



**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**  
**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS**

**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

COMPONENTE TEÓRICO	
TEMA 1	
TEMA 2	
TEMA 3	
TEMA 4	
TEMA 5	
<b>TOTAL EXAMEN</b> <b>(100 Puntos)</b>	

<b>AÑO:</b> 2019 - 2020	<b>PERIODO:</b> PRIMER TÉRMINO
<b>MATERIA:</b> ECUACIONES DIFERENCIALES <b>COORDINADOR:</b> Antonio Chong Escobar	<b>PROFESORES:</b> <b>P1&amp;8:</b> Antonio Chong Escobar; <b>P2&amp;14:</b> Elvis Aponte Valladares; <b>P3&amp;7&amp;17:</b> C. Mario Celleri Mujica; <b>P4&amp;10&amp;11&amp;13:</b> Jennifer Avilés Monroy; <b>P09&amp;15:</b> Hernando Sánchez Caicedo; <b>P12:</b> Liliana Rebeca Pérez; <b>P18:</b> Carlos Martín Barreiro.
<b>EVALUACIÓN:</b> TERCERA	<b>FECHA:</b> 09 SEPTIEMBRE 2019

**COMPROMISO DE HONOR QUE DEBE LLENAR PARA QUE SU EXAMEN SEA CALIFICADO**

Yo, ..... al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que NO puedo usar calculadora ni equipos electrónicos, que sólo puedo usar lápiz o esferográfico, que sólo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción de esta evaluación y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte frontal del aula, junto con algún otro material que haya traído conmigo. Además, reconozco que no debo consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación y que los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

*Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.*

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

**FIRMA:** \_\_\_\_\_ **NÚMERO DE MATRÍCULA:** \_\_\_\_\_ **PARALELO:** \_\_\_\_\_

**Tema 1 (14 Puntos: 2 puntos cada literal)**

**Complete las siguientes frases.**

- Haciendo uso del símbolo de sumatoria, un ejemplo de una serie geométrica de tipo numérica que sea convergente es \_\_\_\_\_.
- Sea  $b_k > 0$ . Si  $\sum_{k=2}^{\infty} |(-1)^k b_k|$  es \_\_\_\_\_ y  $\sum_{k=2}^{\infty} (-1)^k b_k$  es \_\_\_\_\_, se dice que  $\sum_{k=2}^{\infty} (-1)^k b_k$  converge condicionalmente.
- Un ejemplo de una ecuación diferencial de tipo Bernoulli es \_\_\_\_\_.
- Un ejemplo de una ecuación diferencial de tipo Cauchy-Euler que sea de orden 5 es \_\_\_\_\_.
- De acuerdo con los teoremas de traslación de la transformada de Laplace, la transformada inversa de  $G(S) = e^{-\pi S} \frac{9}{S^2-7}$  es \_\_\_\_\_.
- Considere el sistema  $x'(t) = Ax(t)$ , donde  $A$  es una matriz de  $2 \times 2$ . Si  $A$  tiene valores propios  $-2 \pm 3i$  con vectores propios  $\begin{bmatrix} a \\ 0 \end{bmatrix} \pm i \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix}$  tal que  $a, b$  son constantes no nulas, la solución general del sistema es:  
  
 $x(t) =$  \_\_\_\_\_.
- Si  $A_3 x^3 y^{(3)}(x) + A_2 y^{(2)}(x) + A_1 y(x) = 0$  donde  $A_1, A_2, A_3$  son constantes no nulas tiene a  $\{x^2, p(x), q(x)\}$  como un conjunto fundamental de soluciones, entonces usando el método de variación de parámetros la solución particular de:  $A_3 x^3 y^{(3)}(x) + A_2 y^{(2)}(x) + A_1 y(x) = g(x)$  se plantea de la forma: \_\_\_\_\_, tal que se satisfaga el sistema de ecuaciones:  
  
\_\_\_\_\_.

---

**Tema 2 (21 Puntos)**

Determine el intervalo y radio de convergencia de la serie de potencias de  $x(t)$  que se obtiene al resolver la ecuación diferencial:  $\frac{dx}{dt} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{8(t-9)^k}{k}$ .

---

**Tema 3 (21 Puntos)**

Muestre que la ecuación diferencial:  $(t + 2)\text{sen}(y)dt + t\text{cos}(y)dy = 0$  no es exacta, pero que se transforma en exacta al multiplicarla por el factor integrante  $F(t) = te^t$ . Luego, halle la solución general de la ecuación exacta obtenida.

---

**Tema 4 (22 Puntos)**

Obtenga la solución general de la ecuación diferencial ordinaria, utilizando el método de los coeficientes indeterminados y el principio de superposición para hallar una solución particular:

$$y'''(x) - 6y''(x) + 9y'(x) = B - e^{3x} + \cos(x); B \in \mathbb{N}$$

---

**Tema 5 (22 Puntos)**

En un hábitat adecuado las lagartijas tienen una esperanza de vida de 10 años, pero sin alimento pueden sobrevivir sólo unos pocos días.

Suponga que el siguiente modelo matemático describe la interacción entre lagartijas y escarabajos en cierto hábitat en la que no hay otras especies:  $\begin{cases} x'(t) = x(t) - 5y(t) \\ y'(t) = x(t) - 3y(t) \end{cases}$ , donde  $x(t)$  representa el número de escarabajos y  $y(t)$  representa el número de lagartijas en el instante  $t$  dado en meses.

- Usando la transformada de Laplace, determine el número de escarabajos y el número de lagartijas para cualquier tiempo  $t$  si inicialmente se tiene 50 escarabajos y 20 lagartijas.
- Explique lo que ocurre con la interacción en este hábitat en  $t = \frac{\pi}{2}$  meses (utilice  $e^{-\frac{\pi}{2}} \approx 0.21$ ).

