



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL  
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Año: 2018-2019	Período: Primer Término
Materia: Cálculo de Varias Variables	Profesores: Geovanny Argüello, Ernesto Contreras, Nelson Córdova, Rosa Díaz, Luis González, Alex Moreno, Heydi Roa, Soraya Solís, Xavier Toledo, José Vera.
Evaluación: Primera	Fecha: 25 de junio de 2018

**COMPROMISO DE HONOR**

Yo, .....al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que no puedo usar calculadora ni equipos electrónicos, que sólo puedo usar un lápiz o esferográfico; que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

*Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.*

"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma:..... NÚMERO DE MATRÍCULA:..... PARALELO:.....

RÚBRICA DEL EXAMEN

1. (10 p.) Sea la superficie  $S_1 : z = x^2 - 2xy - y^2 + 6x - 6y$ .
  - a) Hallar los puntos de  $S_1$  donde el plano tangente es paralelo al plano  $XY$ .
    - Plantea un normal de  $S_1$ ..... 1 p.
    - Plantea ecuación de paralelismo con  $(0, 0, 1)$ .....1 p.
    - Resuelve sistema y obtiene el punto.....1 p.
  - b) Determine de ser posible, los puntos donde el plano tangente de  $S_1$  coincide con el de  $S_2 : z = x^2 - 3xy + 4x + 8$ .
    - Plantea ecuación de igualdad de las derivadas parciales.....2 p.
    - Resuelve sistema y obtiene el punto.....2 p.
  - c) Escriba la ecuación general de los planos en los puntos obtenidos en a) y b).
    - Escribe ecuación del plano ítem a).....1 p.
    - Escribe ecuación del plano ítem b).....2 p.

---

2. (10 p.) Considere la función  $f(x, y) = \begin{cases} x^2 + 2y & ; x + y \geq 0 \\ \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} & ; x + y < 0 \end{cases}$ .

a) Determine los puntos de la forma  $(a, -a)$  donde  $f$  es continua;  $a \in \mathbb{R}$ .

- Aplica sucesiones o rutas para establecer límite en la frontera.....1 p.
- Determina los puntos donde  $f$  es continua (1 p. c/u).....2 p.

b) Calcule  $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$  y  $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$ .

- Plantea definición de límite de  $f_x$  en  $(0, 0)$ .....1 p.
- Calcula el valor de  $f_x$  en  $(0, 0)$ .....2 p.
- Plantea definición de límite de  $f_y$  en  $(0, 0)$ .....1 p.
- Concluye que  $f_y$  no existe en  $(0, 0)$ .....2 p.

c) Justifique si  $f$  es diferenciable en  $(0, 0)$ .

Justifica que no es diferenciable usando el hecho

que  $f_y$  no existe en  $(0, 0)$ .....1 p.

3. (10 p.) Suponga que  $w = f(u, v)$ , con  $f \in C^2$ . Sea  $u = x + y$  ;  $v = x - y$ .

Demuestre que  $\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 2 \left( \frac{\partial^2 w}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial v^2} \right)$ .

- Calcula derivadas parciales respecto a  $x$  y a  $y$ ,  
usando regla de la cadena (1 p. c/u).....2 p.
- Calcula derivadas de segundo orden respecto a  $x$  y a  $y$ ,  
usando regla de la cadena (3 p. c/u).....6 p.
- Reemplaza expresiones y demuestra la igualdad.....2 p.

---

4. (10 p.) Dada la función  $f(x, y, z) = xyz + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ ;  $x, y, z > 0$ . Escriba el polinomio de Taylor de segundo orden de  $f$  en el punto  $(1, 1, 1)$ , expresándolo en términos de  $x, y, z$ .

- Plantea fórmula de Taylor de 2do orden.....1 p.
- Calcula  $f(1, 1, 1)$ .....1 p.
- Calcula  $\nabla f(1, 1, 1)$ .....1 p.
- Calcula  $Hf(1, 1, 1)$ .....2 p.
- Expresa  $\mathbf{h} = (x - 1, y - 1, z - 1)$ .....1 p.
- Calcula término de 2do orden.....2 p.
- Escribe el polinomio requerido.....2 p.

5. (10 p.) Determine las dimensiones de la caja rectangular de mayor volumen, si la suma de aquellas debe ser  $21\text{cm}$ .

- Hace una interpretación gráfica del problema..... 1 p.
- Identifica variables..... 1 p.
- Plantea fórmula de volumen..... 1 p.
- Plantea restricción (condición) de las variables..... 1 p.
- Selecciona un método adecuado: Teorema de Lagrange o del Valor Extremo..... 1 p
- Plantea sistema de ecuaciones según el método seleccionado..... 2 p.
- Resuelve el sistema planteado y obtiene dimensiones.....2 p.
- Justifica adecuadamente:  
en Lagrange usa definición de extremo restringido o  
en Valor extremo usa Hessiana..... 1 p.