ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2018 - 2019	**PERIODO:** SEGUNDO TÉRMINO
MATERIA: ECUACIONES DIFERENCIALES	**PROFESORES:** P1&5: Antonio Chong Escobar; P3&10: Elvis Aponte Valladares; P4&6: C. Mario Celleri Mujica; P7&13&14: Jennifer Avilés Monroy; P8&12: José Castro Carrasco; P15: Hernando Sánchez Caicedo; P16&17: Liliana Rebeca Pérez. (P: Paralelo)
EVALUACIÓN: TERCERA	**FECHA:** 11 FEBRERO 2019

COMPONENTE TEORICO	
TEMA 1	
TEMA 2	
TEMA 3	
TEMA 4	
TEMA 5	
TEMA 6	
TOTAL (sobre 100)	

COMPROMISO DE HONOR QUE DEBE LLENAR PARA QUE SU EXAMEN SEA CALIFICADO

Yo, ………...…………… al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que NO puedo usar calculadora ni equipos electrónicos, que sólo puedo usar lápiz o esferográfico, que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción de esta evaluación y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte frontal del aula, junto con algún otro material que haya traído conmigo. Además, reconozco que no debo consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación y que los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: ________________________________ **NÚMERO DE MATRÍCULA:** _______________________ **PARALELO:** _____

Tema 1 (16 Puntos: 2 Puntos cada literal)
Complete las siguientes frases, para lo cual NO es necesario justificar las respuestas.

a) La ecuación diferencial $(xy^2 - y^3)dx + (1 - xy)dy = 0$ no es del tipo de ecuaciones denominadas *exactas* porque ________________________________.

b) La ecuación diferencial de primer orden $(xy + y^2 + x^2)dx - x^2\,dy = 0$ es del tipo de ecuaciones denominadas *homogéneas*, por lo cual se transforma en una ecuación separable al utilizar el cambio de variable _____________________.

c) Si $a_n \geq \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$ para todo número natural n a partir de $n = 2$, entonces $\sum_{n=2}^{\infty} a_n$ es una serie infinita _________________________________.

d) De acuerdo al criterio del n-ésimo término para la divergencia (criterio de Cauchy) si $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ es una serie infinita convergente, entonces _________________________________.

e) Una serie infinita $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ se denomina *telescópica* si su n-ésimo término se puede expresar de la forma $a_n =$ _____________________.

f) Si $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|c_n|} = \frac{2}{5}$, entonces de acuerdo al criterio de la raíz absoluta la serie $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$ es una serie infinita _________________________________.

g) Si $\lim_{n\to\infty} \left|\frac{a_{n+1}(x+5)^{n+1}}{a_n(x+5)^n}\right| = 16|x+5|$, entonces el radio de convergencia de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n(x+5)^n$ es igual a __________________.

h) Si para el sistema de ecuaciones diferenciales lineales con representación matricial dada por $M\boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{y}'(t)$ la matriz de coeficientes M_{3x3} tiene 3 valores propios reales y diferentes, entonces la solución general en forma vectorial del sistema es: $\boldsymbol{y}(t) =$____, donde λ_1, λ_2 y λ_3 son los valores propios de M y v_1, v_2 y v_3 son sus respectivos vectores propios.

Tema 2 (16 Puntos)

Halle la solución de forma explícita del siguiente problema de valor inicial resolviendo la ecuación diferencial de Bernoulli con un cambio de variable que la transforme en lineal:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} - \omega y^3 \; ; \; y(1) = 2, \text{ tal que } \omega > 0.$$

Tema 3 (16 Puntos)

Determine la solución general de la ecuación diferencial $(x-1)^2y'' + 2(x-1)y' - 6y = \frac{5\,ln(x-1)}{(x-1)^3}$, utilizando la sustitución $t = ln(x-1)$ y hallando la solución particular con el método de variación de parámetros.

Tema 4 (16 Puntos)

Halle la solución general de la siguiente ecuación diferencial usando series de potencias alrededor del punto $x_0 = 0$:

$$x^2 y'' + x\,(1 - x) y' - xy = 0$$

(Sugerencia: al hallar una primera solución identifique la función a la que ésta converge. Luego, utilice algún procedimiento conocido para encontrar una segunda solución linealmente independiente).

Tema 5

a) (12 Puntos) Halle la solución del siguiente problema de valor inicial usando la transformada de Laplace:

$$ty''(t) + (3t - 1)y'(t) + 3y(t) = 0 \ ; \ y(0) = 0 \, , y'(0) = 1$$

Tema 5

b) (8 Puntos) Sea $\mathcal{L}[f(t)] = F(S)$ la transformada de Laplace de la función $f(t)$. Usando el teorema de la transformada del producto de convolución, obtenga $f(t)$ si se conoce que $F(S) = \frac{S}{(S^2+4)(S^2+9)}$

Tema 6 (16 Puntos)

Considere el sistema de ecuaciones diferenciales lineales $\begin{cases} x'(t) + 6x(t) + y'''(t) = t^2 \\ x'(t) + y'(t) = 0 \end{cases}$.

a) Usando el método del operador diferencial, halle la función incógnita $x(t)$.

b) Con la solución obtenida para $x(t)$ halle la función incógnita $y(t)$.

(Observación: No use la transformada de Laplace en la resolución del tema)