

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

| | | | |
|--------------------|-------------------------|------------------|-------------------|
| AÑO: | 2019 | PERÍODO: | SEGUNDO TÉRMINO |
| MATERIA: | Cálculo de una variable | PROFESOR: | |
| EVALUACIÓN: | PRIMERA | FECHA: | 25/noviembre/2019 |

| | |
|----------|--|
| Examen: | |
| Lección: | |
| Quiz: | |
| Deber: | |
| Total: | |

COMPROMISO DE HONOR

Yo, al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o esferográfico; que solamente puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma: _____ NÚMERO DE MATRÍCULA: _____ PARALELO: _____

1. (13 PUNTOS) Obtenga la EXPRESIÓN SIMPLIFICADA para $\frac{dy}{dx}$ en cada literal:

(a) (2 PUNTOS) $y = x^2 \ln(x)$; $x > 0$

(b) (2 PUNTOS) $y = e^{\sin^2(x)}$; $x \in \mathbb{R}$

(c) (3 PUNTOS) $y = x^{x^2}; x > 0$

(d) (3 PUNTOS) $\begin{cases} x(t) = 2t^3 \\ y(t) = t^2 - 1 \end{cases}; t > 0$

(e) (3 PUNTOS) $\log_2\left(\frac{x}{y}\right) = 2; (x > 0) \wedge (y > 0)$

2. (6 PUNTOS) Especifique el TIPO DE INDETERMINACIÓN y luego CALCULE:

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^{-1}(e^{3x} - e^{-5x})$$

3. (5 PUNTOS) Dada la función $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 1 - 2x$. ¿Cuál debe ser el intervalo de la variable independiente x para que $f(x)$ esté en la vecindad del número 3 en un entorno con centro incluido cuyo radio sea menor que 0.1?
- (a) (3 PUNTOS) Elabore una representación gráfica de esta situación en el plano cartesiano.
- (b) (2 PUNTOS) Describa simbólicamente esta situación, aplicando la definición de límite.

4. (6 PUNTOS) Considere la función $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$. Justificando su procedimiento, demuestre que la proposición dada es VERDADERA:

“Si $f(x) = 4 \operatorname{sen}(x) + 7 \operatorname{cos}(x)$, entonces $f^{(119)}(x) = 7 \operatorname{sen}(x) - 4 \operatorname{cos}(x)$.”

5. (7 PUNTOS) Construya la gráfica de una función de variable real f que satisfaga todas y cada una de las siguientes condiciones:

- $\text{dom } f = [-2, 2]$
- $f(-2) = f(-1) = f(1) = f(2) = 1$
- f es discontinua en $(x = -1) \vee (x = 1)$.
- f es continua por la derecha en $(x = -1)$ y es continua por la izquierda en $(x = 1)$.
- f es estrictamente decreciente en el intervalo $(0, 1]$.
- $\text{rg } f = [1, 2]$
- f es par.

6. (5 PUNTOS) Dada la función $f: [\sqrt[3]{-3}, +\infty) \mapsto \mathbb{R}$ tal que:

$$f(x) = \sqrt{2 + \sqrt{3 + x^3}}$$

Calcule $f'(1)$.

7. (8 PUNTOS) Determine la ECUACIÓN DE LA RECTA TANGENTE y la ECUACIÓN DE LA RECTA NORMAL, cuando $x = 3$, para la función definida por:

$$y = \frac{x^2 - 10}{x^2 - 8} ; |x| \neq 2\sqrt{2}$$