

Microeconomía I

Profesor: Daniel E. Lemus Sares

Examen Parcial - Resolución

Fecha: 16-julio-2020

Paralelo: 2

- Las respuestas a las preguntas de opción múltiple, verdadero o falso y asociación de conceptos, las pueden revisar directamente en el Sidweb.
- Si las preferencias de un individuo están dadas por:

$$U(x, y) = x^a y^b$$

Indique el valor de la utilidad del individuo para valores dados de a , b , x y y , si se aplica la transformación monótonica $V = \ln(U)$.

$$V = \ln(U)$$

$$V(x, y) = \ln [U(x, y)]$$

$$V(x, y) = \ln (x^a y^b)$$

$$V(x, y) = a \ln x + b \ln y$$

Posibles respuestas

a	b	x	y	Respuesta
0.60	0.60	743	1,197	8.22
0.40	0.30	604	1,063	4.65
0.70	0.70	524	1,173	9.33
0.60	0.50	653	1,174	7.42
0.50	0.40	604	1,062	5.99
0.40	0.50	601	1,137	6.08
0.80	0.50	630	1,037	8.63
0.40	0.60	567	1,045	6.71
0.20	0.40	509	1,150	4.07
0.30	0.60	599	1,036	6.08
0.60	0.30	709	1,091	6.04
0.70	0.30	513	1,033	6.45
0.80	0.40	588	1,107	7.91
0.60	0.20	530	1,129	5.17
0.30	0.40	710	1,060	4.76
0.70	0.40	751	1,135	7.45
0.50	0.70	568	1,050	8.04
0.30	0.60	758	1,168	6.23
0.30	0.20	514	1,101	3.27
0.50	0.70	629	1,030	8.08

3. Sea un individuo con función de utilidad

$$U(x, y) = \frac{x}{400} + \ln(y) \quad (1)$$

y restricción presupuestaria dada por $xP_x + yP_y = I$, donde los precios e ingresos se encuentran expresados en dólares, x y y en unidades.

Problema del consumidor:

$$\max_{x,y} U(x, y) = \frac{x}{400} + \ln(y)$$

$$\text{s.a.} \quad xP_x + yP_y = I$$

Lagrangiano:

$$\mathcal{L} = \frac{x}{400} + \ln(y) + \lambda(I - xP_x - yP_y)$$

Condiciones de primer orden para un óptimo:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = \frac{1}{400} - \lambda P_x = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{400} = \lambda P_x \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = \frac{1}{y} - \lambda P_y = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{y} = \lambda P_y \quad (3)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = I - xP_x - yP_y = 0 \quad \Rightarrow \quad xP_x + yP_y = I \quad (4)$$

De (2) y (3) se obtiene:

$$\text{TMS} = \frac{P_x}{P_y} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{y}{400} = \frac{P_x}{P_y} \quad (5)$$

De (5) se puede obtener la función de demanda marshalliana de y , así:

$$\boxed{y^m(P_x, P_y, I) = 400 \frac{P_x}{P_y}} \quad (6)$$

sustituyendo (6) en la recta presupuestaria (4) se obtiene

$$xP_x + \left(400 \frac{P_x}{P_y}\right) P_y = I \quad \Rightarrow \quad xP_x + 400P_x = I \quad \Rightarrow \quad x + 400 = \frac{I}{P_x}$$

encontrando finalmente la demanda marshalliana de x

$$\boxed{x^m(P_x, P_y, I) = \frac{I}{P_x} - 400} \quad (7)$$

Nota: Estos resultados, y todo lo que se obtendrá a continuación es válido siempre y cuando $\frac{I}{P_x} \geq 400$. De otro modo tendríamos una solución de esquina con $x^m = 0$

Función de utilidad indirecta:

Reemplazando las demandas marshallianas en la función de utilidad, se obtiene la función de utilidad indirecta. Es decir, (7) y (6) en (1)

$$\begin{aligned}
 V(P_x, P_y, I) &= U(x^m, y^m) \\
 &= \frac{1}{400} \left(\frac{I}{P_x} - 400 \right) + \ln \left(400 \frac{P_x}{P_y} \right) \\
 \boxed{V(P_x, P_y, I) &= \frac{I}{400P_x} - 1 + \ln \left(400 \frac{P_x}{P_y} \right)} \tag{8}
 \end{aligned}$$

Función de Gasto: Sustituyendo I por E , V por \bar{U} y despejando, se obtiene la función de gasto.

$$\begin{aligned}
 \bar{U} &= \frac{E(P_x, P_y, \bar{U})}{400P_x} - 1 + \ln \left(400 \frac{P_x}{P_y} \right) \\
 \Rightarrow \frac{E(P_x, P_y, \bar{U})}{400P_x} &= \bar{U} + 1 - \ln \left(400 \frac{P_x}{P_y} \right) \\
 \Rightarrow \boxed{E(P_x, P_y, \bar{U}) &= 400P_x \left[\bar{U} + 1 - \ln \left(400 \frac{P_x}{P_y} \right) \right]} \tag{9}
 \end{aligned}$$

Aplicando el Lema de Shepard, se pueden recuperar las **funciones de demanda hicksiana:**

$$\begin{aligned}
 x^h(P_x, P_y, \bar{U}) &= \frac{\partial E(\cdot)}{\partial P_x} \\
 &= 400P_x \left[- \left(\frac{400}{400 \frac{P_x}{P_y}} \right) \right] + 400 \left[\bar{U} + 1 - \ln \left(400 \frac{P_x}{P_y} \right) \right] \\
 &= 400 \left[-1 + \bar{U} + 1 - \ln \left(400 \frac{P_x}{P_y} \right) \right] \\
 \boxed{x^h(P_x, P_y, \bar{U}) &= 400 \left[\bar{U} - \ln \left(400 \frac{P_x}{P_y} \right) \right]} \tag{10}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y^h(P_x, P_y, \bar{U}) &= \frac{\partial E(\cdot)}{\partial P_y} \\
 &= 400P_x \left[- \left(\frac{-\frac{400P_x}{P_y^2}}{400 \frac{P_x}{P_y}} \right) \right] \\
 \boxed{y^h(P_x, P_y, \bar{U}) &= 400 \frac{P_x}{P_y}} \tag{11}
 \end{aligned}$$

Cálculos de elasticidades de la demanda

Elasticidad Precio Cruzado de la demanda de y :

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_{y,P_x} &= \frac{\partial y^m(\cdot)}{\partial P_x} \frac{P_x}{y^m(\cdot)} \\ &= \frac{400}{P_y} \frac{P_x}{\left(400 \frac{P_x}{P_y}\right)}\end{aligned}$$

$\mathcal{E}_{y,P_x} = 1$

(12)

Elasticidad Ingreso de x :

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_{x,I} &= \frac{\partial x^m(\cdot)}{\partial I} \frac{I}{x^m(\cdot)} \\ &= \frac{1}{P_x} \frac{I}{\left(\frac{I}{P_x} - 400\right)}\end{aligned}$$

$\mathcal{E}_{x,I} = \frac{I}{(I - 400P_x)}$

(13)

Elasticidad Ingreso de y :

$$\mathcal{E}_{y,I} = \frac{\partial y^m(\cdot)}{\partial I} \frac{I}{y^m(\cdot)}$$

$\mathcal{E}_{y,I} = 0$

(14)

Cálculos relacionados con una subida del precio de x de P_x^0 a P_x^1 :

Se establece que:

$$\bar{U}_0 = V(P_x^0, P_y, I) = \frac{I}{400P_x^0} - 1 + \ln\left(400 \frac{P_x^0}{P_y}\right)$$
 (15)

$$\bar{U}_1 = V(P_x^1, P_y, I) = \frac{I}{400P_x^1} - 1 + \ln\left(400 \frac{P_x^1}{P_y}\right)$$
 (16)

entonces, el **Efecto Sustitución** será:

$$\begin{aligned}\text{ES} &= x^h(P_x^1, P_y, \bar{U}_0) - x^m(P_x^0, P_y, I) \\ &= 400 \left[\bar{U}_0 - \ln\left(400 \frac{P_x^1}{P_y}\right) \right] - \left(\frac{I}{P_x^0} - 400 \right)\end{aligned}$$

$\text{ES} = 400 \left[\bar{U}_0 + 1 - \ln\left(400 \frac{P_x^1}{P_y}\right) \right] - \frac{I}{P_x^0}$

(17)

y el **Efecto Renta:**

$$\begin{aligned}
 ER &= x^m(P_x^1, P_y, I) - x^h(P_x^1, P_y, \bar{U}_0) \\
 &= \left(\frac{I}{P_x^1} - 400 \right) - 400 \left[\bar{U}_0 - \ln \left(400 \frac{P_x^1}{P_y} \right) \right] \\
 \boxed{ER &= \frac{I}{P_x^1} - 400 \left[\bar{U}_0 + 1 - \ln \left(400 \frac{P_x^1}{P_y} \right) \right]} & (18)
 \end{aligned}$$

La **Variación Compensadora:**

$$\begin{aligned}
 VC &= E(P_x^1, P_y, \bar{U}_0) - I \\
 \boxed{VC &= 400P_x^1 \left[\bar{U}_0 + 1 - \ln \left(400 \frac{P_x^1}{P_y} \right) \right] - I} & (19)
 \end{aligned}$$

La **Variación Equivalente:**

$$\begin{aligned}
 VE &= I - E(P_x^0, P_y, \bar{U}_1) \\
 \boxed{VE &= I - 400P_x^0 \left[\bar{U}_1 + 1 - \ln \left(400 \frac{P_x^0}{P_y} \right) \right]} & (20)
 \end{aligned}$$

a) ¿Cuántas unidades de y consumirá la persona para valores dados de I , P_x y P_y ?

(aproxime a dos decimales)

Posibles respuestas utilizando el resultado de la ecuación (6)

I	P_x	P_y	Respuesta
10,144	11	15	293.33
11,202	12	12	400.00
13,520	12	14	342.86
14,082	15	13	461.54
14,958	15	14	428.57
11,951	14	13	430.77
12,368	11	14	314.29
12,177	14	11	509.09
12,990	11	12	366.67
14,501	11	14	314.29
12,633	14	14	400.00
14,908	14	14	400.00

b) ¿Cuántas unidades de x consumirá la persona para valores dados de I , P_x y P_y ?

(aproxime a dos decimales)

Posibles respuestas utilizando el resultado de la ecuación (7)

I	P_x	P_y	Respuesta
14,150	11	13	886.36
12,202	12	11	616.83
13,883	11	11	862.09
13,727	10	13	972.70
13,054	14	11	532.43
12,556	14	15	496.86
13,726	14	12	580.43
12,094	12	11	607.83
10,013	10	10	601.30
14,129	12	10	777.42
12,904	10	9	890.40
14,111	13	13	685.46
12,938	15	8	462.53
14,215	13	13	693.46
14,219	11	11	892.64
10,092	13	14	376.31
14,595	13	15	722.69
10,694	11	9	572.18
13,134	14	12	538.14
11,958	12	9	596.50

- c) Para valores dados de P_x y P_y ¿Cuál es el nivel de renta mínimo que necesitaría el individuo para alcanzar un nivel de utilidad de \bar{U} ?

(aproxime el resultado a 2 decimales)

Utilizando la función de gasto mínimo descrita en (9), las posibles respuestas son las siguientes

P_x	P_y	\bar{U}	Respuesta
11	14	15	45,098.67
9	14	18	48,421.33
12	14	17	58,380.89
10	11	12	28,415.38
10	13	16	45,083.60
9	11	14	33,153.14
11	10	20	65,618.19
13	11	19	71,975.70
13	13	14	46,844.38
10	12	15	40,763.43
14	11	19	77,097.29
13	15	12	37,188.51
8	14	16	37,018.08
12	14	17	58,380.89
9	13	18	48,154.54

- d) Para valores dados de I y P_y , si el precio de x sube de P_x^0 a P_x^1 , indique cuanto es el efecto sustitución producto de esta variación de precios (aproxime a dos decimales)

Posibles respuestas utilizando el resultado de las ecuaciones (15) y (17)

I	P_x^0	P_y	P_x^1	U_0	Respuesta
10,716	9	13	14	7.60	-176.73
12,787	9	11	13	8.34	-147.09
13,845	8	14	12	8.76	-162.19
11,078	8	10	14	8.23	-223.85
12,176	9	11	15	8.17	-204.33
14,168	10	12	14	8.35	-134.59
14,776	9	11	14	8.90	-176.73
10,381	9	13	13	7.51	-147.09
12,349	9	12	14	8.13	-176.73
10,661	9	12	12	7.67	-115.07
14,215	9	15	15	8.43	-204.33
12,410	9	10	11	8.33	-80.27
10,538	9	14	15	7.48	-204.33
12,208	9	12	11	8.09	-80.27
10,357	9	11	12	7.67	-115.07

- e) Para valores dados de I y P_y , si el precio de x sube de P_x^0 a P_x^1 , indique cuanto es el efecto renta producto de esta variación de precios (aproxime a dos decimales)

Posibles respuestas utilizando el resultado de las ecuaciones (15) y (18)

I	P_x^0	P_y	P_x^1	U_0	Respuesta
13,952	10	10	13	8.48	-217.02
13,479	8	12	14	8.80	-498.24
10,213	10	15	15	7.14	-178.25
11,058	9	15	14	7.55	-262.08
13,301	9	15	13	8.18	-307.65
14,583	10	12	11	8.45	-94.45
13,515	9	11	14	8.54	-359.58
13,059	8	11	12	8.75	-381.94
10,084	9	12	12	7.50	-165.04
13,158	9	13	14	8.28	-345.41
14,690	10	14	13	8.33	-234.05
10,360	9	15	13	7.36	-207.10
14,256	9	10	12	8.85	-280.93
12,155	8	12	13	8.38	-390.17
11,376	9	12	13	7.86	-241.83
14,700	9	12	15	8.79	-449.00
13,593	10	13	12	8.13	-153.62
13,058	8	10	11	8.85	-317.78

14,596	8	12	13	9.15	-507.53
14,294	9	13	12	8.59	-281.98

f) Para valores dados de I y P_y , si el precio de x sube de P_x^0 a P_x^1 ¿En cuantos dólares hay que compensar al individuo para que pueda mantener su nivel de bienestar?

Aproxime a dos decimales

Variación Compensadora. Posibles respuestas utilizando el resultado de las ecuaciones (15) y (19)

I	P_x^0	P_y	P_x^1	U_0	Respuesta
12,778	9	14	13	8.10	3,766.94
13,449	10	13	14	8.09	3,495.36
11,623	9	12	13	7.93	3,253.61
10,908	8	10	14	8.18	5,047.15
12,818	8	12	12	8.59	4,462.77
11,585	9	15	13	7.70	3,236.72
11,940	9	14	13	7.87	3,394.50
10,390	8	15	13	7.61	3,969.11
13,320	10	14	13	7.98	2,631.71
12,124	10	11	12	7.93	1,549.66
10,967	10	13	11	7.47	677.34
13,207	8	13	15	8.63	7,784.47
12,809	8	12	11	8.59	3,402.18
13,171	9	13	14	8.28	4,842.96
13,719	10	13	11	8.16	952.54

g) Para valores dados de I y P_y , si el precio de x sube de P_x^0 a P_x^1 ¿Qué cantidad de renta se le debería quitar al individuo para que su nivel de bienestar sea el mismo que el que resulta de incrementar el precio de x ?

(aproximar a 2 decimales)

Variación Equivalente. Posibles respuestas utilizando el resultado de las ecuaciones (16) y (20)

I	P_x^0	P_y	P_x^1	U_1	Respuesta
12,353	10	15	13	7.22	1,801.24
13,336	9	13	14	7.45	3,172.26
12,226	9	11	14	7.42	2,775.83
14,810	8	13	14	7.71	4,556.37
13,787	10	11	14	7.69	2,593.25
14,558	9	11	12	8.11	2,603.84
11,380	10	10	14	7.36	1,905.54
12,788	9	15	13	7.31	2,610.96
11,008	8	13	14	7.03	2,926.94
10,820	9	14	14	6.92	2,273.69
13,345	10	14	11	7.78	831.94

12,833	8	13	13	7.46	3,382.14
10,075	9	11	13	7.10	1,776.19
12,882	8	14	15	7.21	4,000.05
11,861	10	13	14	7.18	2,042.97

h) Si $I = 14563$, $P_x = 11$, $P_y = 13$, la elasticidad precio cruzado de la demanda de y es

Utilizando (12) se deduce que $\mathcal{E}_{y,P_x} = 1$

i) Para valores dados de I , P_x y P_y ¿Cuál es la elasticidad ingreso de la demanda de x en ese punto?

(aproximar a dos decimales)

Utilizando (13) se obtienen las posibles respuestas

I	P_x	P_y	Respuesta
10,788	11	14	1.69
13,662	9	14	1.36
10,372	12	12	1.86
13,731	12	12	1.54
14,470	10	13	1.38
11,443	14	12	1.96
14,924	9	12	1.32
12,604	11	12	1.54
12,904	9	11	1.39
10,108	11	12	1.77
11,512	8	14	1.38
10,605	12	12	1.83
11,578	10	12	1.53
14,006	13	14	1.59
14,610	11	15	1.43

j) Si $I = 13081$, $P_x = 9$ y $P_y = 13$ ¿Cuál es la elasticidad ingreso de la demanda de Y en este punto?

Revisando la ecuación (14), se deduce que $\mathcal{E}_{y,I} = 0$

4. En un mundo de dos bienes x y y , la cesta de consumo de equilibrio de un individuo está dada por x^* y y^* cuando los precios de mercado de los bienes son $P_x = 50$ y $P_y = 75$

Se conoce que si el precio de x se incrementa a P'_x USD/un. la demanda del bien caera a 85 unidades.

¿En que porcentaje se incrementará el gasto de y ?

(responda en tantos por ciento, sin incluir el signo %): (----) %

El gasto en y está dado por

$$E_y = yP_y$$

Se observa a continuación que la elasticidad gasto de y respecto a P_x es igual a la elasticidad precio cruzado de la demanda de y .

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_{E_y, P_x} &= \frac{\partial E_y}{\partial P_x} \frac{P_x}{E_y} = \frac{\partial (yP_y)}{\partial P_x} \frac{P_x}{yP_y} \\ \Rightarrow \mathcal{E}_{E_y, P_x} &= P_y \frac{\partial y}{\partial P_x} \frac{P_x}{yP_y} = \frac{\partial y}{\partial P_x} \frac{P_x}{y} \\ \Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_{E_y, P_x} = \mathcal{E}_{y, P_x}}\end{aligned}\quad (1)$$

Para encontrar el valor de \mathcal{E}_{E_y, P_x} se puede recurrir a la Agregación de Cournot

$$S_x \mathcal{E}_{x, P_x} + S_y \mathcal{E}_{y, P_x} = -S_x$$

despejando se tiene

$$\begin{aligned}S_y \mathcal{E}_{y, P_x} &= -S_x - S_x \mathcal{E}_{x, P_x} \\ \boxed{\mathcal{E}_{y, P_x} = -\frac{S_x}{S_y} (1 + \mathcal{E}_{x, P_x})}\end{aligned}\quad (2)$$

La información para S_x , S_y y \mathcal{E}_{x, P_x} es posible calcularla

$$\begin{aligned}I &= x^* P_x + y^* P_y \\ \Rightarrow I &= 50x^* + 75y^*\end{aligned}\quad (3)$$

$$\begin{aligned}S_x &= \frac{x^* P_x}{I} \\ \Rightarrow \boxed{S_x = \frac{50x^*}{50x^* + 75y^*}}\end{aligned}\quad (4)$$

$$\begin{aligned}S_y &= \frac{y^* P_y}{I} \\ \Rightarrow \boxed{S_y = \frac{75y^*}{50x^* + 75y^*}}\end{aligned}\quad (5)$$

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_{x, P_x} &= \frac{\% \Delta x}{\% \Delta P_x} = \frac{\left(\frac{x^{**} - x^*}{x^*}\right)}{\left(\frac{P'_x - P_x}{P_x}\right)} = \frac{\left(\frac{85 - x^*}{x^*}\right)}{\left(\frac{P'_x - 50}{50}\right)} \\ \Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_{x, P_x} = \left(\frac{85 - x^*}{P'_x - 50}\right) \left(\frac{50}{x^*}\right)}\end{aligned}\quad (6)$$

A continuación, utilizando (1) y reemplazando (4), (5) y (6) en (2), se obtiene la ecuación necesaria para calcular \mathcal{E}_{E_y, P_x}

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{E_y, P_x} &= \mathcal{E}_{y, P_x} \\ \mathcal{E}_{E_y, P_x} &= - \left[\frac{\left(\frac{50x^*}{50x^* + 75y^*} \right)}{\left(\frac{75y^*}{50x^* + 75y^*} \right)} \right] \left[1 + \left(\frac{85 - x^*}{P'_x - 50} \right) \left(\frac{50}{x^*} \right) \right] \\ \Rightarrow \quad \mathcal{E}_{E_y, P_x} &= - \frac{2x^*}{3y^*} \left[1 + \left(\frac{85 - x^*}{P'_x - 50} \right) \left(\frac{50}{x^*} \right) \right] \end{aligned} \quad (7)$$

La expresión anterior indica porcentaje de cambio en E_y si P_x varía en 1%. Sin embargo, en el ejercicio el precio ha variado en

$$\% \Delta P_x = 100 \left(\frac{P'_x - 50}{50} \right) \% \quad (8)$$

Así, la variación porcentual del gasto en y producto de la variación del precio está dada por

$$\begin{aligned} \% \Delta E_y &= \% \Delta P_x \cdot \mathcal{E}_{E_y, P_x} \\ &= 100 \left(\frac{P'_x - 50}{50} \right) \left\{ - \frac{2x^*}{3y^*} \left[1 + \left(\frac{85 - x^*}{P'_x - 50} \right) \left(\frac{50}{x^*} \right) \right] \right\} \% \\ &= -100 \left(\frac{P'_x - 50}{75} \right) \left(\frac{x^*}{y^*} \right) \left[1 + \left(\frac{85 - x^*}{P'_x - 50} \right) \left(\frac{50}{x^*} \right) \right] \% \\ \% \Delta E_y &= - \frac{100}{y^*} \left[\frac{x^*}{75} (P'_x - 50) + \frac{2}{3} (85 - x^*) \right] \% \end{aligned} \quad (9)$$

Por lo tanto, las posibles respuestas son

x^*	y^*	P'_x	Respuesta
109	258	54	3.95 %
119	398	54	4.10 %
104	369	60	-0.33 %
101	241	63	-2.84 %
109	291	59	1.00 %
113	301	59	1.70 %
119	249	56	5.28 %
102	356	56	0.89 %
117	253	59	2.88 %

117	277	65	-0.75 %
109	294	58	1.49 %
106	361	58	0.75 %
109	381	58	1.15 %
116	266	64	-0.37 %
118	326	65	-0.49 %
118	309	66	-1.03 %
110	210	63	-1.14 %
116	275	54	5.27 %
105	351	57	1.01 %
118	213	59	3.68 %
101	340	56	0.76 %
107	258	63	-1.50 %
118	339	60	1.85 %
105	393	61	-0.53 %
104	203	54	3.51 %
108	200	62	-0.97 %
101	256	57	0.48 %
114	294	55	3.99 %
114	265	60	1.56 %
112	277	65	-1.59 %