ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
CURSO DE NIVELACIÓN INTENSIVO FEBRERO 2019

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
EXAMEN FINAL DE MATEMÁTICAS PARA INGENIERÍAS Y EDUCACIÓN COMERCIAL
GUAYAQUIL, 08 DE ABRIL DE 2019
HORARIO: 08H30 – 10H30
VERSIÓN UNO

1. Determine la expresión que NO es equivalente a C_6^7 .

a) $\dfrac{P_6^7}{6!}$

b) $\binom{6}{7}$

c) 7

d) $\dfrac{7!}{6!\,(7-6)!}$

e) C_1^7

2. Dados los números reales m, n y p definidos así:

$$m = 10^{log(\sqrt{10})} \;\; ; \;\; n = e^{2-ln(e)} \;\; ; \;\; p = log_2(16)$$

La Relación de Orden existente entre estos tres números es:

a) $m < n < p$
b) $m < p < n$
c) $n < p < m$
d) $n < m < p$
e) $p < m < n$

3. Dada la función polinomial $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 8x^4 - 2x^3 + 3x^2 + ax + 1$. Si al dividir f entre $(x + 1)$ el residuo es igual al que se obtiene al dividir f entre $(x - 1)$, entonces el Valor Numérico de $a \in \mathbb{R}$ está en el intervalo:

a) $[4, 7)$
b) $[1, 4)$
c) $[-2, 1)$
d) $[-5, -2)$
e) $[-8, -5)$

4. Sea $(i = \sqrt{-1})$, el VALOR NUMÉRICO de la expresión trigonométrica dada:

$$\left(tan\left(\frac{\pi}{6}i^2\right)\right)\left(cos^3\left(\frac{7\pi}{6}i^4\right)\right)$$

es igual a:

a) $-\frac{3\sqrt{3}}{8}$ b) $-\frac{3}{8}$ c) $-\frac{\sqrt{3}}{8}$ d) $\frac{3\sqrt{3}}{8}$ e) $\frac{3}{8}$

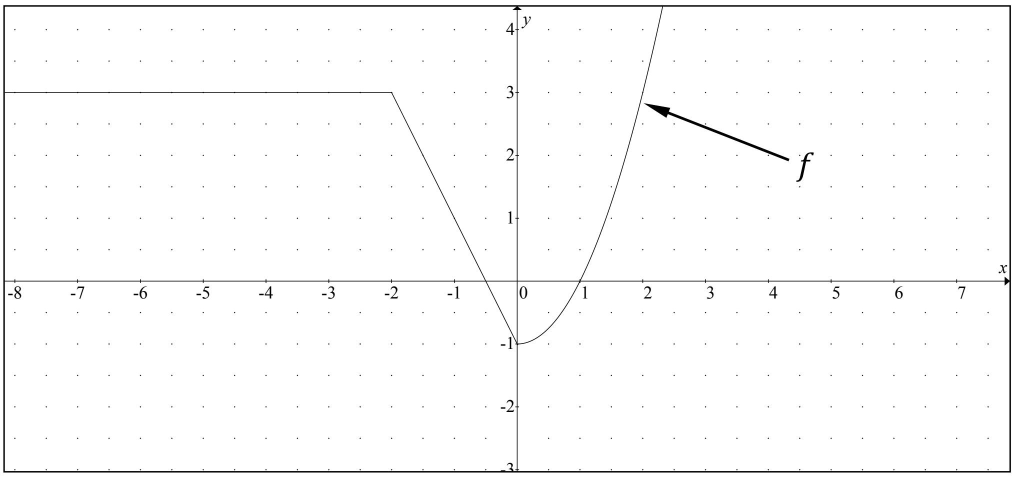
5. Dados los vectores $\overrightarrow{V_1}, \overrightarrow{V_2}, \overrightarrow{V_3} \in \mathbb{R}^3$ tales que:

$$\overrightarrow{V_1} \perp \overrightarrow{V_2} \quad ; \quad \overrightarrow{V_1} \cdot \overrightarrow{V_3} = 36 \ ; \quad \overrightarrow{V_3} = \overrightarrow{V_1} - \overrightarrow{V_2}$$

La NORMA del vector $\overrightarrow{V_1}$ es igual a:

a) 6 b) $3\sqrt{3}$ c) $4\sqrt{3}$ d) $3\sqrt{6}$ e) $\sqrt{6}$

6. Dada la gráfica de una función por tramos $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$.



Si la regla de correspondencia de f es:

$$f(x) = \begin{cases} 3\,, & x < -2 \\ ax - 1\,, & |x + b| \leq 1 \\ x^2 + c\,, & x > 0 \end{cases}$$

Entonces, el VALOR NUMÉRICO de $(a + b + c)$ es igual a:

a) 1 b) 0 c) -1 d) -2 e) -3

7. Sea la función $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ cuya regla de correspondencia es $f(x) = x^3$. La expresión:

$$\frac{f(c+h) - f(c)}{h}$$

es igual a:

a) $c^3 - 3c^2h + 3ch^2 - h^3$
b) $c^3 + 3c^2h + 3ch^2 + h^3$
c) $3c^2h + 3ch^2 + h^3$
d) $3c^2 - 3ch + h^2$
e) $3c^2 + 3ch + h^2$

8. En cierto concurso, cada pregunta bien contestada da como premio al participante el doble de dinero que la anterior. Si una persona ha contestado bien en forma consecutiva un total de n preguntas, recibió por la primera $\$ 1$ y lleva un acumulado de $\$ 4\,095$, entonces n pertenece al intervalo:

a) $(16, 19]$
b) $(13, 16]$
c) $(10, 13]$
d) $(7, 10]$
e) $(4, 7]$

9. Dados los números complejos $z = -\left(log_3(81)\right) - i\left(log_5(625)\right)$ y $w = (\overline{z})^4$, identifique la proposición VERDADERA:

a) $w = \overline{w}$
b) $|w| \in \mathbb{I}$
c) $Im(w) \neq 0$
d) $arg(w) = \frac{\pi}{2}$
e) $Re(w)$ es un número primo.

10. La circunferencia C: $x^2 + y^2 = 9$ es concéntrica con la elipse E cuyo eje mayor es horizontal. Si el diámetro de C es congruente con el eje mayor de E y el punto $P(0, 1) \in E$; entonces la LONGITUD DEL LADO RECTO de la elipse E, en $[u]$, es igual a:

a) $\frac{2}{9}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{2}$ e) $\frac{4}{3}$

11. Si la siguiente igualdad de funciones racionales es válida $\forall x \in \mathbb{R} - \{-2, 2\}$:

$$\frac{2}{x^2 - 4} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-2}$$

Entonces, el VALOR NUMÉRICO de $(A - 5B)$ es:

a) 0 b) -1 c) -3 d) 1 e) 3

12. Dada la región R en coordenadas polares:

$$R: \begin{cases} r \leq 4 \\ \frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

El PERÍMETRO de R, en $[u]$, es igual a:

a) $8\left(1 + \frac{\pi}{6}\right)$ b) $8\left(2 + \frac{\pi}{6}\right)$ c) $4\left(2 + \frac{\pi}{3}\right)$ d) $4\left(1 + \frac{\pi}{6}\right)$ e) $4\left(2 + \frac{\pi}{6}\right)$

13. Dadas las reglas de correspondencia de una función biyectiva $f: [-1, 5] \mapsto [-2, 2]$ y su correspondiente inversa $f^{-1}: [-2, 2] \mapsto [-1, 5]$.

$$f(x) = \begin{cases} sen\left(\frac{\pi}{2}x\right) - 1, & -1 \leq x < 1 \\ \sqrt{x-1}, & 1 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{1}{a} arc\ sen(x+1), & -2 \leq x < 0 \\ bx^2 + 1, & 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

Entonces, el VALOR NUMÉRICO de $cos\left(\frac{2}{3}ab\right)$ es igual a:

a) 0

b) 1

c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

d) $\frac{1}{2}$

e) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

14. Dadas las proposiciones simples a, b, c:

$$a:\ \forall x \in \mathbb{R},\ sen^2\left(\frac{x}{2}\right) + cos^2\left(\frac{x}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

b: La curva polar $r = 2 + 3cos(\theta)$ es un caracol con rizo.

$$c:\ \forall x \in \mathbb{R},\ cos^2(x) = \frac{1 + cos(2x)}{2}$$

Identifique la proposición compuesta VERDADERA:

a) $a \rightarrow (b \wedge c)$
b) $(a \vee b) \rightarrow \neg c$
c) $\neg b \vee (a \wedge c)$
d) $c \leftrightarrow \neg(b \vee a)$
e) $b \wedge (c \rightarrow a)$

15. Se conoce que $det\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = -1$ y se tiene la matriz:

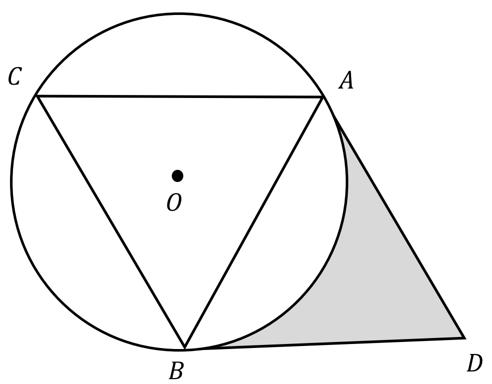
$$A = \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} (k+1)a & (k+1)b \\ c & d \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} -a & -b \\ c & d \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \\ 0 & \begin{vmatrix} -b & a \\ -d & c \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 3a & 3b \\ c & d \end{vmatrix} \\ 0 & 0 & \begin{vmatrix} c & d \\ a & b \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

Para que la matriz $A_{3\times 3}$ sea SINGULAR, el VALOR NUMÉRICO de $k \in \mathbb{Z}$ debe pertenecer al intervalo:

a) $[4, 6)$ b) $[2, 4)$ c) $[1, 2)$ d) $[-1, 1)$ e) $[-3, -1)$

16. El triángulo equilátero ABC se encuentra inscrito en la circunferencia de centro O cuyo radio mide $r = a\ [cm]$. Se trazan los segmentos de recta tangentes $\overline{AD}$ y $\overline{BD}$ para formar el triángulo equilátero ABD. Entonces, el ÁREA DE LA REGIÓN SOMBREADA, en $[cm^2]$, es:

a) $a^2\left(2\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}\right)$
b) $a^2\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}\right)$
c) $a^2\left(\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}\right)$
d) $a^2\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
e) $a^2\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{6}\right)$



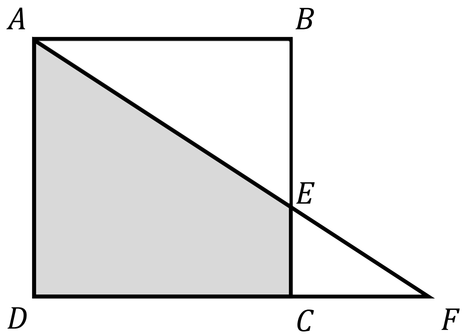
17. Dados los conjuntos $Re_x = Re_y = \mathbb{R}$ y el predicado de dos variables:

$$p(x,y): \begin{cases} y \leq x + 3 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \\ y \geq ln([\![\sqrt{2}]\!]) \end{cases}$$

El VOLUMEN del sólido de revolución que se genera al rotar alrededor del eje X la región que define $Ap(x,y)$ en el plano cartesiano, en $[u^3]$, es igual a:

a) $33\,\pi$
b) $30\,\pi$
c) $27\,\pi$
d) $21\,\pi$
e) $18\,\pi$

18. En la figura (que no está a escala) $ABCD$ es un cuadrado, el punto C está en el segmento $\overline{DF}$, E es la intersección de los segmentos $\overline{BC}$ y $\overline{AF}$, $\overline{BE} = 4\ [cm]$ y $\overline{DF} = 9\ [cm]$.



El ÁREA DE LA SUPERFICIE del trapecio $AECD$, en $[cm^2]$, es igual a:

a) 30.25

b) 28

c) 26.25

d) 24

e) 22

19. Dadas las funciones $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ y $g: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ definidas por:

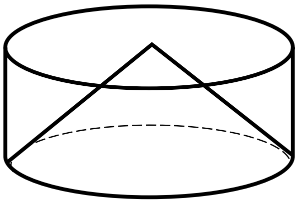
$$f(x) = \begin{cases} -x^2, & x \geq 3 \\ x^2, & x < 3 \end{cases}$$

$$g(x) = sgn(x) \cdot \big(x|x-3| + f(x)\big)$$

Identifique la proposición VERDADERA:

a) g no es una función inyectiva.
b) g es una función sobreyectiva.
c) g es una función acotada.
d) $\forall x \in dom\ g, [g(x) = -g(-x)]$
e) $\exists! \, x \in dom\ g, \ g(x) = -1$

20. En la figura (que no está a escala) el cono recto y el cilindro recto tienen sus bases y sus alturas congruentes.



Si el área de la superficie lateral de ambos cuerpos son iguales y el radio, tanto del cilindro como del cono, miden 5 $[m]$; el VOLUMEN del cilindro, en $[m^3]$, es igual a:

a) $\dfrac{125\,\pi}{2}\sqrt{2}$

b) $\dfrac{125\,\pi}{3}\sqrt{3}$

c) $\dfrac{250\,\pi}{2}\sqrt{2}$

d) $\dfrac{250\,\pi}{3}\sqrt{3}$

e) $\dfrac{100\,\pi}{3}\sqrt{3}$