



Segunda Evaluación Mecánica Vectorial

27 de Agosto del 2019

Instrucciones de la evaluación

- El documento consta de 2 hojas con 3 ejercicios independientes.
 - La prueba dura 2 HORAS.
 - Se permiten únicamente calculadoras científicas básicas.
 - Los dispositivos electrónicos y otros documentos están estrictamente prohibidos y provocarán la anulación de la prueba.
 - Las respuestas deben estar escritas con pluma (no se aceptan reclamos por respuestas a lápiz)
-

Nombre: Solución

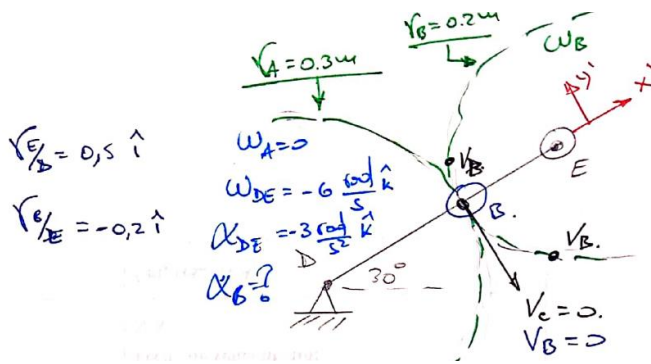
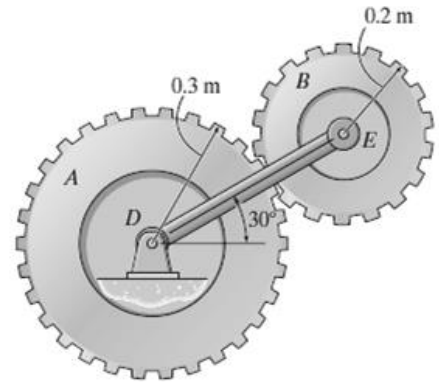
Matrícula:

Firma:

Paralelo:

Problema 1: Cinemática de cuerpos rígidos(30%)

Para el sistema de engranajes mostrado, el piñón A se encuentra fijo y estacionario. Mientras que la barra DE rota con una velocidad angular de 6 rad/s en el sentido de las manecillas del reloj, y una aceleración angular de 3 rad/s², en el mismo sentido. Para esta situación, determine la aceleración angular del engrane B.



$$\begin{aligned} \textcircled{1} & \rightarrow \vec{v}_E = \vec{v}_D + \vec{\omega}_{ED} \times \vec{r}_{E/D} \\ \textcircled{2} & \rightarrow \vec{a}_E = \vec{a}_D + \vec{\alpha}_{ED} \times \vec{r}_{E/D} + \vec{\omega}_{ED} \times \vec{\omega}_{ED} \times \vec{r}_{E/D} \\ \textcircled{3} & \rightarrow \vec{v}_B = \vec{v}_E + \vec{\omega}_B \times \vec{r}_{B/E} \\ \textcircled{4} & \rightarrow \vec{a}_B = \vec{a}_E + \vec{\alpha}_B \times \vec{r}_{B/E} + \vec{\omega}_B \times \vec{\omega}_B \times \vec{r}_{B/E} \end{aligned}$$

$$\textcircled{1} \rightarrow \vec{v}_E = \vec{v}_D + \vec{\omega}_{ED} \times \vec{r}_{E/D}$$

$$\vec{v}_E = [-6\hat{k} \times 0,5\hat{i}] \Rightarrow \vec{v}_E = -3\hat{j} \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$\textcircled{2} \rightarrow \vec{a}_E = \vec{a}_D + \vec{\alpha}_{ED} \times \vec{r}_{E/D} + \vec{\omega}_{ED} \times \vec{\omega}_{ED} \times \vec{r}_{E/D}$$

$$\vec{a}_E = [-3\hat{k} \times 0,5\hat{i}] + [-6\hat{k} \times -6\hat{k} \times 0,5\hat{i}]$$

$$\vec{a}_E = -1,5\hat{j} - 18\hat{i}$$

$$\textcircled{3} \quad \vec{v}_B = \vec{v}_E + \vec{\omega}_B \times \vec{r}_{B/E}$$

$$0\hat{i} + 0\hat{j} = -3\hat{j} + \omega_B \hat{k} \times (-0.2\hat{i}) \rightarrow 0\hat{j} = -3\hat{j} - 0.2\omega_B \hat{j}$$

$$\rightarrow \omega_B = -15 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\textcircled{4} \quad \vec{a}_B = \vec{a}_E + \vec{\alpha}_B \times \vec{r}_{B/E} + \vec{\omega}_B \times \vec{\omega}_B \times \vec{r}_{B/E}$$

$$0\hat{i} + 0\hat{j} = -1.5\hat{j} - 18\hat{i} + [\alpha_B \hat{k} \times -0.2\hat{i}] + [-15\hat{k} \times -15\hat{k} \times -0.2\hat{i}]$$

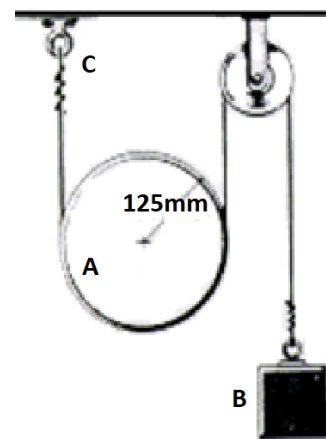
$$\textcircled{4} \quad 0\hat{i} + 0\hat{j} = -1.5\hat{j} - 18\hat{i} - 0.2\alpha_B \hat{j} + 45\hat{i}$$

$\vec{\alpha}_B$

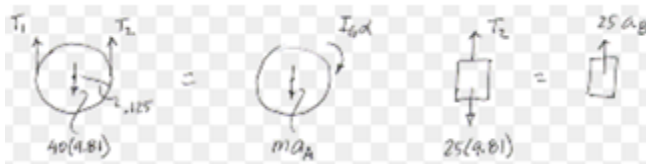
$$\alpha_B = -\frac{1.5}{0.2} \rightarrow \alpha_B = -7.5 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

Problema 2: Cinética de cuerpos rígidos (30%)

Un cable inextensible soporta un disco sólido A de 40 kg y un bloque B de 25 kg Si no hay deslizamiento entre el cable y el disco:



a) Efectúe los diagramas DCL y DMA del disco y del bloque



b) Escriba las ecuaciones del movimiento para los dos cuerpos

$$\textcircled{1} \quad +\uparrow \sum F_y = ma_{y_i}; \quad T_1 + T_2 - 40g = -40a_A$$

$$+\curvearrowleft \sum M_G = I_G \alpha; \quad T_1 \cdot r - T_2 \cdot r = .3125 \alpha$$

Block

$$+\uparrow \sum F_y = ma_{y_i}; \quad T_2 - 25g = 25 a_B$$

$$\textcircled{5} \quad \vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}$$

$$\downarrow a_B = \downarrow a_A + \downarrow 2r \alpha$$

$$\downarrow a_B = 2 \alpha r = 0.25 \alpha$$

c) ¿Cuál es la aceleración angular del disco ?

$$\begin{bmatrix} T_1 + T_2 + 400a_A & 0 & 0 \\ T_1 - T_2 & 0 & 0 & -25\alpha \\ 0 + T_2 & 0 & -25a_B & 0 \\ 0 & 0 & a_A & 0 & -25\alpha \\ 0 & 0 & 0 & a_B & -25\alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 392.4 \\ 0 \\ 245.25 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$a_A = -0.6131 \text{ m/s}^2 \\ = -0.6131 \text{ m/s}^2 \uparrow$$

$$a_B = -1.226 \text{ m/s}^2 \\ = 1.226 \text{ m/s}^2 \downarrow$$

$$\alpha = -4.905 \text{ /s}^2 \\ = 4.905 \text{ /s}^2 \rightarrow$$

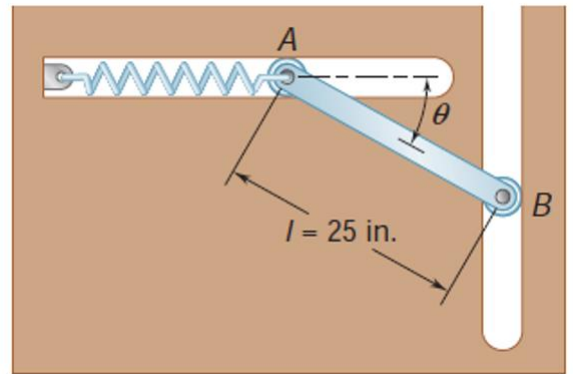
d) ¿Cuál es la tensión de la cuerda en C ?

$$T_1 = 202.33 \text{ N}$$

$$T_2 = 214.59 \text{ N}$$

Problema 3: Trabajo y energía (40%)

Los extremos de una barra de 9 lb de peso se encuentran restringidos a moverse en la dirección mostrada en la figura. El resorte en el extremo A tiene una constante de $k = 36 \text{ lb/ft}$, y su deformación es cero cuando $\theta = 0^\circ$. Si la barra se libera desde el reposo desde $\theta = 50^\circ$, determine la velocidad angular de la barra y la velocidad del extremo B, cuando la barra vuelve a $\theta = 0^\circ$.



$W_{AB} = 9 \text{ lb}$ $L_{AB} = 25 \text{ in.}$
 $M_{AB} = \frac{9}{32.2 \times 12}$ $J_{AB} = \frac{1}{12} ML^2$
 $k = 3 \text{ lb/in}$

tensión (resorte) = 0 @ $\theta = 0^\circ$
 if $\theta_0 = 50^\circ$
 $\omega_{AB} = ?$
 $V_B = ?$
 + - 40 | 7

$X = 25 - 25 \cos 50^\circ$
 $X = 8.93$
 $T_1 + U_{1-2} = T_2$
 $U_{1-2} = \text{Pesoate} + \text{Peso (gravitad)}$
 (positivo). (negativo).

Parte del }
 Reposo } $T_1 = 0$.

(positivo). (negativo).

$$U_{1-2} = (-9) \left(12,5 \sin 50^\circ \right) + \left(\frac{1}{2} \right) (3) (8,93)^2$$

$$U_{res} = \frac{1}{2} kx^2$$

$$U_{grav} = W \Delta y$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m v_g^2 + \frac{1}{2} I_{cm} \omega^2$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m (12,5 \omega)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{12} m L^2 \right) \omega^2$$

$$T_2 = \cancel{21,84} \omega^2 + \cancel{7,28} \omega^2$$

$$\boxed{T_2 = \cancel{29,12} \omega^2}$$

$$2,43 \omega^2$$

$$\boxed{U_{1-2} = \frac{33,44}{\cancel{29,12}}}$$

$$\rightarrow \boxed{\omega = \cancel{7,07} \frac{\text{rad}}{\text{s}}}$$

$$3,71 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$(\omega \hat{k}) \times (-12,5 \hat{j})$$

$$\boxed{v_2 = \cancel{29,12} \omega}$$

$$2,43 \omega^2$$

$$(\omega \hat{k}) \times (-12,5 \hat{j})$$

$$\vec{v}_g = \vec{v}_B + \vec{\omega} \times \vec{r}_{g/B}$$

$$v_g \hat{j} + v_g \hat{j} = 25 \omega \hat{j} + (-12,5 \omega \hat{j})$$

$$\boxed{v_g = 12,5 \omega}$$

$$\underline{v_B = 25 \omega} \quad (\hat{j})$$

$$\left[\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{\omega}_{AB} \times \vec{r}_{A/B} \right]_z$$

$$v_A \hat{i} = v_B \hat{j} + \omega \hat{k} \times (-25 \hat{i})$$

$$0 \hat{j} + v_A \hat{i} = v_B \hat{j} - 25 \omega \hat{j} + 0 \hat{i} \rightarrow v_A = 0 \hat{i}$$

Ecuaciones Mecánica Vectorial 2019 - I Terminio

$$\Sigma \mathbf{F} = m\bar{\mathbf{a}} \quad \Sigma \mathbf{M}_G = \dot{\mathbf{H}}_G \quad \mathbf{H}_G = \bar{I}\boldsymbol{\omega}$$

$$\dot{\mathbf{H}}_G = \bar{I}\dot{\boldsymbol{\omega}} = \bar{I}\boldsymbol{\alpha}$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = \int_{A_1}^{A_2} (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = \int_{A_1}^{A_2} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

$$\eta = \frac{\text{potencia de salida}}{\text{potencia de entrada}}$$

$$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2$$

$$\text{Potencia} = \frac{dU}{dt} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = V_1 - V_2$$

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B$$

$$v'_B - v'_A = e(v_A - v_B)$$

$$V_g = Wy$$

$$\mathbf{L} = \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{v}_i \quad \mathbf{H}_O = \sum_{i=1}^n (\mathbf{r}_i \times m_i \mathbf{v}_i)$$

$$V_e = \frac{1}{2} kx^2$$

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$$

$$\Sigma \mathbf{F} = \dot{\mathbf{L}} \quad \Sigma \mathbf{M}_O = \dot{\mathbf{H}}_O$$

$$m\mathbf{v}_1 + \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F} dt = m\mathbf{v}_2$$

$$\mathbf{L} = m\bar{\mathbf{v}} \quad \dot{\mathbf{L}} = m\bar{\mathbf{a}}$$

$$\mathbf{L}_1 = \mathbf{L}_2 \quad (\mathbf{H}_O)_1 = (\mathbf{H}_O)_2$$