

# Ecuaciones Diferenciales y Álgebra Lineal

Examen final

25 de enero de 2021

1. (10 puntos) Resuelva la ecuación diferencial

$$y'' + 4y = 3 \csc 2t, \quad 0 < t < \frac{\pi}{2}.$$

2. (10 puntos) Sea  $T$  un operador lineal sobre  $\mathbb{R}^3$ . Se conoce además que:

$$T(1, 0, 1) = (1, -1, 0); \quad T(0, 1, 1) = (0, 2, 1); \quad T(0, 0, 1) = (0, 0, -1).$$

Halle, de ser posible,  $T^{-1}$ .

3. (10 puntos) Sea  $T: \mathbb{P}_3 \rightarrow \mathbb{P}_4$  la función dada por  $T \cdot p(x) = x \cdot p(x)$ .

- Demuestre que  $T$  es una transformación lineal.
- Halle una base para  $\mathcal{I}m(T)$ .
- Calcule  $\dim \mathcal{N}(T)$ .

4. (10 puntos) Halle la solución general del sistema diferencial lineal

$$y_1' = y_2 + y_3$$

$$y_2' = y_1 + y_3$$

$$y_3' = y_1 + y_2$$

5. (10 puntos) Resuelva el problema de valor inicial

$$y'' - 4y' + 4y = t^3 e^{2t}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$