc-ad)}{c^2+d^2}i$$

b) Dados $z_1 = 2 - 3i$ y $z_2 = -1 + 2i$ halle: 1) $\overline{z_2}$ y 2) $\frac{z_1}{z_2}$.

1. $\overline{z_2}$ Como $z_2 = -1 + 2i$ entonces $\overline{z_2} = -1 - 2i$

2. Para hallar $\frac{z_1}{z_2}$ multiplicamos y dividimos por el conjugado.

$$\begin{aligned} \frac{z_1}{z_2} &= \frac{2 - 3i}{-1 + 2i} = \frac{2 - 3i}{-1 + 2i} \cdot \frac{-1 - 2i}{-1 - 2i} = \frac{(2 - 3i)(-1 - 2i)}{(-1 + 2i)(-1 - 2i)} \\ &= \frac{-2 - 4i + 3i + 6i^2}{(-1)^2 + (2)^2} = \frac{-8 - i}{5} = -\frac{8}{5} - \frac{1}{5}i \end{aligned}$$

$$c) \frac{(2+3i)}{4+5i} = \frac{(2+3i)(4-5i)}{(4-5i)} = \frac{8-10i+12i+15}{16+25} = \frac{23+2i}{41} = \frac{23}{41} + \frac{2}{41}i$$

Práctica 3
Operaciones básicas utilizando wolfram



OPERACIONES	IMAGEN
<p>El conjugado (\bar{z}) de Z. Una vez escrito el numero complejo, presionar Conjugate</p>	<pre>In[2]:= z = 3 + 4 I Out[2]= 3 + 4 i In[4]:= Conjugate[z] Out[4]= 3 - 4 i</pre> <p>convert to exponential magnitude conjugate</p>
<p>Para sumar o restar se reemplazan literales por una expresión estándar.</p>	<pre>In[14]:= z = 5 + 2 I Out[14]= 5 + 2 i In[15]:= w = 2 - 6 I Out[15]= 2 - 6 i In[16]:= z + w Out[16]= 7 - 4 i</pre>
<p>Para multiplicar se reemplazan literales por una expresión estándar</p>	<pre>In[14]:= z = 5 + 2 I Out[14]= 5 + 2 i In[15]:= w = 2 - 6 I Out[15]= 2 - 6 i In[18]:= z * w Out[18]= 22 - 26 i</pre>
<p>Para dividir se reemplazan literales por una expresión estándar.</p>	<pre>In[14]:= z = 5 + 2 I Out[14]= 5 + 2 i In[15]:= w = 2 - 6 I Out[15]= 2 - 6 i In[19]:= z / w Out[19]= - 1/20 + 17 i / 20</pre>

Actividad 3

Resuelve las siguientes adiciones y multiplicaciones de complejos en tu cuaderno y luego hazlo en Wolfram Mathematica

1. Calcula las potencias de:

a) i^{32}

b) i^{-3}

c) i^{53}

d) i^8

2. Hallar el inverso y conjugado para cada número complejo

a) $1 - i$

b) $2 - 22i$

c) $-\frac{1}{2} - 3i$

d) $-\frac{1}{2}i$

3. Escribe como complejo el resultado de cada operación

a) $\sqrt{-16} + \sqrt{16}$

b) $\left(\frac{3}{2} - \sqrt{3}\right)\left(\frac{2}{3} + \sqrt{-3}\right)$

c) $2 - \sqrt{-1}$

d) $4 + \sqrt{-36}$

4. Realiza las operaciones indicadas

a) $(3.1 - 2i) + (5 + 3i)$

b) $\left(-1 + \frac{2}{5}i\right) - (2.1 - 3i)$

c) $2i(-3 - 4.5i)$

d) $\frac{4+7i}{2-3i}$

5. Sean $z_1 = (1 + 4i)$ y $z_2 = (2 - 3i)$, realice:

a) $2z_1 + 3z_2$

b) $\bar{z}_2 - z_1$

c) $z_1 * z_2$

Raíces complejas de la ecuación de segundo grado

Si el discriminante de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ es negativo, debe sustituirse el signo negativo por i^2 y de esa forma se obtienen las raíces complejas de la ecuación.

Ejemplo:

Resolver la ecuación $x^2 - 2x + 6 = 0$.

Aplicando la fórmula de la ecuación cuadrática:

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(6)}}{2(1)} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 24}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{-20}}{2}$$



Se puede ver que el discriminante es -20 lo cual puede escribirse como $20i^2$. Por lo tanto:

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{-20}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{20i^2}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}i}{2} = 1 \pm \sqrt{5}i$$

Así, las raíces complejas de la ecuación son: $x_1 = 1 - \sqrt{5}i$ y $x_2 = 1 + \sqrt{5}i$.

PRÁCTICA N° 4 ECUACIONES UTILIZANDO WOLFRAM



Untitled-1 * - Wolfram Mathematica 10.0

File Edit Insert Format Cell Graphics Evaluation Palettes Window Help

```
In[10]:= Solve[x^2 - 2 x + 6 == 0, x]
```

```
Out[10]= {{x -> 1 - i sqrt(5)}, {x -> 1 + i sqrt(5)}}
```

```
In[11]= Solve[x^2+1==0,x]
```

```
Out[11]={{x -> -i}, {x -> i}}
```

```
In[11]= Solve[x^2+5==0,x]
```

```
Out[11]={{x -> -i sqrt(5)}, {x -> i sqrt(5)}}
```

```
In[11]= Solve[x^2+3==0,x]
```

```
Out[11]={{x -> -i sqrt(3)}, {}, {x -> i sqrt(3)}}
```

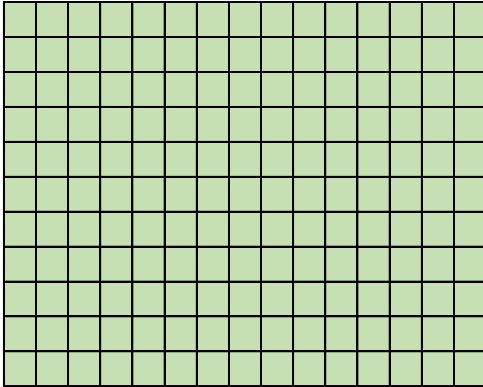
```
In[11]= Solve[x^2+11==0,x]
```

```
Out[11]={{x -> -i sqrt(11)}, {x -> i sqrt(11)}}
```

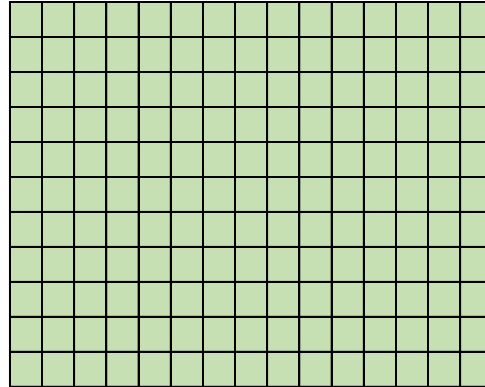
Actividad 4

Resuelve en tu cuaderno las siguientes ecuaciones y exprésalas en raíces complejas y luego hazlo en Wolfram Mathematica

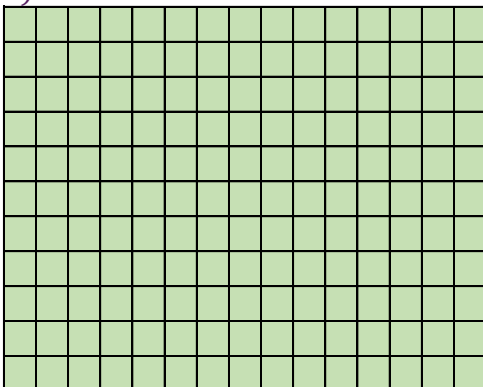
a) $x^2 + 2x + 4 = 0$



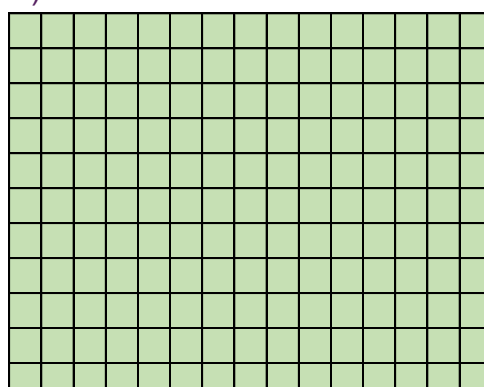
d) $3x^2 + 6x + 4 = 0$



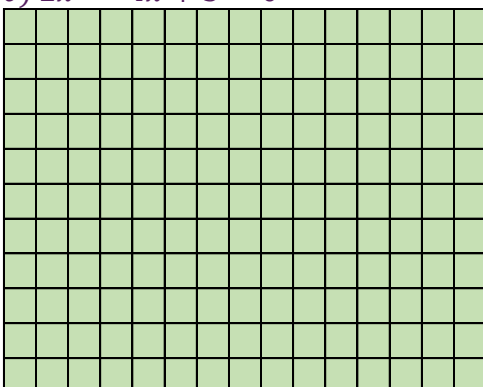
b) $x^2 - 3x + 9 = 0$



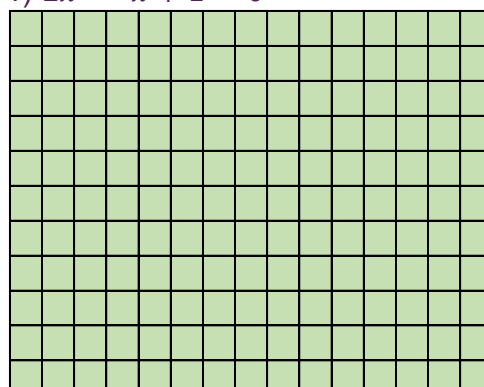
e) $x^2 + 5x + 25 = 0$



c) $2x^2 - 4x + 5 = 0$



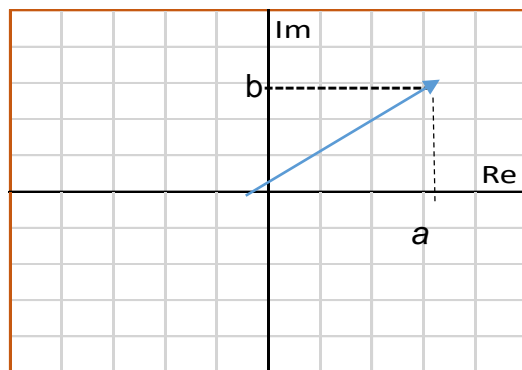
f) $2x^2 - x + 1 = 0$



UNIDAD 2. FORMA TRIGONOMÉTRICA O POLAR DE UN NÚMERO COMPLEJO

Módulo de un número complejo

Sea $z = (a, b) = a + bi$ un número complejo cualquiera. Llamaremos *módulo* del número complejo z al número real dado por $\sqrt{a^2 + b^2}$ y lo denotaremos por $|z|$. El módulo se interpreta como la distancia al origen del número z (Gráfica 2).



Gráfica 2: Módulo y argumento de un número complejo

Ejemplo:

Calcular el módulo del número complejo $z = 4,5$

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$|z| = \sqrt{4^2 + 5^2}$$

$$|z| = \sqrt{16 + 25}$$

$$|z| = \sqrt{41}$$

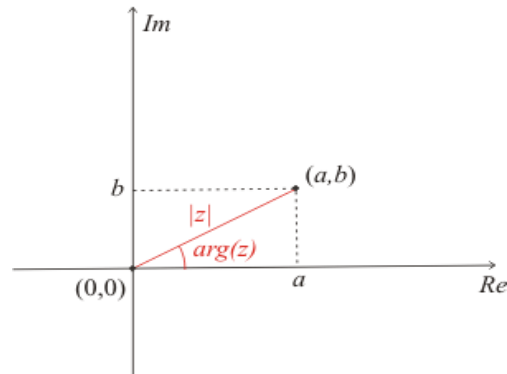
$$|z| = 6.40$$



Argumento de un número complejo

Por otra parte, llamaremos *argumento* del número complejo $z = a + bi$, al ángulo comprendido entre el eje x y el radio vector que determina a $|z|$. El argumento de z

se denota por $\arg(z)$ y se calcula mediante la expresión: $\arg(z) = \arctan\left(\frac{b}{a}\right)$



Gráfica 3: Argumento de un número complejo.

Ejemplo:

Calcular el módulo y argumento del número complejo $z = (4,5)$

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$|z| = \sqrt{4^2 + 5^2}$$

$$|z| = \sqrt{16 + 25}$$

$$|z| = \sqrt{41}$$

$$|z| = 6.40$$

$$\arg(z) = \operatorname{arccotan}\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$\arg(z) = \operatorname{arccotan}\left(\frac{5}{4}\right)$$

$$\theta = \operatorname{arccotan} 1.25$$

$$\theta = 51.34^\circ$$



PRACTICA N°5
MÓDULO Y ARGUMENTO UTILIZANDO WOLFRAM



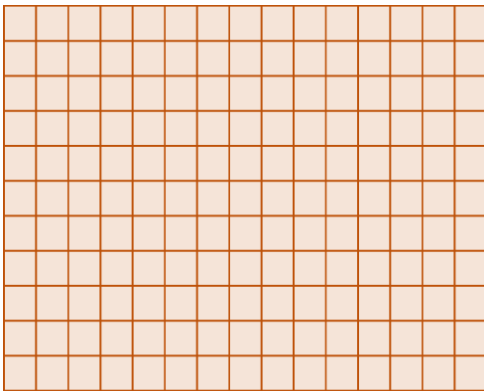
<p>El módulo del complejo - 1+2i</p>	<p>In[11]:= Abs [- 1 + 2 I]</p> <p>In[15]:= $\sqrt{5}$</p>
<p>El módulo y argumento de z = 3+3i</p>	<p>In[17]:= z = 3 + 5 I</p> <p>Out[17]= 3 + 5 i</p> <p>In[18]:= Abs [z]</p> <p>Out[18]= $\sqrt{34}$</p> <p>In[19]:= z</p> <p>Out[19]= 3 + 5 i</p> <p>In[23]:= Arg [z]</p> <p>Out[23]= $\text{ArcTan}\left[\frac{5}{3}\right]$</p>
<p>El módulo y argumento de $2x^2 - x + 1 = 0$ Pasos: Salve Apply rules to variable More Total Magnitude arg</p>	<p>In[65]- Solve [x^2 - 3 x + 9 = 0, x]</p> <p>Out[65]- $\left\{\left\{x \rightarrow \frac{3}{2} (1 - i \sqrt{3})\right\}, \left\{x \rightarrow \frac{3}{2} (1 + i \sqrt{3})\right\}\right\}$</p> <p>In[66]- x /. $\left\{\left\{x \rightarrow \frac{3}{2} (1 - i \sqrt{3})\right\}, \left\{x \rightarrow \frac{3}{2} (1 + i \sqrt{3})\right\}\right\}$</p> <p>Out[66]- $\left\{\frac{3}{2} (1 - i \sqrt{3}), \frac{3}{2} (1 + i \sqrt{3})\right\}$</p> <p>In[68]- Total $\left[\left\{\frac{3}{2} (1 - i \sqrt{3}), \frac{3}{2} (1 + i \sqrt{3})\right\}\right]$</p> <p>Out[68]- $\frac{3}{2} (1 - i \sqrt{3}) + \frac{3}{2} (1 + i \sqrt{3})$</p> <p>In[69]- Abs $\left[\frac{3}{2} (1 - i \sqrt{3}) + \frac{3}{2} (1 + i \sqrt{3})\right]$</p> <p>Out[69]- 3</p> <p>In[77]- $\frac{3}{2} (1 - i \sqrt{3}) + \frac{3}{2} (1 + i \sqrt{3})$</p> <p>Out[77]- $\frac{3}{2} (1 - i \sqrt{3}) + \frac{3}{2} (1 + i \sqrt{3})$</p>

Actividad 5

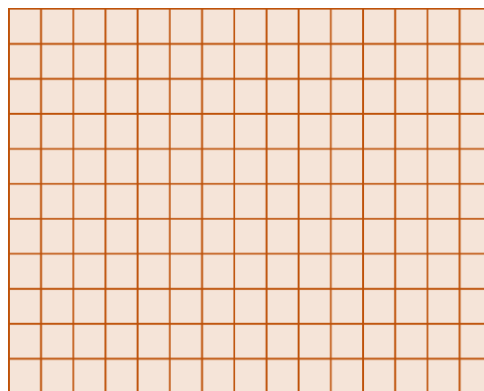
Expresa en tu cuaderno módulo y argumento de los complejos y después hazlo en Wolfram Mathematica.

1.- Dadas las siguientes ecuaciones expresa los complejos en la forma binómica y halla el módulo y argumento. Además obtén el gráfico con de las raíces complejas.

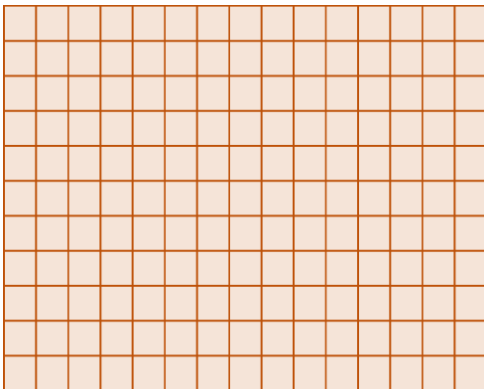
a) $x^2 + 2x + 4 = 0$



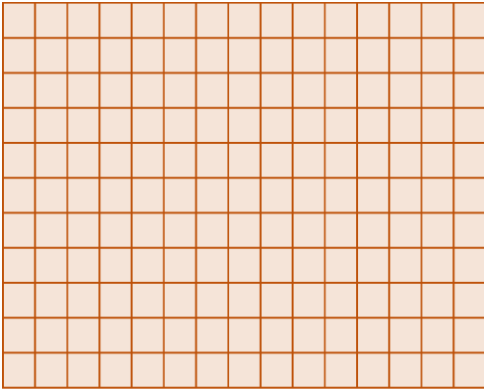
d) $3x^2 + 6x + 4 = 0$



b) $x^2 - 3x + 9 = 0$



f) $x^2 + 5x + 25 = 0$



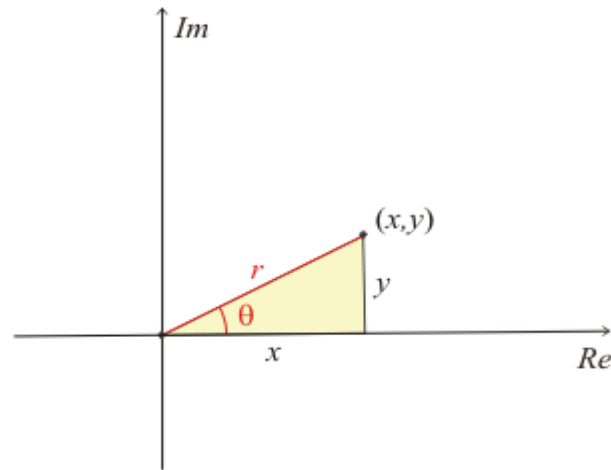
2.- Determina el módulo y argumento de los siguientes números complejos.

a) $z=3+7i$

b) $w= 8-4i$

Representación trigonométrica

La forma trigonométrica de un número complejo se establece observando el triángulo amarillo de la *Figura 3*:



Gráfica 4: Forma trigonométrica de un número complejo.

En este caso se tiene que $r = |z| = |(x, y)|$ y que $\theta = \arg(z) = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$.

Luego:

$$\begin{cases} \sin \theta = \frac{y}{r} \Rightarrow y = r \sin \theta \\ \cos \theta = \frac{x}{r} \Rightarrow x = r \cos \theta \end{cases}$$



Por lo tanto:

Ésta es la llamada *forma trigonométrica o polar* del número complejo, la cual está en términos del módulo y el argumento. Se denota comúnmente por:

$$z = r \operatorname{cis} \theta$$

Ejemplo:

a) Hallar la forma trigonométrica de $z = 1 - i$.

Hallemos $r = \sqrt{(1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$ y $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-1}{1}\right) = -\frac{\pi}{4}$.

Note que θ está en el cuarto cuadrante. Por lo tanto:

$$z = 1 - i = \sqrt{2} \left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \right) = \sqrt{2} \left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - i \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \right) = \sqrt{2} \operatorname{cis}\left(\frac{\pi}{4}\right)$$



b) Hallar la forma trigonométrica de $z = -\sqrt{2} + \sqrt{2}i$

$$\begin{aligned} |z| &= \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2} \\ |z| &= \sqrt{2 + 2} \\ |z| &= 2 \\ \theta &= \operatorname{arctg}^{-1} \frac{\sqrt{2}}{-\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta &= 3\frac{\pi}{4} \\ z &= (\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta) \\ z &= \left(\cos 3\frac{\pi}{4} + i \operatorname{sen} 3\frac{\pi}{4} \right) \end{aligned}$$

c) Multiplicar un número complejo en su forma trigonométrica

Sean $u = r \operatorname{cis} \alpha$ y $v = s \operatorname{cis} \beta$, entonces $uv = (rs) \operatorname{cis}(\alpha + \beta)$. En otros términos:

$$uv = (rs) (\cos(\alpha + \beta) + i \operatorname{sen}(\alpha + \beta))$$

Ejemplo. Sea $u = 2 \operatorname{cis}\left(\frac{\pi}{4}\right)$ y $v = 3 \left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - i \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right) \right) = 3 \operatorname{cis}\left(-\frac{\pi}{4}\right)$.

Entonces $uv = 6 \operatorname{cis}(0) = 6(\cos(0) + i \operatorname{sen}(0)) = 6$

d) Hallar la expresión binómica de $z = 3 \cdot \left(\cos 3\frac{\pi}{4} + i \operatorname{sen} 3\frac{\pi}{4} \right)$

$$\begin{aligned} z &= 3 \cdot \left(\cos 3\frac{\pi}{4} + i \operatorname{sen} 3\frac{\pi}{4} \right) = 3 \cdot \left(-\cos \frac{\pi}{4} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{4} \right) = 3 \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \\ &= -3 \frac{\sqrt{2}}{2} + i 3 \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow z = -3 \frac{\sqrt{2}}{2} + i 3 \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

PRÁCTICA N0 6
FORMA TRIGONOMÉTRICA



Determina la forma trigonométrica de los números complejos en tu cuaderno, luego hazlo en Wolfram Mathematica.

1.- Hallar el módulo, argumento y grafica del número $z = 1 - i$

```

In[85]:= z = 1 - I
Out[85]= 1 - i

In[91]:= Arg[z = 1 - I]
Out[91]= - $\frac{\pi}{4}$ 

Show[Graphics[{Arrow[{0, 0}, {1, -1}],

Text["z", {1, -1}]}], Axes -> True,
AxesLabel -> {"Re", "Im"},
PlotRange -> {{-2, 3}, {-3, 3}},
AspectRatio -> Automatic]
    
```

2.- Hallar la forma trigonométrica de $z = -\sqrt{2} + \sqrt{2}i$

```

In[116]:= tri[- $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$ ]
Out[116]:= tri[- $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$ ]

In[117]:= tri[z_] := (u = Abs[z]; v = Arg[z]; Print[u, "(cos", v, "+isen", v, ")"])
In[118]:= Function[(-1 + i)  $\sqrt{2}$ , u = Abs[z]; v = Arg[z]; Print[u, "(cos", v, "+isen", v, ")"]
    
```

$$2 \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \operatorname{sen} \frac{3\pi}{4} \right)$$

3.- Hallar la expresión binómica de

$$z = 3 \cdot \left(\cos 3 \frac{\pi}{4} + i \operatorname{sen} 3 \frac{\pi}{4} \right)$$

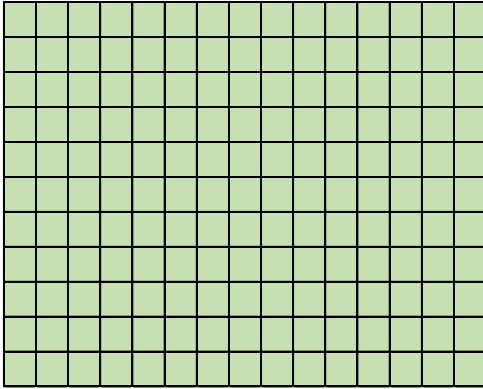
```

In[17]:= 3 * (Cos[ $\frac{3\pi}{4}$ ] + Sin[ $\frac{3\pi}{4}$ ] I)
Out[17]= - $\frac{3-3i}{\sqrt{2}}$ 
    
```

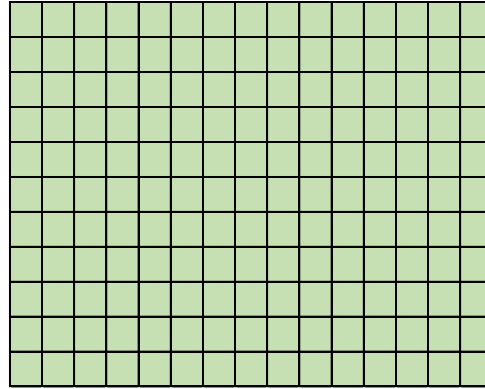
Actividad 6

Expresa en tu cuaderno módulo y argumento de los complejos y después hazlo en Wolfram Mathematica

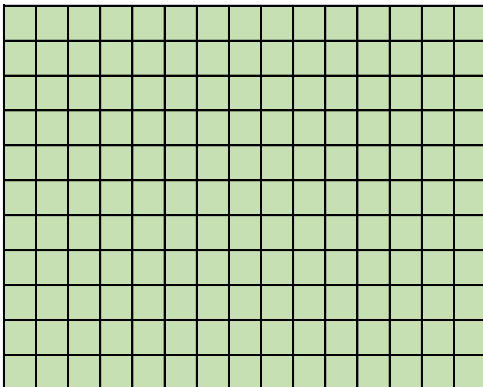
a) $Z = -5 + 9i$



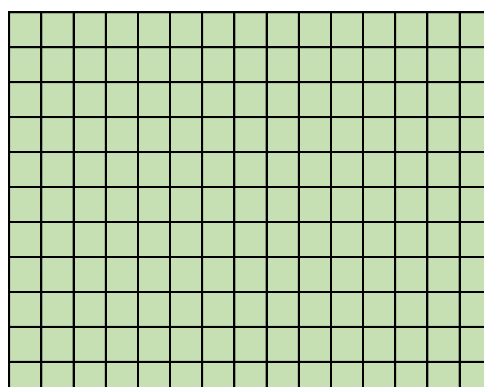
d) $Z = 3 - 2i$



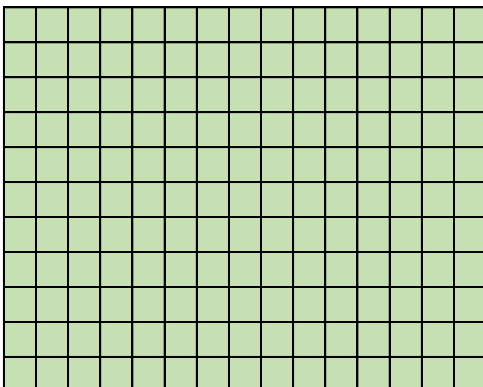
b) $z = 1 - 0i$



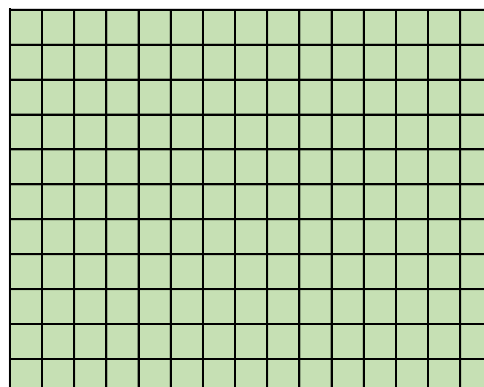
e) $Z = 7 - 2i$



c) $Z = 0 - 2i$



f) $Z = -2 - 3i$



UNIDAD 3. POTENCIAS Y RAÍCES DE NÚMEROS COMPLEJOS

POTENCIACIÓN DE NÚMEROS COMPLEJOS

Fórmula de Moivre y Euler

En esta sección, $z^n = r^n \operatorname{cis}(n\theta)$, y tomando $r=1$, se tiene:

$$(\cos\theta + i\sin\theta)^n = r^n (\cos(n\theta) + i\sin(n\theta))$$

Esta expresión es la llamada *fórmula de Moivre*.

La fórmula de Euler es otra representación de números complejos

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta.$$

Sea $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ un número complejo donde r es su módulo y θ su argumento.

Entonces mediante el empleo de la fórmula de Euler se obtiene:

$$z = r(\cos\theta + i\sin\theta) = r e^{i\theta}$$

Esta forma es muy cómoda pues podemos efectuar la multiplicación, división y potenciación empleando las leyes del álgebra.

Ejemplos:

1.- Sean $u = r e^{i\alpha}$ y $v = s e^{i\beta}$. Entonces:

$$uv = r e^{i\alpha} s e^{i\beta} = (rs) e^{i(\alpha+\beta)} \quad \frac{u}{v} = \frac{r e^{i\alpha}}{s e^{i\beta}} = \left(\frac{r}{s}\right) e^{i(\alpha-\beta)}$$



2.- Sea $u = 6 e^{i\frac{\pi}{4}}$ y $v = 3 e^{i\frac{\pi}{4}}$. Entonces

$$uv = 18 e^{i\frac{\pi}{2}} = 6i \quad \frac{u}{v} = 2 e^{i(0)} = 2$$

3.- Sea $z_1=1+i$ y $z_2=-6$, calcular:

a) $z_1^* \cdot z_2$

b) $\frac{z_1^{10}}{z_2}$

Se calculan primero las expresiones trigonométricas de cada complejo:

$$z_1 = 1+i \Rightarrow \begin{cases} |z_1| = \rho_1 = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \\ \theta_1 = \text{arc tg } 1 = \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad z_2 = -6 \Rightarrow \begin{cases} |z_2| = \rho_2 = \sqrt{(-6)^2} = 6 \\ \theta_2 = \pi \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } z_1 \cdot z_2 &= \left[\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \cdot \text{sen} \frac{\pi}{4} \right) \right] \cdot [6 \cdot (\cos \pi + i \cdot \text{sen} \pi)] = \\ &= 6 \cdot \sqrt{2} \left[\cos \left(\frac{\pi}{4} + \pi \right) + i \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi}{4} + \pi \right) \right] = 6 \cdot \sqrt{2} \left[\cos 5 \cdot \frac{\pi}{4} + i \cdot \text{sen} 5 \cdot \frac{\pi}{4} \right] = \\ &= 6 \cdot \sqrt{2} \left[-\cos \frac{\pi}{4} - i \cdot \text{sen} \frac{\pi}{4} \right] = 6 \cdot \sqrt{2} \left[-\frac{\sqrt{2}}{2} - i \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right] = -\frac{6 \cdot (\sqrt{2})^2}{2} - i \cdot \frac{6 \cdot (\sqrt{2})^2}{2} = -6 - 6i \end{aligned}$$

$$z_1^* \cdot z_2 = -6-6i$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{z_1^{10}}{z_2} &= \frac{\left[\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \cdot \text{sen} \frac{\pi}{4} \right) \right]^{10}}{6 \cdot (\cos \pi + i \cdot \text{sen} \pi)} = \frac{\sqrt{2}^{10} \left(\cos 10 \cdot \frac{\pi}{4} + i \cdot \text{sen} 10 \cdot \frac{\pi}{4} \right)}{6 \cdot (\cos \pi + i \cdot \text{sen} \pi)} = \\ &= \frac{2^5 \left(\cos 5 \cdot \frac{\pi}{2} + i \cdot \text{sen} 5 \cdot \frac{\pi}{2} \right)}{6 \cdot (\cos \pi + i \cdot \text{sen} \pi)} = \frac{32}{6} \left[\cos \left(5 \cdot \frac{\pi}{2} - \pi \right) + i \cdot \text{sen} \left(5 \cdot \frac{\pi}{2} - \pi \right) \right] = \\ &= \frac{16}{3} \left(\cos 3 \cdot \frac{\pi}{2} + i \cdot \text{sen} 3 \cdot \frac{\pi}{2} \right) = \frac{16}{3} (0 - i) = -\frac{16}{3} i \end{aligned}$$

$$\frac{z_1^{10}}{z_2} = -\frac{16}{3} i$$

PRÁCTICA 7
POTENCIAS DE NÚMEROS COMPLEJOS



```
In[2]:=tri[z_]:= (u=Abs[z];v=Arg[z];Print[u,"(cos",v,"+isen",v,")"])
```

```
In[3]:=z1=1+I;z2=-6;
```

```
In[4]:=tri[z1*z2]
```

```
Out[4]=6√2(cos-3/4+isen-3/4)
```

Observar que el argumento aparece como un ángulo negativo.

```
In[1]:= 6√2 (Cos[3 Pi/4] + Sin[3 Pi/4] I)
```

```
Out[1]= -6 + 6 i
```

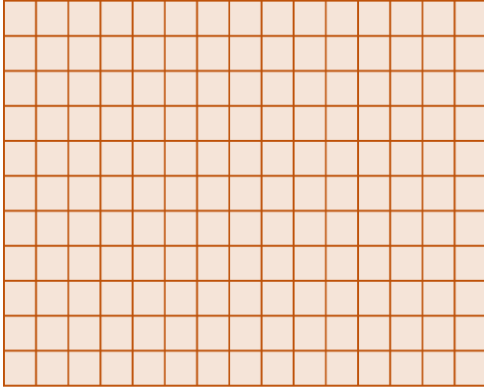
```
In[2]:=  -6 + 6 i
```

```
Out[2]=  $6\sqrt{2} e^{\frac{1}{4}i(3\pi)}$ 
```

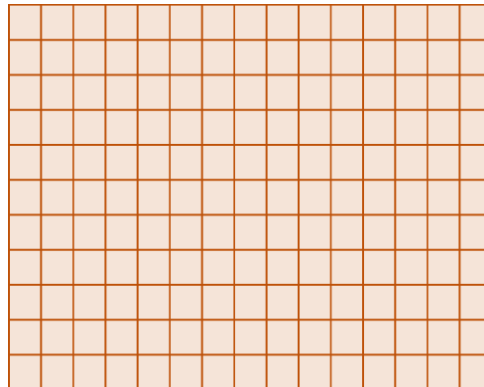
Actividad 7

Aplicando Wolfram Mathematica encuentra las potencias de:

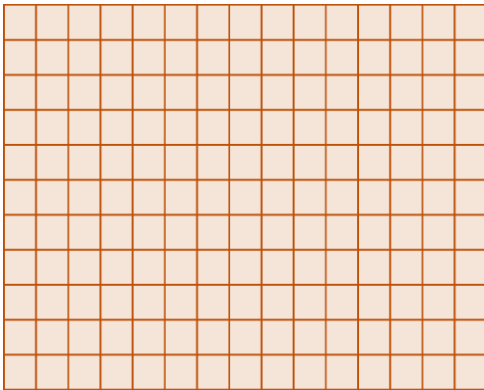
a) $z = 3 - 2i, z^6$



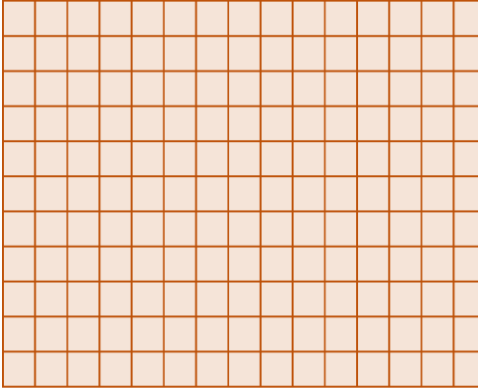
d) $z = \sqrt{2} - 1i, z^{10}$



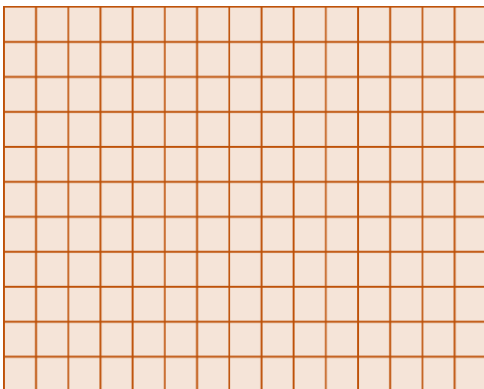
b) $z = 0 - 2i, z^5$



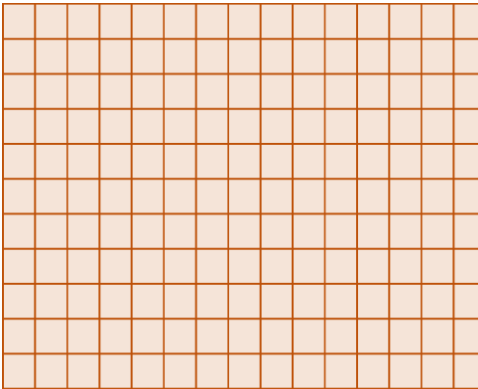
e) $z = 5 + 2i, z^6$



c) $z = \frac{11}{5} - 1i, z^7$



f) $z = +5 + 9i, z^{13}$



Radicación en números complejos

Definamos la radicación como la operación inversa de la potenciación, esto es:

$$z = \sqrt[n]{w} \Leftrightarrow z^n = w$$

Supóngase que $w = re^{i\theta}$ es un número complejo de módulo r y argumento θ y que $z = se^{i\phi}$ un número complejo de módulo s y argumento ϕ . Entonces $z^n = w$ equivale

a:
$$z^n = s^n e^{in\phi} = re^{i\theta} = r e^{i(\theta+2k\pi)} = w$$



Ejemplo:

1.- Hallar todas las raíces de la ecuación $x^3+27=0$

$x^3 + 27 = 0 \Rightarrow x = \sqrt[3]{(-27)}$ de esta forma -27 no es considerado como un número real sino como un complejo. Luego $z = -27 \Rightarrow |z| = 27$ y $\theta = \pi$, reemplazando en la fórmula de radicación:

$$\sqrt[3]{(-27)} = \sqrt[3]{27} \cdot \left(\cos \frac{\pi + 2 \cdot k \cdot \pi}{3} + i \cdot \text{sen} \frac{\pi + 2 \cdot k \cdot \pi}{3} \right) \text{ con } k = 0; 1; 2.$$

A cada una de las soluciones de la raíz se la designa con w_k .

$$k = 0 \Rightarrow w_0 = 3 \cdot \left(\cos \frac{\pi + 2 \cdot 0 \cdot \pi}{3} + i \cdot \text{sen} \frac{\pi + 2 \cdot 0 \cdot \pi}{3} \right) = 3 \cdot \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \cdot \text{sen} \frac{\pi}{3} \right) = 3 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot i \right)$$

$$k = 2 \Rightarrow \sqrt[3]{27} \cdot \left(\cos \frac{\pi + 2 \cdot 2 \cdot \pi}{3} + i \cdot \text{sen} \frac{\pi + 2 \cdot 2 \cdot \pi}{3} \right)$$

$$\Rightarrow w_2 = \frac{3}{2} - \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot i \quad \left(\cos \frac{\pi + 2 \cdot 2 \cdot \pi}{3} + i \cdot \text{sen} \frac{\pi + 2 \cdot 2 \cdot \pi}{3} \right) = 3 \cdot \left(\cos \frac{5 \cdot \pi}{3} + i \cdot \text{sen} \frac{5 \cdot \pi}{3} \right) = 3 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot i \right) =$$

$$\Rightarrow w_1 = -3$$

PRÁCTICA 8 RAÍCES DE NÚMEROS COMPLEJOS



Determina las raíces de los números complejos analíticamente y luego utiliza el software matemático.

1.- Hallar todas las raíces de la ecuación $x^3+27=0$

```
In[2] :=
  raiz[n_, z_] :=
  (For[k=0<n, k=k+1,
    Print["z", k+1, "=", Abs[z]^(1/n), " (cos",
      (Arg[z]+2*k*Pi)/n, "+isen"; (Arg[z]+2*k*Pi)/n,
      ") " ]])
```

```
In[3] := raiz[3, -27]
```

```
Out[3] =
```

```
In[7] := Graf[3, -27] = (u = N[Solve[z^3 == -27]];
  ListPlot[Table[{Re[z]/.u[[k]], Im[z]/.u[[k]]},
    {k, 1, 3}], PlotStyle -> PointSize[0.02],
  AspectRatio -> Automatic,
  AxesLabel -> {"Re", "Im"}]; Print[u])
```

Se obtiene el gráfico y la siguiente lista:

```
{{N(z -> -3)}, {N(z -> 1.5 - 2.59808i)}, {N(z -> 1.5 + 2.59808i)}}
```

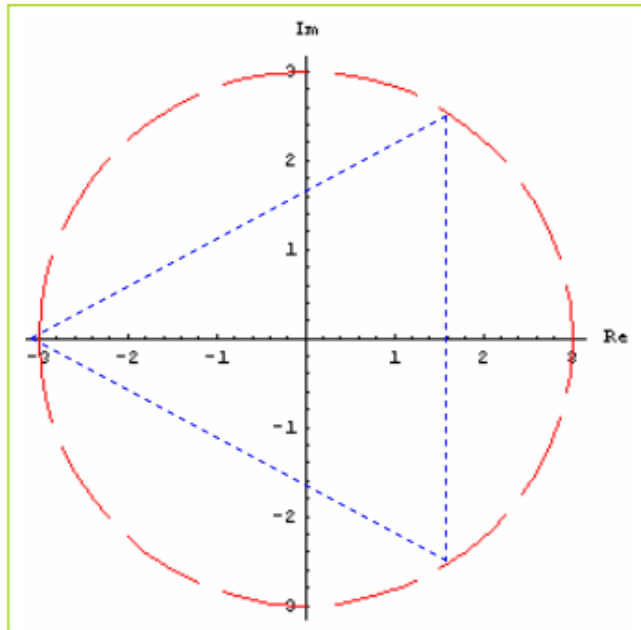
Para graficar la circunferencia que inscribe a las soluciones de la raíz, es necesario abrir el paquete `Graphics`ImplicitPlot``

```
In[8] := <<Graphics`ImplicitPlot`
```

```
In[9] := ImplicitPlot[x^2 + y^2 == 9,
  {x, -3, 3}, AxesLabel -> {"Re", "Im"}, PlotStyle
  -> {Dashing[{0.15, 0.05}], RGBColor[1, 0, 0]}]
```

Para que las soluciones de la raíz y la circunferencia que las contiene, queden representadas en un solo gráfico, se escribe.

```
In[10] := Show[%6, %9]
```

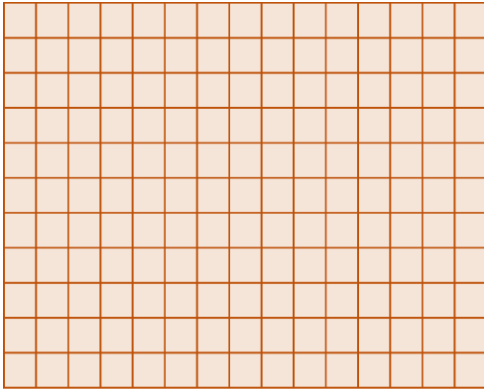


En este caso queda determinado un triángulo equilátero inscrito en un circunferencia de centro en el origen de coordenadas y radio $\sqrt[3]{\rho} = \sqrt[3]{27} = 3$.

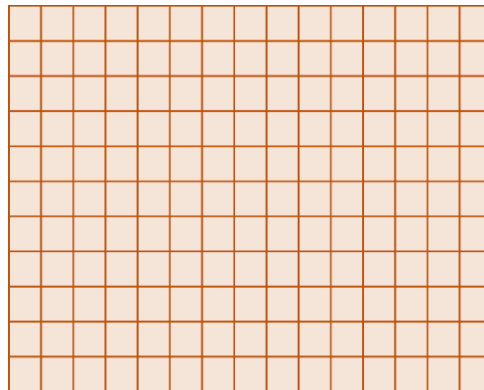
Actividad 8

Determinar analíticamente las raíces de los siguientes números complejos y luego aplica Wolfram Mathematica.

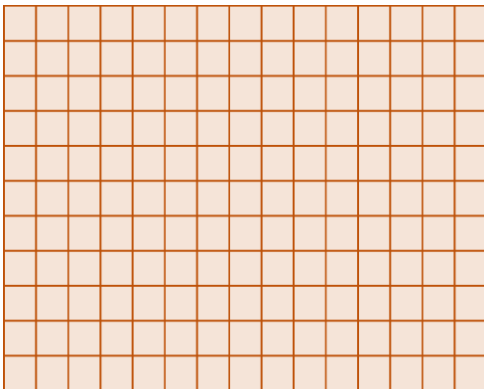
a) $z = 2(\sqrt{5} + i), z^{\frac{1}{5}}$



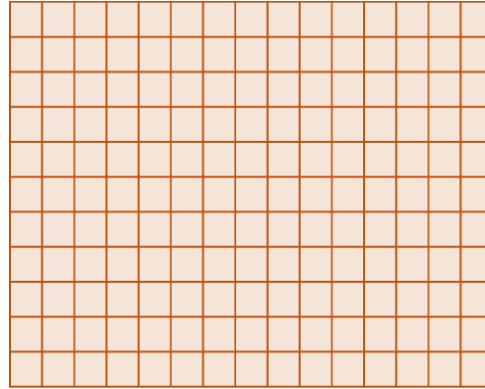
d) $z = 2(\sqrt{5} + i), z^{\frac{1}{5}}$



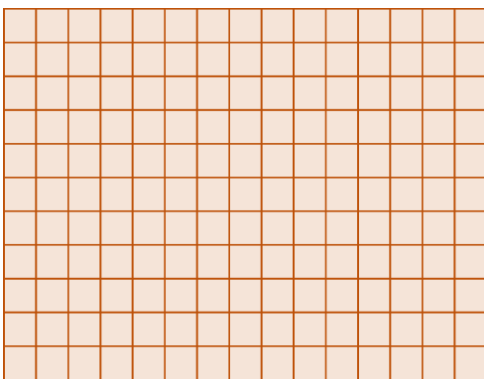
b) $p(x): x^2 + 2 = 0, z^{\frac{1}{4}}$



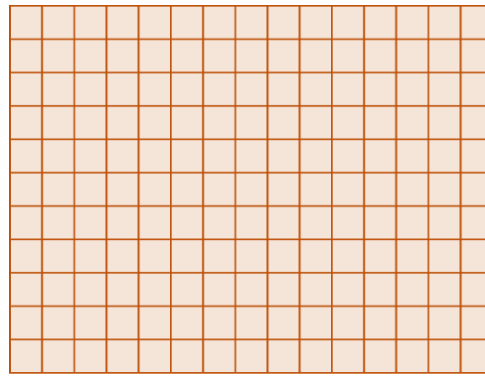
e) $z = 5 + 2i, z^{\frac{1}{3}}$



c) $z = -3(\sqrt{3} + 2i), z^{\frac{1}{6}}$



f) $z = +5 + 9i, z^{\frac{1}{5}}$



COMANDOS DEL SOFTWARE

Introducir un complejo	$z=a+bi$
Parte real	$\text{Re}[z]$
Parte imaginaria	$\text{Im}[z]$
Conjugado	$\text{Conjugate}[z]$
Introducir dos o más complejos(separarlos con ;)	$z1=a+bi;z2=c+di$
Sumar o restar	$z1+z2$ o bien $z1-z2$
Producto por un escalar "m"	$m*z1$
Producto de complejos	$z1*z2$
Cociente de complejos	$z1/z2$
Potenciación (potencia "n" entera)	z^n
Modulo de z, $ z $	$\text{Abs}[z]$
Argumento principal θ	$\text{Arg}[z]$
Para escribir π	Pi
Introduciendo \longrightarrow	$ z *(\text{Cos}[\theta]+\text{Sin}[\theta]I)$
Devuelve la forma \longrightarrow	binómica
Para expresar la forma trigonométrica introducir primero la sentencia \longrightarrow	$\text{tri}[z_]:= (\text{u}=\text{Abs}[z];\text{v}=\text{Arg}[z];\text{Print}[\text{u},\text{"(cos",v,"+isen",v,"")"])$
Para obtener las soluciones como una lista	$\text{u}=\text{Solve}[z^n==a+bi]$
Para calcular los valores aprox. de la lista	$\text{N}[\%]$
Para graficar las soluciones de la raíz de un complejo z con índice "n" y soluciones W.	$\text{Graf}[n_ , W_]= (\text{u}=\text{N}[\text{Solve}[z^n==\bar{w}]];\text{ListPlot}[\text{Table}[\{\text{Re}[z]/.\text{u}[\text{[k]}],\text{Im}[z]/.\text{u}[\text{[k]}\}],\{\text{k},1,3\}],\text{PlotStyle}\rightarrow\{\text{PointSize}[0.02],\text{AspectRatio}\rightarrow\text{Automatic}\})$
Para calcular el Lnz	$\text{Ln}[z_]:= \text{Log}[\text{Abs}[z]]+\text{Arg}[z]I$
Para calcular z^w	$\text{Exp}[w*(\text{Log}[\text{Abs}[z]]+\text{Arg}[z]I)]$
Para escribir $e^{m.I}$	$\text{Exp}[mI]/\text{Traditional Form}$

CONCLUSIONES

Al finalizar el trabajo de investigación se concluye que:

Mediante el test de estilos de aprendizaje se conoce de que forma el estudiante aprende lo cual ayuda al docente a elaborar estrategias de acuerdo a la forma de aprender de sus educandos.

La guía didáctica fue una herramienta que junto al software matemático Wolfram Mathematica en la radicación y potenciación de números complejos incentivo a los estudiantes en el trabajo autónomo, reforzando su nivel académico.

La aplicación de estrategias didácticas aplicando las TICS, motiva al estudiante convirtiéndolos en creativos, exploradores e investigativos; logrando una adquisición de conocimiento duradero.

La encuesta realizada para conocer la motivación estudiantil después de aplicar el test dio como resultado que los 12 del grupo experimental se presentan como estudiantes motivados, capaz de esforzarse tanto en aquello que es de su interés y agrado, como en aquello que carece de interés para ellos.

RECOMENDACIONES

Para comprobar que el aprendizaje es igual en los grupos de estudio es necesario hacer un estudio de las medias o realizar una o encuesta para verificar la igualdad de los grupos.

Se debe realizar el test de estilos de aprendizaje al inicio del ciclo escolar, para que el docente conozca la forma en que aprende el estudiante.

Implementar estrategias didácticas constructivista como resultado del tipo de aprendizaje de los estudiantes, desarrollando clases donde el estudiante sea el protagonista del conocimiento.

Elaborar guías o actividades que refuercen el conocimiento y que motiven al trabajo autónomo del estudiante.

BIBLIOGRAFÍA

- Ausubel. (1983). *Psicología Educativa*. Mexico: Trillas.
- Avanzini, L. (1998). *Estrategias y sus componentes*.
- Bisquerra, R. (1998). *Metodos de Investigacion Educativa*. Mexico: Prado.
- Carr Reigeluth y Chelleman. (2009). *Instructional theory for education in the information age*. New York: Lawrence Erlbaum Associates.
- Constitución del Ecuador. (2008). Ley de Educación. En A. N. Constituyente, *Ley Organica de Educación Intercultural* (pág. 48). Montecristi.
- Diaz y Hernandez. (2002). *Motivacion en la escolaridad*. Lima: Minuterros.
- Ibáñez, M. (1999). *El aprendizaje abierto y a distancia*. Loja: Ed. UTPL.
- Kolb, D. (1981). *Test de Estilos de aprendizaje*.
- Ley Orgánica de Educación Intercultural. (2008). *Articulo 2, literal w*. Quito.
- Méndez, C. (2000). *El proceso de investigación*. Mexico: Sinaloa.
- Merrill, D. (2007). *Principios del Trabajo Autónomo*. Laureles.
- Moreno, J. (2008). *Accesibilidad al Entorno Virtual*. Ro de janeiro: Choquires.
- Mujica. (2000). *Tecnologias de Informacion y Comunicacion*.
- OLabuenanga, R. (1996). *metodologia de la investigacion cualitativa*. Bilbao: Univarsidad Deusto.
- Pérez, J. (2009). *Estadística Básica*. Mexico: Merino.
- Riobóo, L. D. (2009). *Estadística para docentes de Educación Secundaria*. Estelí-Nicaragua: Uni Norte.
- Rivero, M. (2005). *Estretegias de Enseñanza*.

ANEXOS

ANEXO 1: Interfaz de entrada de Wolfram Mathematica 10



ANEXO 2: Estilos de aprendizaje, El Modelo de Kolb,



Anexo 3: Planificación del bloque curricular 1

INSTITUCIÓN: Unidad Educativa Mixta Particular “Nuestra Señora del Rosario”				
AÑO DE BACHILLERATO: Tercero		AREA: Matemática		ASISGNATURA: Matemática Superior
FECHA DE INICIO: 14 de Noviembre del 2016			FECHA DE FINALIZACION: 23 Diciembre del 2016	
OBJETIVO DEL AREA: Valorar el empleo de las TIC para realizar cálculos y resolver, de manera razonada y crítica, problemas de la realidad nacional, argumentando la pertinencia de los métodos utilizados y juzgando la validez de los resultados.				
OBJETIVO DEL CURSO: Comprender el sistema de números complejos, sus representaciones, operaciones, su aplicación en la resolución de ecuaciones algebraicas y en la geometría.				
TITULO DE LA UNIDAD: Números Complejos				
EJE TEMATICO	DESTREZAS CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	METODOLOGIA	RECURSOS	INDICADORES DE EVALUACION
Números complejos y el álgebra Números complejos y la geometría Fórmula de Euler Fórmula de De Moivre	Analizar la construcción histórica de los números complejos y los aportes a la matemática. Definir un número complejo como la combinación de dos componentes llamadas: parte real y parte imaginaria. Comprender y aplicar propiedades algebraicas de las operaciones de adición y producto en cálculos con números complejos, en la resolución de ejercicios numéricos y problemas de aplicación Obtener el conjugado de un número complejo, calcular el módulo de un número complejo y calcular la distancia entre	Anticipacion: Con este criterio se busca que los estudiantes indague la construcción histórica de los números complejos resaltando su importancia y aportes a la matemática y demás áreas del conocimiento. Construcción del Conocimiento: Para ello, es necesario identificar la estructura de un número complejo, elementos que lo conforman (una parte real y una parte imaginaria), sus propiedades al realizar operaciones de adición y multiplicación, la conjugada y la fórmula de fórmula de De Moivre	Talento humano Guía didáctica Software matemático Computadores	Define un número complejo y opera aplicando las propiedades de la adición y multiplicación con el conjunto de los números complejos. Analiza y representa la estructura de un número complejo de forma binómica, geométrica y polar en la resolución de ejercicios varios. Transforma números complejos de la forma polar a la forma exponencial aplicando la fórmula de Euler.

	<p>números complejos para resolver problemas, y ejercicios numéricos y algebraicos. Representar y resolver operaciones con un número complejo en forma Binómica, Geométrica y Polar. Calcular la potencia de un número complejo con exponentes enteros aplicando la fórmula de Moivre y las raíces n-ésimas de un número complejo. Transformar números complejos de la forma polar a la forma exponencial aplicando la fórmula de Euler.</p>	<p>Consolidación del Conocimiento: El estudiante aplicará los procesos en la resolución de casos, aplicados en las TICS, cuyos resultados los puede comprobar de forma manual por el conocimiento de las definiciones de números complejos.</p>		
--	---	---	--	--

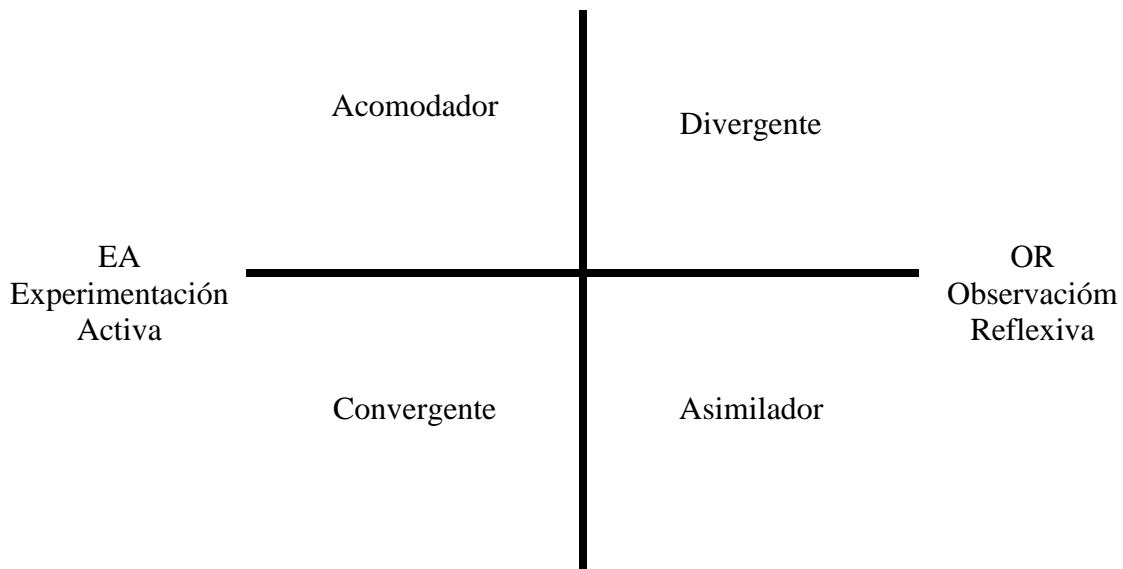
ANEXO 4: Test de Estilos de Aprendizaje

Deberás asignar un puntuación de 0 a 3, en los casilleros a cada una de las situaciones de una fila determinada, respondiendo a la pregunta del encabezamiento. Coloca 3 puntos a la situación que te reporte más beneficios cuando aprendes, y asigna los puntajes “2”, “1” y “0” a las restantes situaciones expuestas en la fila, en función de la efectividad que tienen éstas en tu forma de aprender. No se puede repetir un puntaje dentro de una fila.

Cuando Aprendo:	Prefiero valirme de mis sensaciones y sentimientos <input type="text"/>	Prefiero mirar y atender <input type="text"/>	Prefiero pensar en las ideas <input type="text"/>	Prefiero hacer cosas <input type="text"/>
Aprendo mejor cuando:	Confío en mis corazonadas y sentimientos <input type="text"/>	Atiendo y observo cuidadosamente <input type="text"/>	Confío en mis pensamientos lógicos <input type="text"/>	Trabajo duramente para que las cosas queden realizadas <input type="text"/>
Cuando estoy aprendiendo:	Tengo sentimientos y reacciones fuertes <input type="text"/>	Soy reservado y tranquilo <input type="text"/>	Busco razonar sobre las cosas que están sucediendo <input type="text"/>	Me siento responsable de las cosas <input type="text"/>
Aprendo a través de:	Sentimientos <input type="text"/>	Observaciones <input type="text"/>	Razonamientos <input type="text"/>	Acciones <input type="text"/>
Cuando aprendo:	Estoy abierto a nuevas experiencias <input type="text"/>	Tomo en cuenta todos los aspectos relacionados <input type="text"/>	Prefiero analizar las cosas dividiéndolas en sus partes componentes <input type="text"/>	Prefiero hacer las cosas directamente <input type="text"/>
Cuando estoy aprendiendo:	Soy una persona intuitiva <input type="text"/>	Soy una persona observadora <input type="text"/>	Soy una persona lógica <input type="text"/>	Soy una persona activa <input type="text"/>
Aprendo mejor a través de:	Las relaciones con mis compañeros <input type="text"/>	La observación <input type="text"/>	Teorías racionales <input type="text"/>	La práctica de los temas tratados <input type="text"/>
Cuando aprendo:	Me siento involucrado en los temas tratados <input type="text"/>	Me tomo mi tiempo antes de actuar <input type="text"/>	Prefiero las teorías y las ideas <input type="text"/>	Prefiero ver los resultados a través de mi propio trabajo <input type="text"/>
Aprendo mejor cuando:	Me baso en mis intuiciones y sentimientos <input type="text"/>	Me baso en observaciones personales <input type="text"/>	Tomó en cuenta mis propias ideas sobre el tema <input type="text"/>	Pruebo personalmente la tarea <input type="text"/>

Cuando estoy aprendiendo:	Soy una persona abierta <input type="checkbox"/>	Soy una persona reservada <input type="checkbox"/>	Soy una persona racional <input type="checkbox"/>	Soy una persona responsable <input type="checkbox"/>
---------------------------	---	---	--	---

EC
Experiencia Concreta



CA
Conceptualización Abstracta

Mientras más cerca del centro está su punto de intersección, más balanceado es su estilo de aprendizaje. Mientras más cerca está de una de las cuatro esquinas, más definido está usted en su estilo particular de aprendizaje.

ANEXO 5: Evaluación sumativa

EVALUACIÓN

DOCENTE: Lcda. Johanna Briones

ÁREA:

PARALELO:

ASIGNATURA: Matemática

FECHA:

ESTUDIANTE: _____

POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN DE NUMEROS COMPLEJOS

1.- Representa en forma binómica la siguiente expresión $\frac{3+i}{2-i} + \frac{1}{1+i}$ **Respuesta**

$$\frac{3}{2} + \frac{i}{2}$$

2.- Siendo $z_1 = 2-3i$; $z_2 = -4i$; $z_3 = -2$; $z_4 = -1+i$, calcular: $\overline{z_1} \cdot \overline{z_4} \cdot z_2$ **Respuesta**

$$-20-4i$$

3.- Dados los complejos $z_1 = 2-2i$; $z_2 = -3i$; $z_3 = -2$; $z_4 = -\sqrt{3}-i$, hallar la forma trigonométrica.

Respuesta

$$z_1 = \sqrt{8} \cdot \left(\cos \frac{7}{4}\pi + i \operatorname{sen} \frac{7}{4}\pi \right) ; z_2 = 3 \cdot \left(\cos \frac{3}{2}\pi + i \operatorname{sen} \frac{3}{2}\pi \right)$$

$$z_3 = 2(\cos \pi + i \operatorname{sen} \pi) ; z_4 = 2 \cdot \left(\cos \frac{7}{6}\pi + i \operatorname{sen} \frac{7}{6}\pi \right)$$

4- Calcular las raíces de $\sqrt[5]{-1+i}$

Respuesta

$$\sqrt[5]{2} \left(\cos \frac{3\pi}{20} + i \operatorname{sen} \frac{3\pi}{20} \right) ; \sqrt[5]{2} \left(\cos \frac{11\pi}{20} + i \operatorname{sen} \frac{11\pi}{20} \right) ; \sqrt[5]{2} \left(\cos \frac{19\pi}{20} + i \operatorname{sen} \frac{19\pi}{20} \right)$$

$$\sqrt[5]{2} \left(\cos \frac{27\pi}{20} + i \operatorname{sen} \frac{27\pi}{20} \right) ; \sqrt[5]{2} \left(\cos \frac{7\pi}{4} + i \operatorname{sen} \frac{7\pi}{4} \right)$$

ANEXO 6: Encuesta para medir la percepción después aplicar la propuesta

En la siguiente página se presenta un cuestionario para valorar la percepción una vez aplicada la Guía Didáctica. El estudiante debe señalar la respuesta verdadera con SI y la falsa con NO, según él piense que se comporta.

Valoración e interpretación:

Se concede UNO a cada respuesta que el estudiante con SI y CERO a cada respuesta que el estudiante responda con NO.

De cero a tres puntos: el estudiante no está motivado para trabajar escolarmente. Es importante averiguar la causa de esta falta de motivación, dar las orientaciones pertinentes a los padres y provocar una situación de éxito escolar.

De cuatro a seis puntos: nos encontramos ante estudiantes que no pueden calificarse de apáticos en el colegio, pero que tampoco alcanzan un buen nivel de motivación para emprender todas las tareas escolares en relación con todas las asignaturas. En estos casos, es importante alentar al alumno para que sea capaz de conseguir su éxito escolar no sólo para aquellas asignaturas que le gustan o con aquellos profesores que mejor le caen, sino también en las restantes.

De siete a diez puntos: el estudiante que puntúa alto se presenta como un estudiante motivado: es capaz de esforzarse tanto en aquello que es de su interés y agrado, como en aquello que carece de interés para él.

PREGUNTAS	RESPUESTAS (SI, NO)
1.- Me gustó el test sobre tipos de inteligencias	
2.- Pongo mucho interés en lo que hacemos en clase.	
3.- Me gustan las actividades donde se apliquen Tics	
4.- Pongo gran atención a lo que dice el profesor.	
5.- Los temas que se aplican en software matemáticos me parecen novedosos.	
6.- Habitualmente tomo parte en las discusiones o actividades que se realizan en clase.	
7.- En ocasiones, soy yo el que expongo a mis compañeros/as el trabajo realizado en casa	
8.- La guía didáctica despertó el interés de aplicar contenidos matemáticos utilizando las Tics	
9.- Me gusta realizar trabajos de números complejos extra, por mi propia iniciativa.	
10.- En clase me siento a gusto y bien.	

ANEXO 7: Calificaciones del grupo Experimental y Control

ESTUDIANTES	PREGUNTA 1	PREGUNTA 2	PREGUNTA 3	PREGUNTA 4	PREGUNTA 5	SUMA
Estudiante 1	2	1	2	1	1,5	7,5
Estudiante 2	1,5	2	2	2	1	8,5
Estudiante 3	1,5	2	2	2	1	8,5
Estudiante 4	1	2	2	1	2	8
Estudiante 5	2	2	1	2	1	8
Estudiante 6	2	2	2	2	2	10
Estudiante 7	2	1	2	2	2	9
Estudiante 8	2	2	1,5	2	1,5	9
Estudiante 9	2	1	2	2	2	9
Estudiante 10	1	2	2	2	1,5	8,5
Estudiante 11	2	2	2	1	2	9
Estudiante 12	1	2	2	2	1,5	8,5

ESTUDIANTES	PREGUNTA 1	PREGUNTA 2	PREGUNTA 3	PREGUNTA 4	PREGUNTA 5	SUMA
Estudiante 1	1,5	1	2	2	1,5	8
Estudiante 2	1	2	1,5	2	1	7,5
Estudiante 3	1	1	1	1	2	6
Estudiante 4	0,5	2	1	1	1	5,5
Estudiante 5	1	1	1,5	2	1	6,5
Estudiante 6	2	1	1,5	2	1	7,5
Estudiante 7	1	1	1,5	1	0,5	5
Estudiante 8	1	2	1	2	1	7
Estudiante 9	2	2	1,5	1	2	8,5
Estudiante 10	1	2	1	1	1,5	6,5
Estudiante 11	1,5	2	1	1	0,5	6
Estudiante 12	1	1	2	2	1	7