ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO:	2018	**PERÍODO:**	PRIMER TÉRMINO
MATERIA:	Cálculo de una variable	**PROFESORES:**	Argüello G., Avilés J., Baquerizo G., Chóez M., Díaz R., Laveglia F., Mejía M., Ramos M., Ramos P., Ronquillo C., Toledo X.
EVALUACIÓN:	TERCERA	**FECHA:**	10/septiembre/2018

S O L U C I Ó N y R Ú B R I C A

1) (10 PUNTOS) Identifique el tipo de indeterminación y luego calcule:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{\pi}{2}-arc\,tan(x)}{e^{2/x}-1}$$

Solución:

Se verifica que:

$$\left[\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{\pi}{2}-arc\,tan(x)\right)=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}=0\right]\ \wedge\ \left[\lim_{x\to+\infty}\left(e^{2/x}-1\right)=e^{0}-1=0\right]$$

Puesto que se tiene una indeterminación del tipo:

$$\frac{0}{0}$$

Se puede aplicar el teorema de L'Hopital:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{\pi}{2}-arc\,tan(x)}{e^{2/x}-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{d}{dx}\left(\frac{\pi}{2}-arc\,tan(x)\right)}{\frac{d}{dx}\left(e^{2/x}-1\right)}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{0\cancel{-}\frac{1}{1+x^2}}{e^{2/x}\cdot\left(\cancel{-}\frac{2}{x^2}\right)-0}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{x^2}{1+x^2}}{2e^{2/x}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{1}{\frac{1}{x^2}+1}}{2e^{2/x}}=\frac{\frac{1}{0+1}}{2}$$

Por lo tanto:

$$\boxed{\lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{\pi}{2}-arc\,tan(x)}{e^{2/x}-1}=\frac{1}{2}}$$

Rúbrica:

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante conoce sobre cálculo de límites, el teorema de L'Hopital derivadas de funciones constantes, trigonométricas inversas y exponenciales; y, la regla de la cadena.	Insuficiente	En desarrollo	Desarrollado	Excelente
	No identifica el tipo de indeterminación o no sabe cómo calcular el límite.	Identifica el tipo de indeterminación y aplica bien el teorema de L'Hopital; pero no sabe derivar una de las cuatro funciones presentes.	Identifica el tipo de indeterminación, aplica bien el teorema de L'Hopital y deriva bien; pero tiene algún inconveniente en la simplificación algebraica o en la evaluación del límite.	Identifica el tipo de indeterminación y calcula correctamente el límite.
	0	1 – 6	7 – 9	10

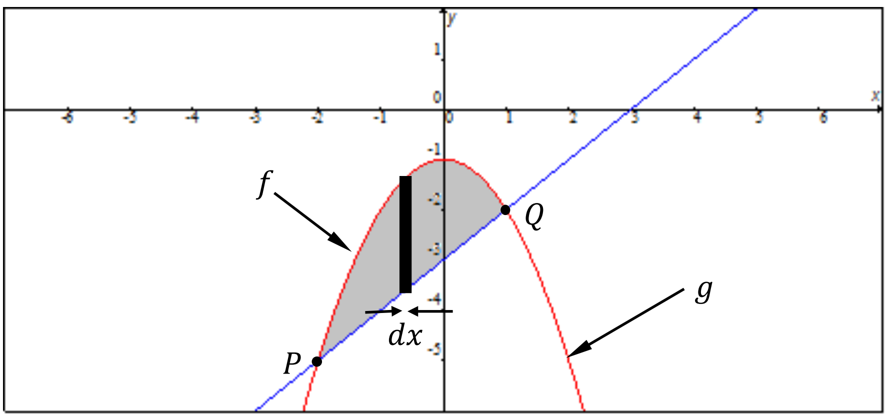
2) (12 PUNTOS) Sea R la región definida por:

$$R = \{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \ / \ x - 3 \leq y \leq -x^2 - 1 \}$$

Bosqueje R en el plano cartesiano y, mediante la integral definida, calcule su área.

Solución:

Se bosqueja la región en el plano cartesiano:



Se determinan las coordenadas de los puntos de intersección:

$$-x^2 - 1 = x - 3 \quad \rightarrow \quad x^2 + x - 2 = 0 \quad \rightarrow \quad (x+2)(x-1) = 0$$

$$(x + 2 = 0) \ \vee \ (x - 1 = 0) \quad \rightarrow \quad (x = -2) \quad \vee \quad (x = 1)$$

Los puntos de intersección son $P(-2,-5)$ y $Q(1,-2)$.

El área de la región es:

$$Área = \int_{-2}^{1} [(-x^2-1)-(x-3)]\,dx = \int_{-2}^{1} (-x^2-x+2)\,dx$$

$$= \left(-\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+2x\right)\Big|_{-2}^{1} = \left(-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+2\right)-\left(\frac{8}{3}-2-4\right)$$

$$= \left(-\frac{1}{3}-\frac{8}{3}\right)-\frac{1}{2}+2+2+4 = -3-\frac{1}{2}+8 = 5-\frac{1}{2}$$

$$\boxed{Área = \frac{9}{2}\ [u^2]}$$

Rúbrica:

Capacidades deseadas	**Desempeño**			
El estudiante identifica la región común entre funciones de variable real en forma forma analítica y gráfica; y, con el uso de integrales definidas sabe cómo se calcula el área de dicha región.	**Insuficiente**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No logra identificar cómo se grafican las funciones o no sabe plantear el área como una integral definida.	**Grafica las funciones, pero no grafica bien la región común entre las funciones, o no obtiene bien los puntos de intersección, o no plantea correctamente la integral definida.**	**Grafica la región común, no sabe cómo integrar todas las expresiones que se presentan, o no integra/evalúa bien algún término.**	**Grafica la región común, integra correctamente todas las expresiones que se presentan y evalúa bien cada término.**
	0	**1 – 5**	**6 – 11**	**12**

3) (15 PUNTOS) Dada la función $f: \mathbb{R}-\{0\} \mapsto \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \frac{(x-1)^2}{x}$$

Determine:

a) Los intervalos de monotonía de f.
b) Las coordenadas de su máximo relativo.
c) Las coordenadas de su mínimo relativo.

Solución:

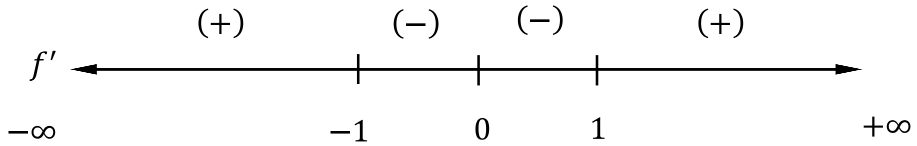
Aplicamos el criterio de la primera derivada para obtener los puntos críticos:

$$f'(x) = \frac{x[2(x-1)] - (x-1)^2}{x^2} = \frac{(x-1)[2x-(x-1)]}{x^2} = \frac{(x-1)(x+1)}{x^2} = \frac{x^2-1}{x^2}$$

Con base en los puntos críticos, que se obtienen cuando el numerador o el denominador de la función racional son iguales a cero, tenemos que:

$$(x=-1) \ \vee \ (x=0) \ \vee \ (x=1)$$

En la recta real analizamos cuando f' es positiva o es negativa:



Se concluye sobre los intervalos de monotonía que:

- $f'(x) > 0$ y por ende f es estrictamente creciente en $(-\infty,-1) \cup (1,+\infty)$.
- $f'(x) < 0$ y por ende f es estrictamente decreciente en $(-1,0) \cup (0,1)$.

Aplicamos el criterio de la segunda derivada:

$$f''(x) = \frac{x^2(2x) - (x^2-1)(2x)}{(x^2)^2} = \frac{\cancel{2x^3} - \cancel{2x^3} + 2\cancel{x}}{\underbrace{x^{\cancel{4}}}_{x^3}} = \frac{2}{x^3}$$

Evaluamos en la segunda derivada, observando previamente que no está definida en $x = 0$:

$$f''(-1) = \frac{2}{-1} = -2 < 0 \quad \rightarrow \quad Máximo\ relativo$$

$$f''(1) = \frac{2}{1} = 2 > 0 \quad \rightarrow \quad Mínimo\ relativo$$

También se pudo haber verificado que la función cambia de monotonía en $x = -1$ de estrictamente creciente a estrictamente decreciente, esto es, se tiene un máximo relativo. Mientras que en $x = 1$ cambia de estrictamente decreciente a estrictamente creciente, esto es, se tiene un mínimo relativo.

Se evalúa en f para obtener las coordenadas de dichos puntos extremos:

$$f(-1) = \frac{(-1-1)^2}{-1} = -4 \qquad\qquad f(1) = \frac{(1-1)^2}{1} = 0$$

$$Máximo\ relativo\ en\ (-1,-4).$$
$$Mínimo\ relativo\ en\ (1,0).$$

Rúbrica del literal a):

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante sabe derivar un cociente de funciones y determinar sus intervalos de monotonía.	Insuficiente	En desarrollo	Desarrollado	Excelente
	No sabe que debe derivar o no deriva bien.		Deriva bien y plantea la inecuación, pero no determina los intervalos.	Deriva bien y concluye sobre los intervalos de monotonía.
	0		1 – 4	5

Rúbrica de los literales b) y c):

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante sabe derivar un cociente de funciones y determinar sus extremos relativos.	Insuficiente	En desarrollo	Desarrollado	Excelente
	No sabe que debe derivar o no deriva bien.		Deriva bien y plantea la ecuación, pero no determina el valor solicitado.	Deriva bien, evalúa correctamente y concluye sobre el tipo de extremo relativo.
	0		1 – 4	5

4) (24 PUNTOS) Dada la función f: $\left[0, \frac{5}{2}\right] \mapsto \mathbb{R}$ tal que:

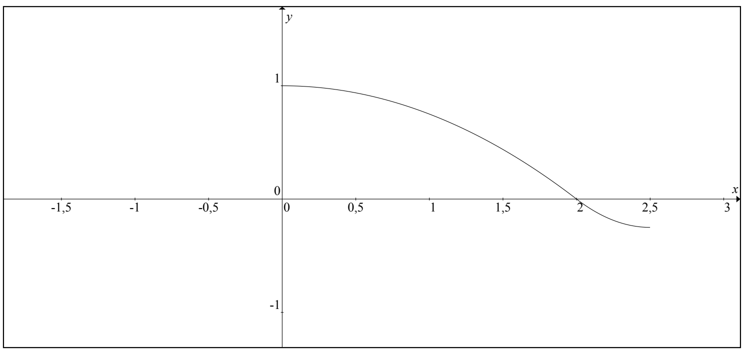
$$f(x) = \begin{cases} 1 - \dfrac{x^2}{4}, & 0 \le x < 2 \\ x^2 - 5x + 6, & 2 \le x \le \dfrac{5}{2} \end{cases}$$

a) (10 PUNTOS) Determine los valores del dominio de f que satisfacen el TEOREMA DEL VALOR MEDIO (LAGRANGE) para derivadas.

b) (4 PUNTOS) Bosqueje en el plano cartesiano la gráfica de f, la recta secante y la(s) recta(s) tangente(s) a las cuales se hace referencia en el mencionado teorema.

Solución:

Se grafica la función f con base en sus dos tramos:



Se observa que f es continua en el intervalo $\left[0, \frac{5}{2}\right]$, por lo que la pendiente de la recta secante es:

$$m_{sec} = \frac{f\left(\frac{5}{2}\right) - f(0)}{\frac{5}{2} - 0} = \frac{-\frac{1}{4} - 1}{\frac{5}{2}} = \frac{-\frac{5}{\cancel{4}}}{\frac{5}{\cancel{2}}} = -\frac{1}{2}$$

Ahora derivamos cada tramo para verificar la condición de derivabilidad:

$$\forall x \in [0, 2), \qquad f'(x) = -\frac{x}{2}$$

$$\forall x \in \left[2, \frac{5}{2}\right], \qquad f'(x) = 2x - 5$$

Observe que $f'(2^-) = f'(2^+) = -1$. Como las derivadas laterales son iguales en $x = 2$, podemos aplicar el Teorema de Lagrange, pues la función es derivable en todos los puntos del intervalo $\left(0, \frac{5}{2}\right)$:

- Si $x \in [0, 2)$, $f'(x_0) = -\frac{x_0}{2} = m_{sec}$.

$$\cancel{-}\frac{x_0}{\cancel{2}} = \cancel{-}\frac{1}{\cancel{2}} \quad \rightarrow \quad x_0 = 1$$

  Evaluamos para obtener la ordenada correspondiente:

$$y_0 = f(1) = 1 - \frac{1^2}{4} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

- Si $x \in \left[2, \frac{5}{2}\right]$, $f'(x_0) = 2x_0 - 5 = m_{sec}$.

$$2x_0 - 5 = -\frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad 2x_0 = 5 - \frac{1}{2} = \frac{9}{2} \quad \rightarrow \quad x_0 = \frac{9}{4}$$

  Evaluamos para obtener la ordenada correspondiente:

$$y_0 = f\left(\frac{9}{4}\right) = \left(\frac{9}{4}\right)^2 - 5\left(\frac{9}{4}\right) + 6 = \frac{81}{16} - \frac{45}{4} + 6 = \frac{81 - 180 + 96}{16} = -\frac{3}{16}$$

Las ecuaciones de las rectas son:

Recta secante:

$$y - 1 = -\frac{1}{2}x$$

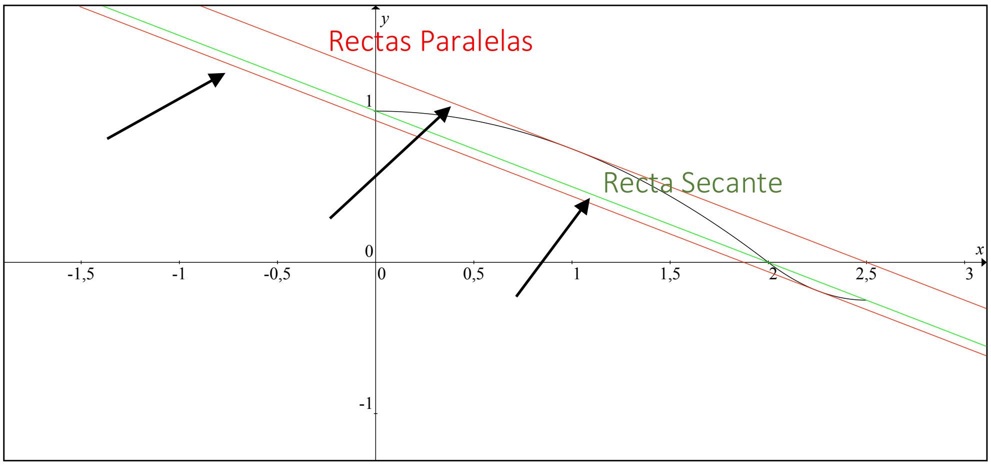
Recta tangente a la gráfica del tramo $[0, 2)$:

$$y - \frac{3}{4} = -\frac{1}{2}(x - 1)$$

Recta tangente a la gráfica del tramo $\left[2, \frac{5}{2}\right]$:

$$y + \frac{3}{16} = -\frac{1}{2}\left(x - \frac{9}{4}\right)$$

Graficamos las tres rectas solicitadas. La recta de color verde es la secante y las de color rojo son las rectas tangentes:



Rúbrica del literal a):

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante conoce sobre las condiciones de la hipótesis del teorema de Lagrange y sabe derivar funciones polnomiales.	**Insuficiente**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No sabe que debe verificar las condiciones de continuidad y de derivabilidad del teorema de Lagrange o no deriva bien.	**Verifica la condición de continuidad del teorema pero no la de la derivabilidad y calcula directamente la pendiente de la recta secante.**	**Verifica las condiciones de la hipótesis del teorema de Lagrange y obtiene bien la pendiente de la recta secante, pero no obtiene correctamente alguno de los dos valores que satisfacen el teorema.**	**Verifica las condiciones de la hipótesis del teorema de Lagrange, obtiene bien la pendiente de la recta secante y las coordenadas de los dos puntos que satisfacen el teorema.**
	0	**1 – 4**	**5 – 8**	**9 – 10**

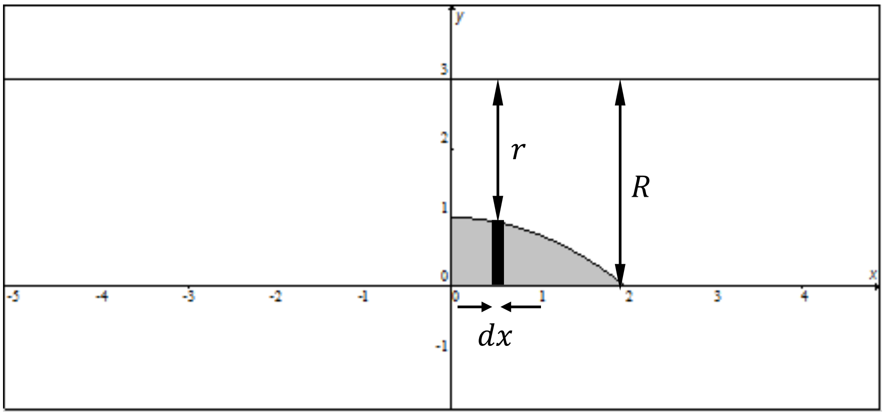
Rúbrica del literal b):

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante sabe graficar funciones de una variable real.	**Insuficiente**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No sabe graficar bien funciones de una variable real.		**No grafica bien alguna de las cuatro funciones solicitadas.**	**Grafica al función por tramos, la recta secante y las dos rectas tangentes.**
	0		**1 – 3**	**4**

c) **(10 PUNTOS) Calcule el volumen del sólido de revolución que se genera al rotar la región acotada en el primer cuadrante por la gráfica de f entre $x = 0$ y $x = 2$ y los ejes coordenados, alrededor del eje $y = 3$.**

Solución:

Se bosqueja la gráfica de la región en el plano cartesiano:



Las longitudes de los radios son respectivamente:

$$R = 3\ [u] \qquad \wedge \qquad r = 3 - y = 3 - \left(1 - \frac{x^2}{4}\right) = 2 + \frac{x^2}{4}\ [u]$$

Calculamos el valor solicitado del volumen V como:

$$V = \pi \int_0^2 (R^2 - r^2)dx$$

$$V = \pi \int_0^2 \left(3^2 - \left(2 + \frac{x^2}{4}\right)^2\right)dx = \pi \int_0^2 \left(9 - \left(4 + x^2 + \frac{x^4}{16}\right)\right)dx$$

$$= \pi \int_0^2 \left(5 - x^2 - \frac{x^4}{16}\right)dx = \pi \left(5x - \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{80}\right)\Bigg|_0^2 = \pi\left(10 - \frac{8}{3} - \frac{32}{80}\right)$$

$$= \pi\left(\frac{2\,400 - 640 - 96}{240}\right) = \frac{\overbrace{\cancel{1\,664}}^{104}}{\underbrace{\cancel{240}}_{15}}\pi$$

$$\boxed{V = \frac{104}{15}\pi\ [u^3]}$$

Rúbrica:

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante identifica una región en el plano acotada por funciones de una variable real, observa el sólido de revolución que se forma y con un análisis de cálculo integral obtiene su volumen.	**Insuficiente**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No logra identificar la región o no plantea correctamente la integral definida asociada al volumen.	**Identifica la región a integrar pero tiene problemas para plantear la expresión de cálculo del volumen del sólido de revolución con alguno de los métodos válidos.**	**Identifica la región a integrar, plantea correctamente la expresión de cálculo del volumen del sólido de revolución, pero se equivoca al integrar algún término.**	**Identifica la región a integrar, plantea correctamente la expresión de cálculo del volumen, integra correctamente cada término y expresa bien el resultado en unidades cúbicas.**
	0	**1 – 4**	**5 – 9**	**10**

5) (20 PUNTOS) Obtenga las antiderivadas solicitadas:

a) (10 PUNTOS) $\displaystyle\int \boldsymbol{sen^3(4x)\,dx}$

Aplicamos propiedades de los exponentes y la identidad pitagórica:

$$= \int sen^2(4x)sen(4x)\,dx = \int \left(1 - cos^2(4x)\right)sen(4x)\,dx$$

Aplicamos la propiedad de linealidad:

$$= \int sen(4x)\,dx - \int cos^2(4x)sen(4x)\,dx$$

Obtenemos cada antiderivada con la aplicación del MÉTODO DE SUSTITUCIÓN:

$$u = 4x \quad \rightarrow \quad du = 4dx$$

$$\int sen(4x)\,dx = \frac{1}{4}\int sen(u)\,du = -\frac{1}{4}cos(u) + C_1 = -\frac{1}{4}cos(4x) + C_1$$

$$t = cos(4x) \quad \rightarrow \quad dt = -4\,sen(4x)dx$$

$$\int cos^2(4x)sen(4x)\,dx = -\frac{1}{4}\int t^2\,dt = -\frac{1}{4}\left(\frac{t^3}{3}\right) + C_2 = -\frac{t^3}{12} + C_2 = -\frac{cos^3(4x)}{12} + C_2$$

Por lo tanto:

$$\int sen(4x)\,dx - \int cos^2(4x)sen(4x)\,dx = -\frac{1}{4}cos(4x) - \left(-\frac{cos^3(4x)}{12}\right) + C$$

$$\boxed{\int sen^3(4x)\,dx = \frac{1}{4}\left(\frac{cos^3(4x)}{3} - cos(4x)\right) + C}$$

b) (10 PUNTOS) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{8-4x-4x^2}}$

Realizamos una manipulación algebraica previa:

$$= \int \frac{dx}{\sqrt{9-1-4x-4x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{9-(1+2x)^2}}$$

Obtenemos la antiderivada con la aplicación del MÉTODO DE SUSTITUCIÓN:

$$u = 1+2x \quad \rightarrow \quad du = 2dx$$
$$= \frac{1}{2}\int \frac{du}{\sqrt{9-u^2}} = \frac{1}{2} arc\ sen\left(\frac{u}{3}\right) + C$$

$$\boxed{\int \frac{dx}{\sqrt{8-4x-4x^2}} = \frac{1}{2} arc\ sen\left(\frac{1+2x}{3}\right) + C}$$

Rúbrica de los literales a) y b):

Capacidades deseadas	Desempeño			
El estudiante sabe la técnica de integración por sustitución y conoce la antiderivada de funciones trigonométricas y racionales.	**Insuficiente**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No reconoce que debe aplicar integración por sustitución.	**Reconoce que debe aplicar integración por sustitución, pero tiene problemas con la diferencial o con el cambio de variable.**	**Aplica la técnica de integración por sustitución, pero tiene algún problema para integrar la expresión posterior al cambio de variable.**	**Aplica bien la integración por sustitución, integra correctamente la expresión y coloca la constante.**
	0	**1 – 5**	**6 – 8**	**9 – 10**

6) (9 PUNTOS) Calcule $(f^{-1})'(e)$ para la función cuya regla de correspondencia es:

$$f(x) = e^{x^2+ln(x)}, \quad \forall x \in \mathbb{R}^+$$

Solución:

Por el teorema de derivada de la función inversa, en el punto $y_0 = e$ se tiene que:

$$(f^{-1})'(e) = \frac{1}{f\,'(x_0)}$$

donde x_0 es tal que:

$$y_0 = f(x_0) = e^{x_0^2+ln(x_0)} = e$$

Por simple inspección se deduce que $x_0 = 1$, ya que: $e^{1^2+ln(1)} = e^{1+0} = e$.

Por otro lado:

$$f\,'(x) = \frac{d}{dx}\left[e^{x^2+ln(x)}\right] = e^{x^2+ln(x)} \cdot \left(2x + \frac{1}{x}\right)$$

Entonces:

$$(f^{-1})'(e) = \frac{1}{f\,'(x_0)|_{x_0=1}} = \frac{1}{e^{x_0^2+ln(x_0)} \cdot \left(2x_0 + \frac{1}{x_0}\right)\Big|_{x_0=1}} = \frac{1}{e^1(2+1)} = \frac{1}{3e}$$

$$\boxed{(f^{-1})'(e) = \frac{1}{3e}}$$

Rúbrica:

Capacidades deseadas	**Desempeño**			
El estudiante aplica correctamente el teorema de la derivada de las funciones inversibles.	**Insuficiente**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No logra realizar la derivada de la función original, ni la de su inversa.	**Deriva correctamente la función original, pero no determina correctamente el punto a evaluar.**	**Aplica bien el teorema de la derivada de las funciones inversibles y determina el punto, pero se equivoca al evaluar.**	**Deriva bien la función inversa y expresa correctamente el valor solicitado.**
	0	**1 – 5**	**6 – 8**	**9**

7) (10 PUNTOS) En cada instante t, medido en $[s]$, la posición de un móvil, en $[m]$, viene determinada por:

$$\begin{cases} x(t) = 4\,cos^3\left(\frac{\pi t}{2}\right) \\ y(t) = 4\,sen^3\left(\frac{\pi t}{2}\right) \end{cases}$$

Calcule la longitud de la distancia recorrida por el móvil, en $[m]$, entre los instantes $t = 0\ [s]$ y $t = 1\ [s]$.

Solución:

Se necesitan las siguientes derivadas:

$$\frac{dx}{dt} = 4 \cdot 3\,cos^2\left(\frac{\pi t}{2}\right)\left(-sen\left(\frac{\pi t}{2}\right)\right) \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right) = -6\pi\,cos^2\left(\frac{\pi t}{2}\right)\,sen\left(\frac{\pi t}{2}\right)$$

$$\frac{dy}{dt} = 4 \cdot 3\,sen^2\left(\frac{\pi t}{2}\right)\,cos\left(\frac{\pi t}{2}\right) \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right) = 6\pi\,sen^2\left(\frac{\pi t}{2}\right)\,cos\left(\frac{\pi t}{2}\right)$$

La longitud de curva en forma paramétrica se calcula así:

$$L = \int_0^1 \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\ dt$$

$$L = \int_0^1 \sqrt{\left(-6\pi\, cos^2\left(\frac{\pi t}{2}\right)\ sen\left(\frac{\pi t}{2}\right)\right)^2 + \left(6\pi\, sen^2\left(\frac{\pi t}{2}\right)\ cos\left(\frac{\pi t}{2}\right)\right)^2}\ dt$$

$$L = \int_0^1 \sqrt{36\pi^2\, cos^4\left(\frac{\pi t}{2}\right)\ sen^2\left(\frac{\pi t}{2}\right) + 36\pi^2\, sen^4\left(\frac{\pi t}{2}\right)\ cos^2\left(\frac{\pi t}{2}\right)}\ dt$$

$$L = \int_0^1 \sqrt{36\pi^2\, sen^2\left(\frac{\pi t}{2}\right)\ cos^2\left(\frac{\pi t}{2}\right)\overbrace{\left(cos^2\left(\frac{\pi t}{2}\right) + sen^2\left(\frac{\pi t}{2}\right)\right)}^{1}}\ dt$$

$$L = \int_0^1 6\pi\ \left|sen\left(\frac{\pi t}{2}\right)\ cos\left(\frac{\pi t}{2}\right)\right|\ dt$$

Obtenemos la antiderivada con la aplicación del MÉTODO DE SUSTITUCIÓN:

$$u = sen\left(\frac{\pi t}{2}\right) \quad \rightarrow \quad du = \frac{\pi}{2}cos\left(\frac{\pi t}{2}\right)dt$$

$$t = 0 \quad \rightarrow \quad u = 0$$

$$t = 1 \quad \rightarrow \quad u = 1$$

Considerando que en el intervalo de integración ambas funciones son positivas:

$$L = 6\pi\int_0^1 sen\left(\frac{\pi t}{2}\right)\ cos\left(\frac{\pi t}{2}\right)\ dt = 6\pi\cdot\frac{2}{\pi}\int_0^1 u\ du$$

$$L = 12\left(\frac{u^2}{2}\right)\Bigg|_0^1 = 12\left(\frac{1}{2} - 0\right)$$

$$\boxed{L = 6\ \ [m]}$$

Rúbrica:

Capacidades deseadas	**Desempeño**			
El estudiante sabe cómo calcular la longitud de una curva dada en forma paramétrica.	**Insuficiente**	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelente**
	No conoce la expresión de cálculo de una longitud de curva.	**Conoce la expresión de cálculo de una longitud de curva, pero no sabe derivar funciones trigonométricas.**	**Sabe calcular una longitud de curva y cómo derivar funciones trigonométricas, pero no conoce la identidad o no integra bien el término resultante.**	**Sabe cómo calcular una longitud de curva, deriva bien funciones trigonométricas e integra correctamente y expresa la respuesta con las unidades correspondientes.**
	0	**1 – 2**	**3 – 8**	**9 – 10**