ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

AÑO: 2020 - 2021	**PERIODO ACADÉMICO ORDINARIO 1**
MATERIA: ECUACIONES DIFERENCIALES **COORDINADOR:** Antonio Chong Escobar	**PROFESORES:** **Paralelos 01 y 02:** Antonio Chong Escobar; **Paralelos 03, 04 y 06:** Hernando Sánchez Caicedo; **Paralelos 07 y 08:** Joseph Páez Chávez.
EVALUACIÓN: TERCERA	**FECHA:** 21 DE SEPTIEMBRE DE 2020

COMPONENTE TEÓRICO	
TOTAL (de 100 Puntos)	

COMPROMISO DE HONOR

Como estudiante de la asignatura, reconozco que en la presente evaluación:

1) debo **ubicar la cámara de mi dispositivo**, como laptop o tablet, de forma que los profesores encargados de la evaluación tengan una visión panorámica de mi persona, las hojas en las que voy a desarrollar los temas y los apuntes que utilizaré durante la evaluación. Además, tendré **suficiente iluminación** para que mi rostro sea visible. **En el caso de que no ubique mi cámara correctamente o mi rostro no sea visible**, tendré una penalización del 100% de la calificación de la evaluación.
2) **estoy autorizado a comunicarme sólo con** los profesores responsables de la recepción de la evaluación.
3) el uso de **teléfono celular sólo es permitido para** tomar fotos de mis resoluciones escritas a mano que subiré a la plataforma establecida por el profesor de la asignatura en los formatos requeridos.
4) debo **resolver la evaluación de manera individual**, sin consultar con alguna otra persona de forma presencial o a través de un instrumento de comunicación, como un teléfono celular.
5) **no debo usar** gafas, relojes, gorras, ni audífonos.
6) **estoy autorizado a consultar sólo en** libros, notas o apuntes que posea en versión física.
7) **no debo usar calculadora**, ni cualquier otro instrumento para hacer cálculos como laptops o tablets.
8) **los temas los debo desarrollar de manera** ordenada y clara, siguiendo todos los lineamientos establecidos por el profesor.

Para que el examen del estudiante sea calificado:

Antes de iniciar el examen, el estudiante debe escribir a mano la siguiente **ACEPTACIÓN DEL COMPROMISO DE HONOR**, completarla, tomarle una foto en disposición vertical, convertirla en pdf, y enviarla a través de la plataforma indicada por el profesor como un archivo con el nombre:

Paralelo ## Primer Apellido Primer Nombre Ex3 CH

ACEPTACIÓN DEL COMPROMISO DE HONOR
del examen de la 3era evaluación de Ecuaciones Diferenciales (2020-1)

Fecha: lunes 21 de septiembre de 2020

Yo,____,

firmo a continuación, como constancia de haber leído y aceptado todos los 8 items del compromiso de honor.

"Como estudiante de la ESPOL **me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad**, por eso no copio ni dejo copiar".

FIRMA: ________________ **NÚMERO DE MATRÍCULA:** ________________ **PARALELO:** ___

Ubicar aquí una identificación que tenga su foto, como cédula, carné ESPOL o licencia de conducir, para proceder a tomar la foto de la aceptación del compromiso de honor.

VERSIÓN 1 DEL EXAMEN
(EVALUADA A LOS PARALELOS 01 Y 02 DEL PROFESOR ANTONIO CHONG ESCOBAR)

(Por cada tema, debe enviar al email del profesor un archivo con el desarrollo a mano hasta la hora establecida.)

Parte A
Literal a (20 Puntos)
Determine la serie de Maclaurin de $g(x) = e^{-x^3}$, usando la serie de Maclaurin conocida de $f(x) = e^x$. Luego, obtenga la serie de Maclaurin para $h(y) = \int_0^y e^{-x^3} dx$ y determine su intervalo de convergencia. Como parte final, usando el criterio de las series alternadas determine $h(1)$ con un error menor que 0.04.

Literal b (20 Puntos)
Suponga que se deposita una suma A en un banco que paga un interés a una tasa anual r, compuesto continuamente. Determine el tiempo necesario t para duplicar el valor de la suma original en función de la tasa de interés r. Luego, obtenga t si r es igual a 9%. Finalmente, determine la tasa de interés que debe pagarse si la inversión inicial debe triplicarse en 10 años.

Parte B
Literal a (15 Puntos)
Halle la solución general de la ecuación diferencial ordinaria $\frac{d^6y}{dx^6} - 64y = 1 - e^{5x}$.

Literal b (25 Puntos)
Se conoce que en un sistema masa-resorte-amortiguador suspendido desde un punto fijo con movimiento uni-dimensional el resorte se estira 5 cm cuando se le adhiere un cuerpo que pesa $2N$. Para analizar el movimiento oscilatorio de este sistema, considere que se desprecia la amortiguación y que el cuerpo parte con una velocidad de $2m/s$ hacia abajo a 3 cm por debajo de su posición de equilibrio. Además, considere que a los 6 y 12 segundos el cuerpo recibe un golpe hacia abajo de forma instantánea, los cuales ejercen una fuerza de $4N$ y $8N$, respectivamente. Determine la ecuación del movimiento del cuerpo con un sistema de referencia que considere el signo positivo hacia arriba, y también determine la posición del cuerpo en los tiempos 3, 9 y 15 segundos (use el valor de la fuerza de la gravedad igual a $10m/s^2$).

Parte C (20 Puntos)
Haciendo uso del método de los valores y vectores propios, determine 2 soluciones vectoriales linealmente independientes para el sistema:

$$\begin{bmatrix} v'(t) \\ w'(t) \\ z'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v(t) \\ 2v(t) - w(t) \\ v(t) + w(t) + z(t) \end{bmatrix}.$$

VERSIÓN 2 DEL EXAMEN
(EVALUADA AL PARALELO 03 DEL PROFESOR HERNANDO SÁNCHEZ CAICEDO)

PARTE 1

1) Analice la convergencia o divergencia de la sucesión $\{a_n\}$ donde $a_n = e^{-n}sen(n)$.

2) Analice la convergencia o divergencia de la serie: $\sum_{k=1}^{\infty} ksen\left(\frac{1}{2k}\right)$.

3) Suponga una gota de lluvia esférica se evapora con una rapidez proporcional a su área superficial. Si originalmente su radio mide 3 mm y media hora después se ha reducido hasta 2 mm, encuentre una expresión para calcular el radio de la gota de lluvia en cualquier instante y calcule su radio en una hora. (Muestre todo el proceso de solución)

PARTE 2

4) Para la ecuación diferencial $y'' - y = 0$ identifique la (o las) funciones que son solución.

a.- e^x b.- e^{-x} c.- $\cosh(x)$ d.- cos(x)

5) Determine el intervalo donde, con certeza, el problema tiene solución:

$$y' = senx - (tanx)y \qquad y(\pi) = 0$$

a.- $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ b.- $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ c.- $0 < x < \pi$ d.- $0 < x < \infty$

6) Para la ecuación diferencial, indique los valores de a y b para que sea diferencial exacta:

$$(xy^2 + bx^2y)dx + a(x+y)x^2dy = 0$$

a.- $a = 1 \quad b = 3$ b.- $a = x \quad b = 3$ c.- $a = 1 \quad b = 3x$ d.- $a = 3 \quad b = 1$

7) Si el wronskiano W(f,g)=K entonces a que será igual el wronskiano W(u,v) donde:

$$u = f - 3g \quad y \quad v = 3f + g$$

a.- 10 K b.- 5 K c.- 2 K d.- K-5

8) Para la ecuación diferencial, y_1 y y_2 son dos soluciones linealmente independientes. Si el wronskiano de las soluciones en x=1 es igual a $W(1) = 2$, ¿Cuál será su valor en x=2?

$$xy'' + 2y' + xe^xy = 0$$

a.- W(2)=1/2 b.- W(2)=4 c.- W(2)=25 d.- W(2)=2/25

9) Encuentre una solución particular para la ecuación: $y''' - y'' + y' - y = 4e^x$.

a.- $y = 2xe^x$ b.- $y = xe^x + \frac{e^x}{2}$ c.- $y = (x+1)e^x$ d.- $y = xe^x + xe^{-x}$

10) Al encontrar la solución en serie alrededor de cada punto x_0, para la ecuación diferencial, determine una cota inferior para el radio de convergencia de cada serie:

$$(x^2 - 2x - 3)y'' + 5y' + 4xy = 0 \qquad x_0 = 0 \qquad x_0 = 4$$

a.- $R = 3 \;\; |x| < 3, \;\; R = 1 \;\; |x-4| < 1$ b.- $R = 5 \;\; |x| < 5, \;\; R = 3 \;\; |x-4| < 3$

c.- $R = 1 \;\; |x| < 1, \;\; R = 3 \;\; |x-4| < 3$ d.- $R = 5 \;\; |x| < 5, \;\; R = 2 \;\; |x-4| < 2$

11) ¿Cuál será la transformada de Laplace de la función $f(t) = \int_0^t (t-\tau)^2 cos2\tau d\tau$?

a.- $F(s) = \frac{2}{s^2(s^2+2)}$ b.- $F(s) = \frac{2s+1}{(s^2+2)}$ c.- $F(s) = \frac{2s^2}{(s^2+2)}$ d.- $F(s) = \frac{2s}{(s^2+2)}$

12) Encuentre la solución para $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ del sistema siguiente: $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}\mathbf{x}$.

a.- $x_1 = c_1e^{-3t} + c_2e^{-t} \quad x_2 = -c_1e^{-3t} + c_2e^{-t}$ b.- $x_1 = 3c_1e^{-3t} - c_2e^{-t} \quad x_2 = c_1e^{-3t} - 3c_2e^{-t}$

c.- $x_1 = c_1e^{t} + 2c_2e^{-2t} \quad x_2 = 2c_1e^{t} + c_2e^{-2t}$ d.- $x_1 = 3c_1e^{t} - 2c_2e^{-2t} \quad x_2 = c_1e^{t} + 2c_2e^{-2t}$

PARTE 3

13) Para la ecuación diferencial, verifique que las funciones dadas son solución de la parte homogénea y usando la variación de parámetros encuentre la solución particular y construya su solución general. (Muestre y justifique todo el proceso)

$$x^2y'' - 2y - 3x^2 + 1 = 0 \qquad x > 0 \quad y_1(x) = x^2 \quad y_2(x) = x^{-1}$$

14) Usando transformada de Laplace resuelva el problema:

$$y'' + y = u_\pi(t) \qquad y(0) = 1 \quad y'(0) = 0$$

VERSIÓN 3 DEL EXAMEN
(EVALUADA AL PARALELO 04 DEL PROFESOR HERNANDO SÁNCHEZ CAICEDO)

PARTE 1

1) Analice la convergencia o divergencia de la sucesión $\{a_n\}$ donde $a_1 = 1,\ \ a_{n+1} = 1 + \frac{a_n}{2}$.

2) Analice la convergencia o divergencia de la serie: $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)}$.

3) El einstenio 253 decae con una rapidez proporcional a la cantidad de masa radiactiva en la muestra. Si se demoró 20 días en perder una décima parte de su masa radiactiva, determine el tiempo que demora en reducirse a un tercio de su masa inicial. (Muestre todo el proceso de solución)

PARTE 2

4) Para la ecuación diferencial $y'' + y = 0$ identifique la (o las) funciones que son solución.

a.- $senx$ b.- $cosx$ c.- $\cosh(x)$ d.- e^x

5) Determine el intervalo donde con certeza el problema tiene solución:

$$(lnx)y' + y = tanx \qquad y(2) = 3$$

a.- $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ b.- $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ c.- $0 < x < \pi$ d.- $0 < x < \infty$

6) Para la ecuación diferencial, indique los valores de a y b para que sea diferencial exacta:

$$(bye^{2xy} + x^2)dx + 2xe^{2axy}dy = 0$$

a.- $a = 1 \quad b = 2$ b.- $a = 2 \quad b = 1$ c.- $a = 1 \quad b = x$ d.- $a = x \quad b = 1$

7) Si el wronskiano W(f,g)=K entonces a que sera igual el wronskiano W(u,v) donde:

$$u = f - g \quad y \quad v = f + g$$

a.- 2K b.- 5K c.- K-2 d.- 2-K

8) Para la ecuación diferencial, $y_1 \ \ y \ \ y_2$ son dos soluciones linealmente independientes. Si el wronskiano de las soluciones en x=2 es igual a $W(2) = 1$, ¿Cuál será su valor en x=4?

$$x^2y'' - 4y' + (3 + x)y = 0$$

a.- $W(4) = e$ b.- $W(4) = \sqrt{e}$ c.- $W(4) = 3/\sqrt{e}$ d.- $W(4) = 1/\sqrt{e}$

9) Encuentre una solución particular para la ecuación $y'' + y = cosx$.

a.- $y = \frac{xsenx}{2}$ b.- $y = \frac{xcosx}{2}$ c.- $y = \frac{xsenx}{2} + \frac{xcosx}{2}$ d.- $y = \frac{xsenx}{2} + cosx$

10) Al encontrar la solución en serie alrededor de cada punto x_0, para la ecuación diferencial, determine una cota inferior para el radio de convergencia de cada serie:

$$(x^2 + 1)y'' + 5xy' + y = 0 \qquad x_0 = 0 \qquad x_0 = 1$$

a.- $R = 1 \ \ |x| < 1,\ \ R = \sqrt{2} \ \ |x - 1| < \sqrt{2}$ b.- $R = 2 \ \ |x| < 2,\ \ R = 1 \ \ |x - 1| < 1$

c.- $R = 1 \ \ |x| < 1,\ \ R = 3 \ \ |x - 1| < 3$ d.- $R = \sqrt{2} \ \ |x| < \sqrt{2},\ \ R = 2 \ \ |x - 1| < 2$

11) ¿Cuál será la transformada de Laplace de la función $f(t) = \int_0^t (t - \tau)e^{\tau}d\tau$?

a.- $F(s) = \frac{1}{s^2(s-1)}$ b.- $F(s) = \frac{s}{(s^2-1)}$ c.- $F(s) = \frac{s^2}{(s^2-1)}$ d.- $F(s) = \frac{2s}{(s+1)}$

12) Encuentre la solución para $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ del sistema siguiente: $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}\mathbf{x}$.

a.- $x_1 = c_1e^{-3t} + c_2e^{3t} \quad x_2 = -5c_1e^{-3t} + c_2e^{3t}$ b.- $x_1 = 3c_1e^{-3t} - 2c_2e^{3t} \quad x_2 = 2c_1e^{-3t} - 3c_2e^{3t}$

c.- $x_1 = c_1e^{t} + 2c_2e^{-2t} \quad x_2 = 2c_1e^{t} + c_2e^{-2t}$ d.- $x_1 = 3c_1e^{t} - 2c_2e^{-2t} \quad x_2 = 2c_1e^{t} + c_2e^{-2t}$

PARTE 3

13) Para la ecuación diferencial, verifique que las funciones dadas son solución de la parte homogénea y usando la variación de parámetros encuentre la solución particular y construya su solución general. (Muestre y justifique todo el proceso)

$$x^2y'' - x(x + 2)y' + (x + 2)y = 2x^3 \qquad x > 0 \quad y_1(x) = x \quad y_2(x) = xe^x$$

14) Usando transformada de Laplace resuelva el problema:

$$y'' + y = t + u_1(t)(1 - t) \qquad y(0) = 0 \quad y'(0) = 1$$

VERSIÓN 4 DEL EXAMEN
(EVALUADA AL PARALELO 06 DEL PROFESOR HERNANDO SÁNCHEZ CAICEDO)

PARTE 1

1) Analice la convergencia o divergencia de la sucesión $\{a_n\}$ donde $a_n = nsen(2/n)$.

2) Analice la convergencia o divergencia de la serie: $\sum_{k=1}^{\infty} ksen\left(\frac{1}{2k}\right)$.

3) El radio 226 tiene una vida media de 1620 años. Se sabe que la rapidez de decaimiento es proporcional al tamaño de la muestra. Encuentre el tiempo que necesita una muestra para reducirse a tres cuartas partes de su tamaño original. (Muestre todo el proceso de solución)

PARTE 2

4) Para la ecuación diferencial $xy' - y = x^2$ identifique la (o las) funciones que son solución.

a.- $3x + x^2$ b.- e^x c.- cosh (x) d.- cos(x)

5) Determine el intervalo donde con certeza el problema tiene solución:

$$(x-3)y' + y = cotx \qquad y(2) = 1$$

a.- $0 < x < 3$ b.- $1 < x < \pi$ c.- $0 < x < \pi$ d.- $\pi < x < \infty$

6) Para la ecuación diferencial, indique los valores de a y b para que sea diferencial exacta:

$$(axy^2 + bx^2y)dx + (x+2y)x^2dy = 0$$

a.- $a = 2 \quad b = 3$ b.- $a = 2 \quad b = 1$ c.- $a = 1 \quad b = x$ d.- $a = x \quad b = 1$

7) Si el wronskiano W(f,g)=K entonces a que sera igual el wronskiano W(u,v) donde:

$$u = f - 2g \quad y \quad v = 2f + g$$

a.- 5K b.- K+5 c.- 3K d.- 5-K

8) Para la ecuación diferencial, $y_1 \; y \; y_2$ son dos soluciones linealmente independientes. Si el wronskiano de las soluciones en x=1 es igual a $W(1) = 5/2$, ¿Cuál será su valor en x=2?

$$xy'' - x(x+2)y' + (2+x)y = 0$$

a.- $W(2) = 6$ b.- $W(2) = \sqrt{e}$ c.- $W(2) = 5/2$ d.- $W(2) = 1/\sqrt{e}$

9) Encuentre una solución particular para la ecuación: $y'' + y = cosx$.

a.- $y = \frac{xsenx}{2}$ b.- $y = \frac{xcosx}{2}$ c.- $y = \frac{xsenx}{2} + \frac{xcosx}{2}$ d.- $y = \frac{xsenx}{2} + cosx$

10) Al encontrar la solución en serie alrededor de cada punto x_0, para la ecuación diferencial, determine una cota inferior para el radio de convergencia de cada serie:

$$(x^2 - 2x)y'' + 5y' + 4xy = 0 \qquad x_0 = 1 \qquad x_0 = -1$$

a.- $R = 1 \quad |x-1| < 1, \quad R = 1 \quad |x+1| < 1$ b.- $R = 2 \quad |x-1| < 2, \quad R = 2 \quad |x+1| < 2$

c.- $R = 1 \quad |x-1| < 1, \quad R = 2 \quad |x+1| < 2$ d.- $R = 2 \quad |x-1| < 2, \quad R = 1 \quad |x+1| < 1$

11) ¿Cuál será la transformada de Laplace de la función $f(t) = \int_0^t e^{-2\tau} sen(t-\tau)d\tau$?

a.- $F(s) = \frac{1}{(s+2)(s^2+1)}$ b.- $F(s) = \frac{2s+1}{(s^3+2)}$ c.- $F(s) = \frac{2s}{(s^2+2)(s+1)}$ d.- $F(s) = \frac{2s}{(s^2+2)}$

12) Encuentre la solución para $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ del sistema siguiente: $\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \mathbf{x}.$

a.- $x_1 = c_1e^{-t} + 2c_2e^{2t} \quad x_2 = 2c_1e^{-t} + c_2e^{2t}$ b.- $x_1 = 3c_1e^{-t} - 2c_2e^{2t} \quad x_2 = 2c_1e^{-t} - 2c_2e^{2t}$

c.- $x_1 = c_1e^{t} + 2c_2e^{-2t} \quad x_2 = 2c_1e^{t} + c_2e^{-2t}$ d.- $x_1 = 3c_1e^{t} - 2c_2e^{-2t} \quad x_2 = 2c_1e^{t} + c_2e^{-2t}$

PARTE 3

13) Para la ecuación diferencial, verifique que las funciones dadas son solución de la parte homogénea y usando la variación de parámetros encuentre la solución particular y construya su solución general. (Muestre y justifique todo el proceso)

$$xy'' - (x+1)y' + y = x^2e^{2x} \qquad x > 0 \qquad y_1(x) = 1 + x \qquad y_2(x) = e^x$$

14) Usando transformada de Laplace resuelva el problema:

$$y'' - y = u_\pi(t) \qquad y(0) = 0 \qquad y'(0) = 1$$

VERSIÓN 5 DEL EXAMEN
(EVALUADA A LOS PARALELOS 07 Y 08 DEL PROFESOR JOSEPH PÁEZ CHÁVEZ)

Parte teórica

1

(5 Points)

Considere el problema (SYS)

$$u'(t) = Au(t),$$

donde $t \in \mathbb{R}$, $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $n \geq 2$. Entonces, siempre se cumple que

- [ ] Si $u_1, u_2 \in C^1(\mathbb{R}, \mathbb{R}^n)$ son soluciones de SYS entonces $u_1 + u_2$ también es solución de SYS. ✓
- [ ] Si $u_1, u_2 \in C^1(\mathbb{R}, \mathbb{R}^n)$ son soluciones de SYS entonces $2u_1 - 3u_2$ también es solución de SYS. ✓
- [ ] Si $\det(A) \neq 0$, entonces SYS tiene solución única.
- [ ] Si $\det(A) = 0$, entonces SYS no tiene solución.
- [ ] Ninguna de las opciones.

2

(5 Points)

Considere el problema (SYS)

$$u'(t) = Au(t),$$

donde $t \in \mathbb{R}$, $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $n \geq 2$. Sea además $t_0 \in \mathbb{R}$ un valor de fijo. Entonces, siempre se cumple que

- [ ] Si $u_1, u_2 \in C^1(\mathbb{R}, \mathbb{R}^n)$ son soluciones linealmente independientes de SYS entonces $u_1(t_0), u_2(t_0)$ son vectores linealmente independientes en $\mathbb{R}^n$. ✓
- [ ] Si $u_1, u_2 \in C^1(\mathbb{R}, \mathbb{R}^n)$ son soluciones linealmente dependientes de SYS entonces $u_1(t_0), u_2(t_0)$ son vectores linealmente dependientes en $\mathbb{R}^n$. ✓
- [ ] Si $u_1, u_2 \in C^1(\mathbb{R}, \mathbb{R}^n)$ son soluciones linealmente dependientes de SYS entonces $u_1(t_0), u_2(t_0)$ son vectores linealmente independientes en $\mathbb{R}^n$.
- [ ] Si $u_1, u_2 \in C^1(\mathbb{R}, \mathbb{R}^n)$ son soluciones linealmente independientes de SYS entonces $u_1(t_0), u_2(t_0)$ son vectores linealmente dependientes en $\mathbb{R}^n$.
- [ ] Ninguna de las opciones.

3

(5 Points)

Considere el problema (SYS)

$$u'(t) = Au(t),$$

donde $t \in \mathbb{R}$, $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $n \geq 2$. Suponga además que la matriz A tiene vectores propios $v_1, v_2 \in \mathbb{C}^n$ asociados a los valores propios (distintos) $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{C}$, respectivamente. Entonces, siempre se cumple que

- [ ] La función $u(t) = e^{\lambda_1 t}v_1$ es una solución de SYS. ✓
- [ ] La función $u(t) = e^{\lambda_2 t}v_2$ es una solución de SYS. ✓
- [ ] La función $u(t) = e^{(\lambda_1+\lambda_2)t}v_1$ es una solución de SYS.
- [ ] La función $u(t) = e^{(\lambda_1+\lambda_2)t}(v_1 + v_2)$ es una solución de SYS.
- [ ] Ninguna de las opciones.

Parte práctica 1 (tema de desarrollo)

Suponga que la tasa de crecimiento poblacional de un cierto país es proporcional a su número de habitantes. Si se sabe que el número de habitantes de ese país se duplica en 50 años, determine en cuántos años la población se triplica.

1. Para la ecuación diferencial que describe el problema, es verdad que
   (5 Points)

   - [ ] La ecuación es lineal. ✓
   - [ ] La ecuación es separable. ✓
   - [ ] La ecuación es homogénea. ✓
   - [ ] La ecuación es no homogénea.
   - [ ] La ecuación es no lineal.

2. La solución a la ecuación diferencial que describe el problema es de tipo
   (5 Points)

   - [ ] Exponencial. ✓
   - [ ] Trigonométrica.
   - [ ] Periódica.
   - [ ] Polinomial.
   - [ ] Ninguna de las opciones.

3. La solución al problema está dada por el valor
   (5 Points)

   - [ ] $\frac{50\ln(3)}{\ln(2)}$ años ✓
   - [ ] $\frac{50\ln(2)}{\ln(3)}$ años
   - [ ] $\frac{3\ln(50)}{\ln(2)}$ años
   - [ ] $\frac{2\ln(50)}{\ln(3)}$ años
   - [ ] Ninguna de las opciones.

Como validación del puntaje de las preguntas de esta sección, proceda a cargar un único archivo pdf que incluya el desarrollo paso a paso, de forma clara y ordenada. Para verificación de autenticidad, cada hoja deberá mostrar en la esquina inferior derecha el carnet universitario, cédula de identidad, papeleta de votación o licencia de conducir.

Parte práctica 2 (tema de desarrollo)

Mediante el polinomio de Maclaurin de $\sin(x)$ aproxime $\int_0^1 \frac{\sin(x)}{x}\,dx$ con una precisión de 0.002, usando la menor cantidad de términos posible. Encuentre de manera explícita una estimación del error en la aproximación de la integral.

1

Usando el polinomio de Maclaurin la integral buscada se puede escribir como
(5 Points)

- [ ] $\int_0^1 \frac{\sin(x)}{x}\,dx = \int_0^1 \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k+1)!}\,dx + \text{Error}$ ✓
- [ ] $\int_0^1 \frac{\sin(x)}{x}\,dx = \int_0^1 \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}\,dx + \text{Error}$
- [ ] $\int_0^1 \frac{\sin(x)}{x}\,dx = \int_0^1 \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!}\,dx + \text{Error}$
- [ ] $\int_0^1 \frac{\sin(x)}{x}\,dx = \int_0^1 \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \frac{x^{k}}{k!}\,dx + \text{Error}$
- [ ] Ninguna de las opciones.

2

Usando el polinomio de Maclaurin, una estimación del error en la aproximación de la integral viene dada por
(5 Points)

- [ ] $|\text{Error}| \le \frac{1}{(2n+3)(2n+3)!}$ ✓
- [ ] $|\text{Error}| \le \frac{1}{(2n+3)!(2n+3)!}$
- [ ] $|\text{Error}| \le \frac{1}{(2n+5)(2n+3)!}$
- [ ] $|\text{Error}| \le \frac{1}{(2n+5)(2n+5)!}$
- [ ] Ninguna de las opciones.

3

(5 Points)

El menor n posible para alcanzar la precisión buscada es

- $n = 1$ ✓
- $n = 0$
- $n = 2$
- $n = 3$
- Ninguna de las opciones.

4

Bajo las condiciones establecidas, el valor aproximado de la integral buscada es
(5 Points)

- $\int_0^1 \frac{\sin(x)}{x}\, dx \approx \frac{17}{18}$ ✓
- $\int_0^1 \frac{\sin(x)}{x}\, dx \approx \frac{1703}{1800}$
- $\int_0^1 \frac{\sin(x)}{x}\, dx \approx \frac{852}{900}$
- $\int_0^1 \frac{\sin(x)}{x}\, dx \approx \frac{473}{500}$
- Ninguna de las opciones.

Como validación del puntaje de las preguntas de esta sección, proceda a cargar un único archivo pdf que incluya el desarrollo paso a paso, de forma clara y ordenada. Para verificación de autenticidad, cada hoja deberá mostrar en la esquina inferior derecha el carnet universitario, cédula de identidad, papeleta de votación o licencia de conducir.