COMPONENTE TEÓRICO	
TEMA 1	
TEMA 2	
TEMA 3	
TEMA 4	
TEMA 5	
TEMA 6	
TOTAL EXAMEN	
PROM. LECCIONES + PROM. CONTROLES DE LECTURA	
TOTAL (100 Puntos)	

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL (ESPOL)

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS (FCNM)

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2019 - 2020	**PERIODO:** PRIMER TÉRMINO
MATERIA: ECUACIONES DIFERENCIALES	**PROFESORES: P1&8:** Antonio Chong Escobar; **P2&14:** Elvis Aponte Valladares; **P3&7&17:** C. Mario Celleri Mujica; **P4&10&11&13:** Jennifer Avilés Monroy; **P09&15:** Hernando Sánchez Caicedo; **P12:** Liliana Rebeca Pérez; **P18:** Carlos Martin Barreiro.
EVALUACIÓN: PRIMERA	**FECHA:** 01 JULIO 2019

COMPROMISO DE HONOR QUE DEBE LLENAR PARA QUE SU EXAMEN SEA CALIFICADO

Yo, ………..…………… al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que NO puedo usar calculadora ni equipos electrónicos, que sólo puedo usar lápiz o esferográfico, que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción de esta evaluación y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte frontal del aula, junto con algún otro material que haya traído conmigo. Además, reconozco que no debo consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación y que los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: ________________________________ **NÚMERO DE MATRÍCULA:** _______________________ **PARALELO:** _____

RESOLUCIÓN Y CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

Tema 1 (6 Puntos: 1 punto cada literal)
Complete las siguientes frases.

A continuación, se presentan formas válidas de completar las frases.

a) Una sucesión $\{b_n\}$ se dice acotada superiormente si: $\exists P \in \mathbb{R}\ \forall n \in \mathbb{N}$ tal que $b_n \leq P$.

b) De acuerdo con el criterio de la integral, la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ es divergente para cualquier valor p que se encuentre en el intervalo: $(0,1]$.

c) Sean $c_n > 0$ y $a_n > 0$ para todo número natural n. De acuerdo con el criterio de comparación en el límite, si $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{c_n}{a_n} = \frac{1}{2019}$ y $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ es convergente, entonces $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$ es convergente.

d) Un ejemplo de una ecuación diferencial homogénea de primer orden, es decir, una ecuación de la forma $y' = f(y/x)$, que además no sea separable es $y' = \frac{x}{y} + 1$.

e) La ecuación diferencial ordinaria de la forma $y' = f(2x - y + 3)$ se transforma en separable al realizar el cambio de variable $v = 2x - y + 3$ (también es válido: $v = 2x - y$).

f) Una solución para la ecuación diferencial ordinaria lineal de segundo orden de coeficientes constantes $y'' + y = 0$ es $y = cos(x)$ (también es válido: $y = sen(x)$ ó $y = 0$).

Desarrollo del literal f:

La solución de la ecuación $y'' + y = 0$ se plantea de la forma: $y = e^{rx}$. Así, $y' = re^{rx}$ y $y'' = r^2e^{rx}$.

Sustituyendo dicha solución en la ecuación se tiene: $r^2e^{rx} + e^{rx} = 0 \rightarrow r^2 + 1 = 0 \rightarrow r_{1,2} = \underbrace{0}_{\alpha} \pm \underbrace{1}_{\lambda} i$

Entonces, tanto $y_1 = e^{\alpha x}cos(\lambda x) = cos(x)$ como $y_2 = e^{\alpha x}sen(\lambda x) = sen(x)$ son soluciones.

Tema 2

Literal a (4 Puntos)

Determine de ser posible el valor de suma de la serie $\sum_{n=0}^{+\infty}(a_n - b_n)$ tal que $a_n = \frac{1}{n^2+5n+6}$ y $b_n = \frac{1}{7^{-n}}$.

<u>Desarrollo:</u>

$\sum_{n=0}^{+\infty}(a_n - b_n) = \sum_{n=0}^{+\infty}\left(\frac{1}{n^2+5n+6} - \frac{1}{7^{-n}}\right) = \sum_{n=0}^{+\infty}\frac{1}{n^2+5n+6} - \sum_{n=0}^{+\infty}\frac{1}{7^{-n}}$

Realizando descomposición en fracciones parciales para a_n se tiene que:

$\frac{1}{n^2+5n+6} = \frac{1}{(n+2)(n+3)} = \frac{A}{(n+2)} + \frac{B}{(n+3)} \rightarrow 1 = A(n+3) + B(n+2) \rightarrow$ Si $n = -3$: $1 = -B \rightarrow B = -1$

$\rightarrow$ Si $n = -2$: $1 = A$

Así, $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{1}{n^2+5n+6} = \sum_{n=0}^{+\infty}\left(\frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3}\right) = \underbrace{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{k+2} - \frac{1}{k+3}\right)}_{S_k} + \cdots$.

$\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{1}{n^2+5n+6} = \lim_{k\to\infty}\underbrace{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{k+3}\right)}_{S_k} = \frac{1}{2}$. Entonces esta serie es convergente y su valor de suma es $\frac{1}{2}$.

Para la 2da serie se tiene que: $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{1}{7^{-n}} = \sum_{n=0}^{+\infty}\underbrace{(1)}_{a}\underbrace{(7)}_{r}^{n}$. Dado que $|r| = 7 \geq 1$, entonces la serie es divergente. Por lo tanto, el valor de suma de la serie $\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{1}{7^{-n}}$ se simboliza por ∞, pero se dice que su valor de suma no existe.

Entonces, $\sum_{n=0}^{+\infty}(a_n - b_n)$ es la resta de una serie convergente con una serie divergente, lo cual da como resultado una divergencia. Así, el valor de suma de la serie $\sum_{n=0}^{+\infty}(a_n - b_n)$ se simboliza por $-\infty$, pero se dice que su valor de suma no existe.

Literal b (4 Puntos)

Utilice el criterio del cociente para determinar si la serie $\sum_{=0}^{+\infty}\frac{e^n}{n!}$ converge o diverge. Luego, usando el resultado obtenido y el criterio del n-ésimo término para la divergencia determine el valor de $\lim_{n\to\infty}\frac{n!}{e^n}$.

<u>Desarrollo:</u>

Usando el criterio del cociente se tiene que: $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{\frac{e^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{e^n}{n!}}\right) = \lim_{n\to+\infty}\frac{e}{(n+1)} = 0 < 1.$

Entonces, $\sum_{=0}^{+\infty}\frac{e^n}{n!}$ es convergente.

De acuerdo con el criterio del n-ésimo término para la divergencia:

si $\sum_{=0}^{+\infty}\frac{e^n}{n!}$ es convergente, $\lim_{n\to\infty}\frac{e^n}{n!} = 0.$

Por lo tanto, $\lim_{n\to\infty}\frac{n!}{e^n} = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{\frac{e^n}{n!}} = \frac{1}{\lim_{n\to\infty}\frac{e^n}{n!}} = \infty.$

Tema 3 (10 Puntos)

a) Determine la serie de Maclaurin de $g(x) = 7^x$ y utilice el resultado para obtener la serie de Maclaurin de $h(x) = 7^{x^2}$.

b) Halle el radio de convergencia de la serie obtenida para $h(x)$.

c) Halle una aproximación para $\int_0^1 7^{x^2}dx$, utilizando el polinomio de Maclaurin de grado 4 de $h(x)$.

d) Usando la derivada de la serie de Maclaurin de $h(x)$, obtenga el valor de suma de la serie $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{2n\,ln^n(7)}{n!}$.

Desarrollo del literal a:

Se debe hallar la serie: $g(x) = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{g^{(n)}(c)}{n!}(x-c)^n$, tal que $c = 0$, esto es: $g(x) = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{g^{(n)}(0)}{n!}x^n$

Hallamos $g^{(n)}(0)$ como sigue:

$g(x) = 7^x \;\rightarrow\; g'(x) = 7^x ln(7) \;\rightarrow\; g''(x) = 7^x ln^2(7) \;\rightarrow\; g'''(x) = 7^x ln^3(7)$.

Entonces, $g^{(n)}(x) = 7^x ln^n(7) \;\rightarrow\; g^{(n)}(0) = ln^n(7)$.

Por lo tanto, $g(x) = 7^x = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{ln^n(7)}{n!}x^n$. Así, $h(x) = 7^{x^2} = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{ln^n(7)}{n!}x^{2n}$.

Desarrollo del literal b:

Si en la serie obtenida para $h(x)$ se reemplaza a x por un número real tal que $a_n = \frac{ln^n(7)}{n!}x^{2n}$, entonces usando el criterio del cociente absoluto se tiene:

$$\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{\frac{ln^{n+1}(7)}{(n+1)!}x^{2n+2}}{\frac{ln^n(7)}{n!}x^{2n}}\right| = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{ln(7)}{(n+1)}x^2\right| = x^2 ln(7)\lim_{n\to\infty}\left|\frac{1}{n+1}\right| = 0 < 1.$$

Entonces, la serie de $h(x)$ converge para todos los reales y con ello el radio de convergencia es $R = \infty$.

Desarrollo del literal c:

El polinomio de Maclaurin de grado 4 de $h(x)$ está dado por:

$$P_4(x) = \sum_{n=0}^{2}\frac{ln^n(7)}{n!}x^{2n} = 1 + x^2 ln(7) + \frac{1}{2}x^4 ln^2(7)$$

$\int_0^1 7^{x^2}dx \approx \int_0^1\left(1 + x^2 ln(7) + \frac{1}{2}x^4 ln^2(7)\right)dx = \left[x + \frac{x^3}{3}ln(7) + \frac{1}{10}x^5 ln^2(7)\right]_0^1$

$\int_0^1 7^{x^2}dx \approx 1 + \frac{1}{3}ln(7) + \frac{1}{10}ln^2(7)$.

Desarrollo del literal d:

$h'(x) = D_x\left(7^{x^2}\right) = D_x\left(\sum_{n=0}^{\infty}\underbrace{\frac{ln^n(7)}{n!}x^{2n}}_{constante\ para\ n=0}\right) \;\rightarrow\; 2x\left(7^{x^2}\right)ln(7) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n\,ln^n(7)}{n!}x^{2n-1}$

Evaluando en $x = 1$:

$14ln(7) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n\,ln^n(7)}{n!} \;\rightarrow\; 14ln(7) = \underbrace{2ln(7)}_{n=1} + \sum_{n=2}^{\infty}\frac{2n\,ln^n(7)}{n!} \;\rightarrow\; \sum_{n=2}^{\infty}\frac{2n\,ln^n(7)}{n!} = \underbrace{12ln(7)}_{Valor\ de\ suma}$.

Tema 4 (8 Puntos)

Considere la ecuación diferencial ordinaria: $3xy^2dy = (x^3 + y^3)dx$

a) Determine si la ecuación es de tipo exacta. Caso contrario, obtenga un factor integrante.

b) Explique por qué la ecuación es de tipo Bernoulli y resuélvala con el procedimiento de este tipo de ecuaciones.

<u>Desarrollo del literal a:</u>

Igualando la ecuación a cero se tiene: $(x^3 + y^3)dx - 3xy^2dy = 0$.

Sean $P(x,y) = x^3 + y^3$ y $Q(x,y) = -3xy^2$, entonces: $\frac{\partial P(x,y)}{\partial y} = 3y^2$ y $\frac{\partial Q(x,y)}{\partial x} = -3y^2$

Dado que $\frac{\partial P}{\partial y} \neq \frac{\partial Q}{\partial x}$, la ecuación diferencial no es exacta.

Un factor integrante que dependa sólo de x se busca con la expresión:

$$F(x,y) = e^{\int \frac{1}{Q}\left(\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x}\right)dx} = e^{\int \frac{6y^2}{-3xy^2}dx} = e^{-2ln|x|} = e^{ln|x|^{-2}} = \frac{1}{x^2}$$

Multiplicando la ecuación por $F(x,y)$, se tiene: $\frac{x^3+y^3}{x^2}dx - \frac{3y^2}{x}dy = 0$.

Sean $P_1(x,y) = \frac{x^3+y^3}{x^2}$ y $Q_1(x,y) = -\frac{3y^2}{x}$, entonces: $\frac{\partial P_1(x,y)}{\partial y} = \frac{3y^2}{x^2}$ y $\frac{\partial Q_1(x,y)}{\partial x} = \frac{3y^2}{x^2}$.

Puesto que $\frac{\partial P_1}{\partial y} = \frac{\partial Q_1}{\partial x}$, la ecuación diferencial es exacta.

<u>Desarrollo del literal b:</u>

La ecuación diferencial $3xy^2dy = (x^3 + y^3)dx$ puede ser expresada de la siguiente forma:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^3 + y^3}{3xy^2} \quad \rightarrow \quad y' = \frac{x^2y^{-2}}{3} + \frac{y}{3x} \quad \rightarrow \quad y' - \frac{1}{3x}y = \frac{x^2}{3}y^{-2}$$

Por consiguiente, la ecuación diferencial es de tipo Bernoulli debido a que se puede expresar de la forma $y' + p(x)y = g(x)y^n$ donde $n \in \mathbb{R}$.

Para resolver esta ecuación de tipo Bernoulli procedemos como sigue.

Se multiplica la ecuación por y^{-n}, esto es, por y^2:

$$y^2y' - y^2\frac{1}{3x}y = y^2\frac{x^2}{3}y^{-2} \quad \rightarrow \quad y^2y' - \frac{1}{3x}y^3 = \frac{x^2}{3}$$

El 2do término a la izquierda de la igualdad nos indica que el cambio de variable a realizar es $w = y^3$, con lo cual se tiene: $\frac{dw}{dx} = 3y^2\frac{dy}{dx}$. De aquí el 1er término de la ecuación es: $y^2\frac{dy}{dx} = \frac{1}{3}\frac{dw}{dx}$.

Sustituyendo en la ecuación la nueva variable y lo deducido para el 1er término se tiene:

$$\frac{1}{3}\frac{dw}{dx} - \frac{1}{3x}w = \frac{x^2}{3} \quad \rightarrow \quad \frac{dw}{dx} \underbrace{-\frac{1}{x}}_{S(x)} w = x^2$$: ecuación lineal con incógnita w.

El factor integrante de esta ecuación lineal está dado por:

$$R(x) = e^{\int S(x)dx} = e^{-\int \frac{1}{x}dx} = e^{-ln|x|} = e^{ln|x|^{-1}} = \frac{1}{|x|}$$

Considerando el factor integrante $R(x) = \frac{1}{x}$ y multiplicándolo por la ecuación diferencial se tiene:

$$\frac{1}{x}\frac{dw}{dx} - \frac{1}{x^2}w = x \quad \rightarrow \quad \frac{d}{dx}\left(w\frac{1}{x}\right) = x \quad \rightarrow \quad d\left(w\frac{1}{x}\right) = xdx \quad \rightarrow \quad \int d\left(w\frac{1}{x}\right) = \int xdx$$

$$\rightarrow \quad w\frac{1}{x} = \frac{x^2}{2} + c, c \in \mathbb{R} \quad \rightarrow \quad w = \frac{x^3}{2} + cx, c \in \mathbb{R}$$

Sustituyendo las variables originales ($w = y^3$) se tiene la solución buscada: $y^3 = \frac{x^3}{2} + cx$, $c \in \mathbb{R}$.

Elaborado por: Antonio Chong Escobar, Ph.D., coordinador de la materia (achong@espol.edu.ec)

Tema 5 (10 Puntos)
La “chinche amarilla” es un insecto que ataca los cultivos de cacao. Según pruebas experimentales se ha podido comprobar que, la tasa de aumento del número de hectáreas infectadas por la chinche con respecto al tiempo es proporcional a la <u>raíz cuadrada</u> del número de hectáreas <u>no</u> infectadas por dicho insecto. Al momento de detectar la presencia de la chinche amarilla, en cierto cultivo de cacao de 70 hectáreas, 6 hectáreas estaban infectadas ($t = 0$). A los 2 días de la detección, el número de hectáreas infectadas por el mencionado insecto era de 21. ¿Cuántas hectáreas del cultivo de cacao estarán infectadas a los 6 días de la detección? y ¿cuántos días deberán transcurrir a partir de la detección para que todo este cultivo de cacao se encuentre infectado?

<u>Desarrollo:</u>
Sea $Y(t)$: Número de hectáreas infectadas por la chinche amarilla en un tiempo t.
El modelo matemático está dado por el problema de valor inicial (PVI):

$$Y'(t) = \alpha\sqrt{70 - Y(t)} \;;\; Y(0) = 6 \;;\; Y(2) = 21,$$

tal que α es una constante de proporcionalidad.

Resolviendo la ecuación del PVI, la cual se observa que es separable, se tiene que:

$$\frac{dY}{dt} = \alpha\sqrt{70 - Y} \;\rightarrow\; \frac{dY}{\sqrt{70-Y}} = \alpha\, dt \;\rightarrow\; \int \frac{1}{\sqrt{70-Y}} dY = \int \alpha\, dt \;\rightarrow\; -2\sqrt{70 - Y} = \alpha t + C\,,\; C \in \mathbb{R}$$

Debido a que $Y = 6$ cuando $t = 0$: $-2\sqrt{70 - 6} = \alpha\,(0) + C$ y por lo tanto $C = -16$.
Así, se obtiene: $-2\sqrt{70 - Y} = \alpha t - 16$

Además, dado que $Y = 21$ cuando $t = 2$: $-2\sqrt{70 - 21} = \alpha(2) - 16 \;\rightarrow\; -14 = 2\alpha - 16 \;\rightarrow\; \alpha = 1$
Entonces se obtiene: $-2\sqrt{70 - Y} = t - 16$

Al evaluar en $t = 6$: $-2\sqrt{70 - Y} = 6 - 16 \;\rightarrow\; \sqrt{70 - Y} = 5 \;\rightarrow\; 70 - Y = 25 \;\rightarrow\; Y = 45$
Por lo tanto, a los 6 días de la detección **45 hectáreas** del cultivo de cacao estarán infectadas.

Para $Y = 70$ se tiene: $-2\sqrt{70 - 70} = t - 16 \;\rightarrow\; 0 = t - 16 \;\rightarrow\; t = 16$
Por consiguiente, deben transcurrir **16 días** a partir de la detección de la presencia de la chinche amarilla para que todo el cultivo se encuentre infectado.

Tema 6 (8 Puntos)

a) Halle el Wronskiano de la ecuación diferencial $(x^2+1)y''-2xy'+\frac{2(x^2-1)}{x^2+1}y=0$ en términos de una constante real c, usando el teorema de Abel.
b) Verifique que al asignar el valor de $c=1$ al Wronskiano hallado en el literal a, se obtiene una solución de la misma ecuación diferencial.
c) Halle una segunda solución linealmente independiente a la obtenida en el literal b y luego la solución general de la ecuación diferencial.

Desarrollo del literal a:

La ecuación expresada de forma canónica está dada por: $y''-\frac{2x}{(x^2+1)}y'+\frac{2(x^2-1)}{(x^2+1)^2}y=0.$

Sea $p(x)=-\frac{2x}{(x^2+1)}$, el teorema de Abel establece que para una constante real c:

$$W(x)=ce^{-\int p(x)dx}=ce^{-\int -\frac{2x}{x^2+1}dx}=ce^{ln|x^2+1|}=c(x^2+1)$$

Desarrollo del literal b:

Para $c=1$, el Wronskiano hallado en el literal anterior es igual a: $W(x)=x^2+1.$

Sea $y_1=W(x)=x^2+1$, entonces $y_1'=2x$ y $y_1''=2.$

Reemplazando y_1 y sus derivadas en la ecuación diferencial se tiene:

$$(x^2+1)2-2x(2x)+\frac{2(x^2-1)}{x^2+1}(x^2+1)=0 \ \rightarrow \ (2x^2+2)-4x^2+(2x^2-2)=0 \ \rightarrow \ 0=0$$

Así, $y_1(x)=x^2+1$ es solución de la ecuación diferencial dada.

Desarrollo del literal c:

Usando la identidad de Abel, una solución y_2 linealmente independiente a y_1 es igual a:

$$y_2=y_1\int\frac{e^{-\int p(x)\,dx}}{(y_1)^2}dx=(x^2+1)\int\frac{e^{-\int -\frac{2x}{x^2+1}dx}}{(x^2+1)^2}dx=(x^2+1)\int\frac{(x^2+1)}{(x^2+1)^2}dx=(x^2+1)arctan(x)$$

Finalmente, la solución general de la ecuación diferencial es:

$$y(x)=c_1y_1(x)+c_2y_2(x)\,, c_1\,, c_2\in\mathbb{R}$$
$$y(x)=c_1(x^2+1)+c_2(x^2+1)arctan(x),\ c_1\,, c_2\in\mathbb{R}$$

Tema 1 (para cada literal)

Capacidades a evaluar	Nivel de aprendizaje	
	Inicial	**Excelencia**
Completar conceptos de cada uno de los capítulos del primer parcial, así como proporcionar ejemplos de éstos.	Deja el espacio vacío o completa de forma incorrecta.	Completa de forma correcta los conceptos o proporciona ejemplos válidos, según corresponda (se debe presentar una deducción de la respuesta donde el profesor considere necesario).
Puntaje	0	1

Tema 2 (literal a)

Capacidades a evaluar	Nivel de aprendizaje			
	Inicial	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelencia**
Calcular valores de suma de series telescópicas y geométricas, así como identificar si éstas convergen o divergen.	Aplica propiedad de linealidad, **pero no** analiza ninguna de las dos series obtenidas.	Aplica propiedad de linealidad, identifica las series obtenidas como geométrica y telescópica, halla y concluye acerca del valor de suma de sólo una de ellas, **pero no** halla ni concluye acerca del valor de suma de la otra serie.	Aplica propiedad de linealidad, identifica las series obtenidas como geométrica telescópica, halla y concluye acerca del valor de suma de cada una de ellas, **pero no** concluye acerca del valor de suma que se pide.	Aplica propiedad de linealidad, identifica las series obtenidas como geométrica telescópica, halla y concluye acerca del valor de suma de cada una de ellas y concluye acerca del valor de suma que se pide.
Puntaje	[0 , 1]	(1 , 2]	(2 , 3]	(3 , 4]

Tema 2 (literal b)

Capacidades a evaluar	Nivel de aprendizaje			
	Inicial	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelencia**
Aplicar el criterio del cociente y del n-ésimo término para la divergencia.	Plantea el criterio del cociente, **pero no** obtiene el valor del respectivo límite de este criterio.	Aplicando el criterio del cociente determina que la serie es convergente, **pero no** concluye que $\lim_{n\to\infty} \frac{e^n}{n!} = 0$ usando el criterio del n-ésimo término para la divergencia.	Aplicando el criterio del cociente determina que la serie es convergente y concluye que $\lim_{n\to\infty} \frac{e^n}{n!} = 0$ usando el criterio del n-ésimo término para la divergencia, **pero no** determina el valor del límite que se pide.	Aplicando el criterio del cociente determina que la serie es convergente, concluye que $\lim_{n\to\infty} \frac{e^n}{n!} = 0$ usando el criterio del n-ésimo término para la divergencia y determina el valor del límite que se pide.
Puntaje	[0 , 1]	(1 , 2]	(2 , 3]	(3 , 4]

Elaborado por: Antonio Chong Escobar, Ph.D., coordinador de la materia (achong@espol.edu.ec)

Tema 3

Capacidades a evaluar	Nivel de aprendizaje			
	Inicial	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelencia**
Calcular integrales definidas usando polinomios de Taylor y calcular valores de suma de series de potencias usando series de Taylor.	**(i)** Determina la serie de Maclaurin de $g(x)$ del literal a y **(ii)** plantea un criterio adecuado (como el criterio del cociente absoluto) para hallar el radio de convergencia del literal b, **pero no** halla la serie de Maclaurin de $h(x)$ del literal a, ni halla el radio de convergencia que se pide en el literal b, ni halla lo que se pide en los literales c y d.	**(i)** Determina la serie de Maclaurin de $g(x)$ y $h(x)$ del literal a y **(ii)** usando un criterio adecuado (como el criterio del cociente absoluto) halla el radio de convergencia del literal b, **pero no** halla la aproximación que se pide en el literal c ni el valor de suma del literal d.	Determina la serie de Maclaurin de $g(x)$ y $h(x)$ del literal a, usando un criterio adecuado (como el criterio del cociente absoluto) halla el radio de convergencia del literal b, plantea el polinomio de Maclaurin de grado 4 en el literal c y deriva la serie de $h(x)$ en el literal d **pero no** halla la aproximación de la integral en el literal d ni halla el valor de suma del literal d.	Determina la serie de Maclaurin de $g(x)$ y $h(x)$ del literal a, usando un criterio adecuado (como el criterio del cociente absoluto) halla el radio de convergencia del literal b, halla la aproximación que se pide en el literal c y halla el valor de suma que se pide en el literal d.
Puntaje	**(i):** [0 , 1] **(ii):** [0 , 1] Total: [0 , 2]	**(i):** (1 , 3] **(ii):** (1 , 3] Total: (2 , 6]	(6 , 8]	(8 , 10]

Tema 4 (literal a)

Capacidades a evaluar	Nivel de aprendizaje		
	Inicial	**Desarrollado**	**Excelencia**
Determinar el factor integrante de ecuaciones diferenciales ordinarias de 1er orden no exactas.	Determina que la ecuación no es de tipo exacta **pero no** plantea una expresión para hallar un factor integrante.	Determina que la ecuación no es de tipo exacta y plantea una expresión para hallar un factor integrante, **pero no** halla dicho factor integrante.	Determina que la ecuación no es de tipo exacta, plantea una expresión para hallar un factor integrante y halla dicho factor.
Puntaje	[0 , 1]	(1 , 2]	(2 , 3]

Tema 4 (literal b)

Capacidades a evaluar	Nivel de aprendizaje			
	Inicial	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelencia**
Resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de 1er orden de tipo Bernoulli.	Explica por qué la ecuación es de tipo Bernoulli, **pero no** resuelve la ecuación usando el procedimiento para este tipo de ecuaciones.	Explica por qué la ecuación es de tipo Bernoulli y plantea un cambio de variable para transformarla en una ecuación lineal **pero no** transforma la ecuación en lineal y por lo tanto no resuelve la ecuación usando el procedimiento para este tipo de ecuaciones.	Explica por qué la ecuación es de tipo Bernoulli, plantea un cambio de variable para transformarla en una ecuación lineal y resuelve dicha ecuación lineal **pero no** aplica el cambio de variable para regresar a las variables originales y por lo tanto no obtiene la solución de la ecuación de tipo Bernoulli.	Explica por qué la ecuación es de tipo Bernoulli, plantea un cambio de variable para transformarla en una ecuación lineal, resuelve dicha ecuación lineal y aplica el cambio de variable para regresar a las variables originales y así obtener la solución de la ecuación de tipo Bernoulli.
Puntaje	[0 , 1]	(1 , 2]	(2 , 4]	(4 , 5]

Elaborado por: Antonio Chong Escobar, Ph.D., coordinador de la materia (achong@espol.edu.ec)

Tema 5

Capacidades a evaluar	Nivel de aprendizaje			
	Inicial	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelencia**
Determinar e interpretar soluciones para problemas de aplicación modelados con problemas de valor inicial asociados a ecuaciones diferenciales de 1er orden.	Define y describe la función incógnita del problema, **pero no** plantea el modelo matemático que describe el problema.	Define y describe la función incógnita del problema, plantea el modelo matemático que describe el problema y resuelve la ecuación diferencial del modelo, **pero no** halla la constante de integración ni la de proporcionalidad.	Define y describe la función incógnita del problema, plantea el modelo matemático que describe el problema, resuelve la ecuación diferencial del modelo, halla la constante de integración ni la de proporcionalidad, **pero no** halla el número de hectáreas ni el tiempo que se pide.	Define y describe la función incógnita del problema, plantea el modelo matemático que describe el problema, resuelve la ecuación diferencial del modelo, halla la constante de integración ni la de proporcionalidad y halla tanto el número de hectáreas así como el tiempo que se pide.
Puntaje	[0 , 1]	(1 , 6]	(6 , 8]	(8 , 10]

Tema 6

Capacidades a evaluar	Nivel de aprendizaje			
	Inicial	**En desarrollo**	**Desarrollado**	**Excelencia**
Hallar la solución general de una ecuación diferencial ordinaria de 2do orden a partir de datos relacionados al Wronskiano de la misma ecuación.	Plantea la expresión para hallar el Wronskiano en términos de una constante real c de acuerdo con el teorema de Abel en el literal a, **pero no** halla el Wronskiano.	Halla el Wronskiano en términos de una constante real c de acuerdo con el teorema de Abel en el literal a, **pero no** verifica que al asignar $c = 1$ se obtiene una solución para la misma ecuación diferencial en el literal b.	Halla el Wronskiano en términos de una constante real c de acuerdo con el teorema de Abel en el literal a y verifica que al asignar $c = 1$ se obtiene una solución para la misma ecuación diferencial en el literal b, **pero no** halla una solución linealmente independiente a la obtenida en el literal b ni la solución general de la ecuación diferencial.	Halla el Wronskiano en términos de una constante real c de acuerdo con el teorema de Abel en el literal a, verifica que al asignar $c = 1$ se obtiene una solución para la misma ecuación diferencial en el literal b y halla tanto una solución linealmente independiente a la obtenida en el literal b así como la solución general de la ecuación diferencial.
Puntaje	[0 , 1]	(1 , 3]	(3 , 6]	(6 , 8]