espol Facultad de Ciencias Naturales y Matemáticas

AÑO: **2019**	PERIODO: **Primero**
MATERIA: **Álgebra lineal**	PROFESORES: **Bracamonte Mireya, Celleri M. Colón M., Cordova Nelson, Laveglia Franca, Martínez Margarita, Moreno Alex, Sánchez Joffre, Valdivieso Janet, Valdivieso Patricia, Villa V. José**
Rúbrica	
TIEMPO DE DURACIÓN: **120 minutos**	FECHA: **04 de julio de 2019**

1. (10 Puntos) A continuación, encontrará 4 afirmaciones, indique, rellenando el círculo correspondiente, si la es verdadera o falsa. En cada caso, justifique brevemente su respuesta.

> Para afirmación:
> - La elección de verdadero o falso correctamente: 0,5 Puntos.
> - La justificación correcta: 1,5 puntos.
>   Ninguna justificación como "Por teorema es cierta" es aceptable.

2. (11 Puntos) Si $(\mathbb{R}^3, +, \cdot, \mathbb{R})$ es el espacio vectorial real con las operaciones usuales en $\mathbb{R}^3$, considere el subconjunto W formada por todos los vectores en $\mathbb{R}^3$ tal que la suma de sus componentes es igual a cero. Además, si U es el subconjunto de $\mathbb{R}^3$ generado por el vector $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$.
   a. Verifique que el subconjunto Wes un subespacio de $\mathbb{R}^3$.
   b. Determine el subespacio $U \cap W$.
   c. ¿Es $U \cup W$ un subespacio?
   d. Determine la dimensión del subespacio vectorial $U + W$.

	Inadecuado	**En desarrollo**	**Satisfactorio**	**Avanzado**
	En blanco o sólo incoherencias	Intenta resolver y escribe algo relacionado	Resuelve, procedimientos casi completos con algunas fallas	Resuelve satisfactoriamente
a)	0	1	2-3	4
b)	0	1	1-2	3
c)	0	0	1	2

3. (13 Puntos) Sea $(P_2, +, \cdot)$ el espacio vectorial real de todos los polinomios de grado menor o igual a 2 con las operaciones usuales entre polinomios. Dadas las bases

$$B_1 = \{1, 1+x, (1+x)^2\} \quad \text{y} \quad B_2 = \{2-x, 3, 1+x^2\},$$

   a. Determine la matriz cambio de base de B_2 a B_1.

b. Si $[p]_{B_2} = \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \end{pmatrix}$, determine p y $[p]_{B_1}$.

c. Determinar, de ser posible, $\beta \in \mathbb{R}$ tal que el vector $q(x) = 1 + \beta(1+x) + (1 + 2x + x^2)$ satisfaga $[q]_{B_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ -7 \\ 1 \end{pmatrix}$.

	Inadecuado	En desarrollo	Satisfactorio	Avanzado
	En blanco o sólo incoherencias	Intenta resolver y escribe algo relacionado	Resuelve, procedimientos casi completos con algunas fallas	Resuelve satisfactoriamente
a)	0	1-2	3-6	7
b)	0	1	1-2	3
c)	0	1	1-2	3

4. (10 Puntos) Se sabe que $W = (\mathbb{R}^2, +, \cdot)$ y $V = (\mathbb{R}^2, \oplus, \odot)$ son espacios vectoriales reales siendo $+$ y $\cdot$ son las operaciones usuales en $\mathbb{R}^2$ y $\oplus, \odot$ las operaciones definidas por:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a + c + 1 \\ b + d \end{pmatrix} \qquad \alpha \odot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha a + \alpha - 1 \\ \alpha\, b \end{pmatrix}.$$

Bajo estas condiciones, se define la función $T: V \to W$, definida por $T\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$.

a. Determine $T\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}\right)$, $T\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + T\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

b. Determine $T\left(\alpha \odot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}\right)$ y $\alpha \cdot T\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$, si $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \in V$ y $\alpha \in \mathbb{R}$.

c. ¿Cuál es el elemento neutro de la adición en V?

d. Si 0_V es el elemento neutro de V. ¿ $T(0_V)$ es igual al elemento neutro de W.?

e. ¿T es una transformación lineal?

	Inadecuado	En desarrollo	Satisfactorio	Avanzado
	En blanco o sólo incoherencias	Intenta resolver y escribe algo relacionado	Resuelve, procedimientos casi completos con algunas fallas	Resuelve satisfactoriamente
a)	0	1	1-2	3
b)	0	1	1-2	3
c)	0	1	1	2
d)	0	0	0	1
e)	0	0	0	1

5. (6 Puntos) A continuación, se presenta un enunciado y tres razonamientos que conducen a la demostración de un teorema. Usted deberá escribir, en el espacio en blanco correspondiente, la conclusión de cada razonamiento y el texto del teorema que con estos razonamientos se ha demostrado.

a)	Concluir correctamente el primer enunciado	1 Punto
b)	Concluir correctamente el segundo enunciado	1 Punto
c)	Concluir correctamente el tercer enunciado	1 Punto
d)	Enunciar correctamente el teorema	3 Puntos