

|                                  |   |
|----------------------------------|---|
| AÑO: 2019                        | PERIODO: PRIMER TÉRMINO   |
| MATERIA: ESTADÍSTICA INFERENCIAL | PROFESORES: Mario Solorzano, Jennifer Marcillo, Kemy Escobar, Francisco Moreira |
| EVALUACIÓN: PRIMERA              |   |
| TIEMPO DE DURACIÓN: 2 HORAS      | FECHA: 04 de julio de 2019  |

### COMPROMISO DE HONOR

Yo, ..... al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar una calculadora ordinaria para cálculos aritméticos, un lápiz o esferográfico; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

**Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.**

*"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".*

**FIRMA:** \_\_\_\_\_ **NÚMERO DE MATRÍCULA:** \_\_\_\_\_ **PARALELO:** \_\_\_\_\_

### TEMA 1 (20 PUNTOS)

Sea  $f(x; \theta) = \frac{1}{2}\theta^3 x^2 e^{-\theta x}$ ,  $x > 0$  con  $\mu = \frac{3}{\theta}$  y la varianza  $\sigma^2 = \frac{3}{\theta^2}$

- a) Para una muestra aleatoria de tamaño  $n$ , si  $\bar{X}_n$  es la media muestral, encuentre su media y varianza.
- b) La media muestral es un estimador insesgado de  $\mu$ , demuestre que no hay estimador insesgado más eficiente. Utilice la Cota de Cramer Rao. (Pista:  $f(x; \theta) \rightarrow f(x; \mu)$ )



**TEMA 2 (30 PUNTOS)**

La duración de un fluido aislante ( $X$ ) se puede considerar distribuida como una distribución Exponencial ( $\theta$ ) con  $E(X) = \theta$  (vida media) desconocida.

Se toma una muestra aleatoria  $X_1, \dots, X_n$  de dichas duraciones. Sabiendo que:

$$\frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^n X_i \sim \text{Gamma}(n, 1)$$

- Construir un intervalo de  $(1 - \alpha)100\%$  de confianza para el parámetro desconocido  $\theta$ .
- Dada una muestra aleatoria de  $n=31$  datos con  $\sum_{i=1}^n X_i = 32426.7$  (en miles de horas) construir un intervalo del 95% de confianza para  $\theta$ .  
Nota:  $\Gamma_{0.025}(31,1) = 21.06$  y  $\Gamma_{0.975}(31,1) = 42.83$
- Hallar el estimador de máxima verosimilitud del parámetro  $\theta$ .
- Construir un intervalo de confianza alternativo utilizando la distribución asintótica del estimador máximo verosímil de  $\theta$ .
- Con la misma muestra del apartado b) construir un intervalo del 95% de confianza para  $\theta$ . Comparar los resultados obtenidos con los del apartado b).



**TEMA 3 (30 PUNTOS)**

Se toma una muestra aleatoria  $\mathbf{X}^T = (X_1, X_2, \dots, X_{99}, X_{100})$  independiente e idénticamente distribuida que sigue una distribución exponencial con parámetro  $\beta$  para probar el siguiente contraste de hipótesis:

$$\begin{aligned} H_0: \beta &= 2 \\ &vs \\ H_1: \beta &> 2 \end{aligned}$$

Para tal efecto se definen dos pruebas a través de dos regiones críticas para este contraste definidas como:

$$\text{Prueba 1} \quad C_1(\mathbf{X}) = \{(X_1, X_2, \dots, X_{99}, X_{100}) \in R^{100} | x_1 > 4\}$$

$$\text{Prueba 2} \quad C_2(\mathbf{X}) = \{(X_1, X_2, \dots, X_{99}, X_{100}) \in R^{100} | \bar{x} > k\}$$

Si se sabe que la varianza de la muestra es  $s^2 = 3.52$ ,

- Determine el valor de  $k$  tal que ambas pruebas tengan el mismo nivel de significancia.
- Tabule y grafique la Potencia de la Prueba 2, considere al menos 6 puntos.

*Nota: No olvide escribir todos los supuestos correspondientes.*



**TEMA 4 (20 PUNTOS)**

Una fábrica de automóviles pone a prueba dos nuevos métodos de ensamblaje de motores con respecto al tiempo (asuma que a menor tiempo mejor método), tomando los siguientes datos:

|          |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Método A | 20,0 | 21,5 | 23,0 | 25,4 | 26,1 | 22,8 | 23,9 | 25,1 | 21,4 | 25,0 |
| Método B | 29,5 | 26,8 | 30,1 | 27,2 | 28,1 | 31,3 | 25,4 | 28,4 | 30,3 | 31,1 |

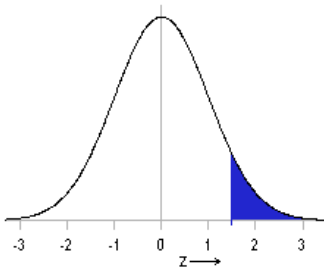
- Se puede concluir si las varianzas de los dos métodos son diferentes.
- Con base en el resultado del literal a. ¿puedo concluir que el método A es mejor que el método B?

*Establezca supuestos de ser necesario y concluya con base en el Valor  $p$ .*



**TABLAS**

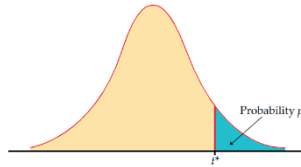
Distribución Normal Estándar



| Z    | 0,00   | 0,01   | 0,02   | 0,03   | 0,04   | 0,05   | 0,06   | 0,07   | 0,08   | 0,09   |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0,00 | 0,5000 | 0,4960 | 0,4920 | 0,4880 | 0,4840 | 0,4801 | 0,4761 | 0,4721 | 0,4681 | 0,4641 |
| 0,10 | 0,4602 | 0,4562 | 0,4522 | 0,4483 | 0,4443 | 0,4404 | 0,4364 | 0,4325 | 0,4286 | 0,4247 |
| 0,20 | 0,4207 | 0,4168 | 0,4129 | 0,4090 | 0,4052 | 0,4013 | 0,3974 | 0,3936 | 0,3897 | 0,3859 |
| 0,30 | 0,3821 | 0,3783 | 0,3745 | 0,3707 | 0,3669 | 0,3632 | 0,3594 | 0,3557 | 0,3520 | 0,3483 |
| 0,40 | 0,3446 | 0,3409 | 0,3372 | 0,3336 | 0,3300 | 0,3264 | 0,3228 | 0,3192 | 0,3156 | 0,3121 |
| 0,50 | 0,3085 | 0,3050 | 0,3015 | 0,2981 | 0,2946 | 0,2912 | 0,2877 | 0,2843 | 0,2810 | 0,2776 |
| 0,60 | 0,2743 | 0,2709 | 0,2676 | 0,2643 | 0,2611 | 0,2578 | 0,2546 | 0,2514 | 0,2483 | 0,2451 |
| 0,70 | 0,2420 | 0,2389 | 0,2358 | 0,2327 | 0,2296 | 0,2266 | 0,2236 | 0,2206 | 0,2177 | 0,2148 |
| 0,80 | 0,2119 | 0,2090 | 0,2061 | 0,2033 | 0,2005 | 0,1977 | 0,1949 | 0,1922 | 0,1894 | 0,1867 |
| 0,90 | 0,1841 | 0,1814 | 0,1788 | 0,1762 | 0,1736 | 0,1711 | 0,1685 | 0,1660 | 0,1635 | 0,1611 |
| 1,00 | 0,1587 | 0,1562 | 0,1539 | 0,1515 | 0,1492 | 0,1469 | 0,1446 | 0,1423 | 0,1401 | 0,1379 |
| 1,10 | 0,1357 | 0,1335 | 0,1314 | 0,1292 | 0,1271 | 0,1251 | 0,1230 | 0,1210 | 0,1190 | 0,1170 |
| 1,20 | 0,1151 | 0,1131 | 0,1112 | 0,1093 | 0,1075 | 0,1056 | 0,1038 | 0,1020 | 0,1003 | 0,0985 |
| 1,30 | 0,0968 | 0,0951 | 0,0934 | 0,0918 | 0,0901 | 0,0885 | 0,0869 | 0,0853 | 0,0838 | 0,0823 |
| 1,40 | 0,0808 | 0,0793 | 0,0778 | 0,0764 | 0,0749 | 0,0735 | 0,0721 | 0,0708 | 0,0694 | 0,0681 |
| 1,50 | 0,0668 | 0,0655 | 0,0643 | 0,0630 | 0,0618 | 0,0606 | 0,0594 | 0,0582 | 0,0571 | 0,0559 |
| 1,60 | 0,0548 | 0,0537 | 0,0526 | 0,0516 | 0,0505 | 0,0495 | 0,0485 | 0,0475 | 0,0465 | 0,0455 |
| 1,70 | 0,0446 | 0,0436 | 0,0427 | 0,0418 | 0,0409 | 0,0401 | 0,0392 | 0,0384 | 0,0375 | 0,0367 |
| 1,80 | 0,0359 | 0,0351 | 0,0344 | 0,0336 | 0,0329 | 0,0322 | 0,0314 | 0,0307 | 0,0301 | 0,0294 |
| 1,90 | 0,0287 | 0,0281 | 0,0274 | 0,0268 | 0,0262 | 0,0256 | 0,0250 | 0,0244 | 0,0239 | 0,0233 |
| 2,00 | 0,0228 | 0,0222 | 0,0217 | 0,0212 | 0,0207 | 0,0202 | 0,0197 | 0,0192 | 0,0188 | 0,0183 |
| 2,10 | 0,0179 | 0,0174 | 0,0170 | 0,0166 | 0,0162 | 0,0158 | 0,0154 | 0,0150 | 0,0146 | 0,0143 |
| 2,20 | 0,0139 | 0,0136 | 0,0132 | 0,0129 | 0,0125 | 0,0122 | 0,0119 | 0,0116 | 0,0113 | 0,0110 |
| 2,30 | 0,0107 | 0,0104 | 0,0102 | 0,0099 | 0,0096 | 0,0094 | 0,0091 | 0,0089 | 0,0087 | 0,0084 |
| 2,40 | 0,0082 | 0,0080 | 0,0078 | 0,0075 | 0,0073 | 0,0071 | 0,0069 | 0,0068 | 0,0066 | 0,0064 |
| 2,50 | 0,0062 | 0,0060 | 0,0059 | 0,0057 | 0,0055 | 0,0054 | 0,0052 | 0,0051 | 0,0049 | 0,0048 |
| 2,60 | 0,0047 | 0,0045 | 0,0044 | 0,0043 | 0,0041 | 0,0040 | 0,0039 | 0,0038 | 0,0037 | 0,0036 |
| 2,70 | 0,0035 | 0,0034 | 0,0033 | 0,0032 | 0,0031 | 0,0030 | 0,0029 | 0,0028 | 0,0027 | 0,0026 |
| 2,80 | 0,0026 | 0,0025 | 0,0024 | 0,0023 | 0,0023 | 0,0022 | 0,0021 | 0,0021 | 0,0020 | 0,0019 |
| 2,90 | 0,0019 | 0,0018 | 0,0018 | 0,0017 | 0,0016 | 0,0016 | 0,0015 | 0,0015 | 0,0014 | 0,0014 |
| 3,00 | 0,0013 | 0,0013 | 0,0013 | 0,0012 | 0,0012 | 0,0011 | 0,0011 | 0,0011 | 0,0010 | 0,0010 |

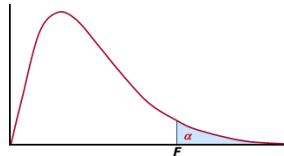


### Distribución T – Student



| df    | Upper-tail probability $p$ |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
|       | .25                        | .20   | .15   | .10   | .05   | .025  | .02   | .01   | .005  | .0025 | .001  | .0005 |
| 1     | 1.000                      | 1.376 | 1.963 | 3.078 | 6.314 | 12.71 | 15.89 | 31.82 | 63.66 | 127.3 | 318.3 | 636.6 |
| 2     | 0.816                      | 1.061 | 1.386 | 1.886 | 2.920 | 4.303 | 4.849 | 6.965 | 9.925 | 14.09 | 22.33 | 31.60 |
| 3     | 0.765                      | 0.978 | 1.250 | 1.638 | 2.353 | 3.182 | 3.482 | 4.541 | 5.841 | 7.453 | 10.21 | 12.92 |
| 4     | 0.741                      | 0.941 | 1.190 | 1.533 | 2.132 | 2.776 | 2.999 | 3.747 | 4.604 | 5.598 | 7.173 | 8.610 |
| 5     | 0.727                      | 0.920 | 1.156 | 1.476 | 2.015 | 2.571 | 2.757 | 3.365 | 4.032 | 4.773 | 5.893 | 6.869 |
| 6     | 0.718                      | 0.906 | 1.134 | 1.440 | 1.943 | 2.447 | 2.612 | 3.143 | 3.707 | 4.317 | 5.208 | 5.959 |
| 7     | 0.711                      | 0.896 | 1.119 | 1.415 | 1.895 | 2.365 | 2.517 | 2.998 | 3.499 | 4.029 | 4.785 | 5.408 |
| 8     | 0.706                      | 0.889 | 1.108 | 1.397 | 1.860 | 2.306 | 2.449 | 2.896 | 3.355 | 3.833 | 4.501 | 5.041 |
| 9     | 0.703                      | 0.883 | 1.100 | 1.383 | 1.833 | 2.262 | 2.398 | 2.821 | 3.250 | 3.690 | 4.297 | 4.781 |
| 10    | 0.700                      | 0.879 | 1.093 | 1.372 | 1.812 | 2.228 | 2.359 | 2.764 | 3.169 | 3.581 | 4.144 | 4.587 |
| 11    | 0.697                      | 0.876 | 1.088 | 1.363 | 1.796 | 2.201 | 2.328 | 2.718 | 3.106 | 3.497 | 4.025 | 4.437 |
| 12    | 0.695                      | 0.873 | 1.083 | 1.356 | 1.782 | 2.179 | 2.303 | 2.681 | 3.055 | 3.428 | 3.930 | 4.318 |
| 13    | 0.694                      | 0.870 | 1.079 | 1.350 | 1.771 | 2.160 | 2.282 | 2.650 | 3.012 | 3.372 | 3.852 | 4.221 |
| 14    | 0.692                      | 0.868 | 1.076 | 1.345 | 1.761 | 2.145 | 2.264 | 2.624 | 2.977 | 3.326 | 3.787 | 4.140 |
| 15    | 0.691                      | 0.866 | 1.074 | 1.341 | 1.753 | 2.131 | 2.249 | 2.602 | 2.947 | 3.286 | 3.733 | 4.073 |
| 16    | 0.690                      | 0.865 | 1.071 | 1.337 | 1.746 | 2.120 | 2.235 | 2.583 | 2.921 | 3.252 | 3.686 | 4.015 |
| 17    | 0.689                      | 0.863 | 1.069 | 1.333 | 1.740 | 2.110 | 2.224 | 2.567 | 2.898 | 3.222 | 3.646 | 3.965 |
| 18    | 0.688                      | 0.862 | 1.067 | 1.330 | 1.734 | 2.101 | 2.214 | 2.552 | 2.878 | 3.197 | 3.611 | 3.922 |
| 19    | 0.688                      | 0.861 | 1.066 | 1.328 | 1.729 | 2.093 | 2.205 | 2.539 | 2.861 | 3.174 | 3.579 | 3.883 |
| 20    | 0.687                      | 0.860 | 1.064 | 1.325 | 1.725 | 2.086 | 2.197 | 2.528 | 2.845 | 3.153 | 3.552 | 3.850 |
| 21    | 0.686                      | 0.859 | 1.063 | 1.323 | 1.721 | 2.080 | 2.189 | 2.518 | 2.831 | 3.135 | 3.527 | 3.819 |
| 22    | 0.686                      | 0.858 | 1.061 | 1.321 | 1.717 | 2.074 | 2.183 | 2.508 | 2.819 | 3.119 | 3.505 | 3.792 |
| 23    | 0.685                      | 0.858 | 1.060 | 1.319 | 1.714 | 2.069 | 2.177 | 2.500 | 2.807 | 3.104 | 3.485 | 3.768 |
| 24    | 0.685                      | 0.857 | 1.059 | 1.318 | 1.711 | 2.064 | 2.172 | 2.492 | 2.797 | 3.091 | 3.467 | 3.745 |
| 25    | 0.684                      | 0.856 | 1.058 | 1.316 | 1.708 | 2.060 | 2.167 | 2.485 | 2.787 | 3.078 | 3.450 | 3.725 |
| 26    | 0.684                      | 0.856 | 1.058 | 1.315 | 1.706 | 2.056 | 2.162 | 2.479 | 2.779 | 3.067 | 3.435 | 3.707 |
| 27    | 0.684                      | 0.855 | 1.057 | 1.314 | 1.703 | 2.052 | 2.158 | 2.473 | 2.771 | 3.057 | 3.421 | 3.690 |
| 28    | 0.683                      | 0.855 | 1.056 | 1.313 | 1.701 | 2.048 | 2.154 | 2.467 | 2.763 | 3.047 | 3.408 | 3.674 |
| 29    | 0.683                      | 0.854 | 1.055 | 1.311 | 1.699 | 2.045 | 2.150 | 2.462 | 2.756 | 3.038 | 3.396 | 3.659 |
| 30    | 0.683                      | 0.854 | 1.055 | 1.310 | 1.697 | 2.042 | 2.147 | 2.457 | 2.750 | 3.030 | 3.385 | 3.646 |
| 40    | 0.681                      | 0.851 | 1.050 | 1.303 | 1.684 | 2.021 | 2.123 | 2.423 | 2.704 | 2.971 | 3.307 | 3.551 |
| 50    | 0.679                      | 0.849 | 1.047 | 1.299 | 1.676 | 2.009 | 2.109 | 2.403 | 2.678 | 2.937 | 3.261 | 3.496 |
| 60    | 0.679                      | 0.848 | 1.045 | 1.296 | 1.671 | 2.000 | 2.099 | 2.390 | 2.660 | 2.915 | 3.232 | 3.460 |
| 80    | 0.678                      | 0.846 | 1.043 | 1.292 | 1.664 | 1.990 | 2.088 | 2.374 | 2.639 | 2.887 | 3.195 | 3.416 |
| 100   | 0.677                      | 0.845 | 1.042 | 1.290 | 1.660 | 1.984 | 2.081 | 2.364 | 2.626 | 2.871 | 3.174 | 3.390 |
| 1000  | 0.675                      | 0.842 | 1.037 | 1.282 | 1.646 | 1.962 | 2.056 | 2.330 | 2.581 | 2.813 | 3.098 | 3.300 |
| $z^*$ | 0.674                      | 0.841 | 1.036 | 1.282 | 1.645 | 1.960 | 2.054 | 2.326 | 2.576 | 2.807 | 3.091 | 3.291 |

### Distribución F de Fisher



| Grados de libertad en el Denominador, $v_2$ | $\alpha$ | Grados de libertad en el Numerador, $v_1$ |      |      |      |
|---|----------|---|------|------|------|
|   |          | 6   | 7    | 8    | 9    |
| 6   | 0,1      | 3,05                                      | 3,01 | 2,98 | 2,96 |
|   | 0,05     | 4,28                                      | 4,21 | 4,15 | 4,10 |
|   | 0,025    | 5,82                                      | 5,70 | 5,60 | 5,52 |
|   | 0,01     | 8,47                                      | 8,26 | 8,10 | 7,98 |
| 7   | 0,1      | 2,83                                      | 2,78 | 2,75 | 2,72 |
|   | 0,05     | 3,87                                      | 3,79 | 3,73 | 3,68 |
|   | 0,025    | 5,12                                      | 4,99 | 4,90 | 4,82 |
|   | 0,01     | 7,19                                      | 6,99 | 6,84 | 6,72 |
| 8   | 0,1      | 2,67                                      | 2,62 | 2,59 | 2,56 |
|   | 0,05     | 3,58                                      | 3,50 | 3,44 | 3,39 |
|   | 0,025    | 4,65                                      | 4,53 | 4,43 | 4,36 |
|   | 0,01     | 6,37                                      | 6,18 | 6,03 | 5,91 |
| 9   | 0,1      | 2,55                                      | 2,51 | 2,47 | 2,44 |
|   | 0,05     | 3,37                                      | 3,29 | 3,23 | 3,18 |
|   | 0,025    | 4,32                                      | 4,20 | 4,10 | 4,03 |
|   | 0,01     | 5,80                                      | 5,61 | 5,47 | 5,35 |

