

**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

|                    |                         |                  |                   |
|--------------------|-------------------------|------------------|-------------------|
| <b>AÑO:</b>        | 2019                    | <b>PERÍODO:</b>  | SEGUNDO TÉRMINO   |
| <b>MATERIA:</b>    | Cálculo de una variable | <b>PROFESOR:</b> |                   |
| <b>EVALUACIÓN:</b> | PRIMERA                 | <b>FECHA:</b>    | 25/noviembre/2019 |

|          |  |
|----------|--|
| Examen:  |  |
| Lección: |  |
| Quiz:    |  |
| Deber:   |  |
| Total:   |  |

**COMPROMISO DE HONOR**

Yo, ..... al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o esferográfico; que solamente puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

**Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.**

"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".

Firma: \_\_\_\_\_ NÚMERO DE MATRÍCULA: \_\_\_\_\_ PARALELO: \_\_\_\_\_

1. (13 PUNTOS) Obtenga la EXPRESIÓN SIMPLIFICADA para  $\frac{dy}{dx}$  en cada literal:

(a) (2 PUNTOS)  $y = x^2 \ln(x)$ ;  $x > 0$

(b) (2 PUNTOS)  $y = e^{\sin^2(x)}$ ;  $x \in \mathbb{R}$

(c) (3 PUNTOS)  $y = x^{x^2}; x > 0$

(d) (3 PUNTOS)  $\begin{cases} x(t) = 2t^3 \\ y(t) = t^2 - 1 \end{cases}; t > 0$

(e) (3 PUNTOS)  $\log_2\left(\frac{x}{y}\right) = 2; (x > 0) \wedge (y > 0)$

2. (6 PUNTOS) Especifique el TIPO DE INDETERMINACIÓN y luego CALCULE:

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^{-1}(e^{3x} - e^{-5x})$$

3. (5 PUNTOS) Dada la función  $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  tal que  $f(x) = 1 - 2x$ . ¿Cuál debe ser el intervalo de la variable independiente  $x$  para que  $f(x)$  esté en la vecindad del número 3 en un entorno con centro incluido cuyo radio sea menor que 0.1?
- (a) (3 PUNTOS) Elabore una representación gráfica de esta situación en el plano cartesiano.
- (b) (2 PUNTOS) Describa simbólicamente esta situación, aplicando la definición de límite.

4. (6 PUNTOS) Considere la función  $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ . Justificando su procedimiento, demuestre que la proposición dada es VERDADERA:

*“Si  $f(x) = 4 \operatorname{sen}(x) + 7 \operatorname{cos}(x)$ , entonces  $f^{(119)}(x) = 7 \operatorname{sen}(x) - 4 \operatorname{cos}(x)$ .”*

5. (7 PUNTOS) Construya la gráfica de una función de variable real  $f$  que satisfaga todas y cada una de las siguientes condiciones:

- $\text{dom } f = [-2, 2]$
- $f(-2) = f(-1) = f(1) = f(2) = 1$
- $f$  es discontinua en  $(x = -1) \vee (x = 1)$ .
- $f$  es continua por la derecha en  $(x = -1)$  y es continua por la izquierda en  $(x = 1)$ .
- $f$  es estrictamente decreciente en el intervalo  $(0, 1]$ .
- $\text{rg } f = [1, 2]$
- $f$  es par.

6. (5 PUNTOS) Dada la función  $f: [\sqrt[3]{-3}, +\infty) \mapsto \mathbb{R}$  tal que:

$$f(x) = \sqrt{2 + \sqrt{3 + x^3}}$$

Calcule  $f'(1)$ .

7. (8 PUNTOS) Determine la ECUACIÓN DE LA RECTA TANGENTE y la ECUACIÓN DE LA RECTA NORMAL, cuando  $x = 3$ , para la función definida por:

$$y = \frac{x^2 - 10}{x^2 - 8} ; |x| \neq 2\sqrt{2}$$