

**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

<b>AÑO:</b>	2021	<b>PERÍODO:</b>	I PAO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESORES:</b>	Ángel M., Baquerizo G., Díaz R., García E., Laveglia F., Pastuzaca M., Ramos M., Ronquillo C.
<b>EVALUACIÓN:</b>	TERCERA	<b>FECHA:</b>	13/septiembre/2021

**Tema # 1**

1. (10 PUNTOS)

Calcule:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\lceil x - 1 \rceil - |x - 1| + 1}{x^2 - 4}$$

2. (10 PUNTOS)

Calcule:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 - |x + 2|}{x + 2\lceil x \rceil}$$

3. (10 PUNTOS)

Calcule:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\lceil x + 1 \rceil - (x + 1)|x + 1|}{x}$$

4. (10 PUNTOS)

Calcule:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{x^2 - |x - 1| - \lceil x \rceil}$$

5. (10 PUNTOS)

Calcule:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x + \lceil x - 2 \rceil}{x^2 + |x - 2| - 2}$$

**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

<b>AÑO:</b>	2021	<b>PERÍODO:</b>	PRIMER TÉRMINO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESOR:</b>	Ángel M., Baquerizo G., Díaz R., García E., Laveglia F., Pastuizaca M., Ramos M., Ronquillo C.
<b>EVALUACIÓN:</b>	TERCERA	<b>FECHA:</b>	13/septiembre/2021

**Tema 2**

6. (12 PUNTOS)

Dada la función de variable real  $y = xe^{-x}$ , dérvela por lo menos 8 veces y determine una expresión matemática para:

$$\frac{d^{1000}y}{dx^{1000}}$$

7. (12 PUNTOS)

Dada la función de variable real  $y = x \operatorname{sen}(x)$ , dérvela por lo menos 8 veces y determine una expresión matemática para:

$$\frac{d^{1000}y}{dx^{1000}}$$

8. (12 PUNTOS)

Dada la función de variable real  $y = x \operatorname{cos}(x)$ , dérvela por lo menos 8 veces y determine una expresión matemática para:

$$\frac{d^{1000}y}{dx^{1000}}$$

9. (12 PUNTOS)

Dada la función de variable real  $y = 4\operatorname{sen}(2x) - \operatorname{cos}(3x)$ , dérvela por lo menos 8 veces y determine una expresión matemática para:

$$\frac{d^{1000}y}{dx^{1000}}$$

10. (12 PUNTOS)

Dada la función de variable real  $y = 3\cos(2x) - \sin(3x)$ , dérvela por lo menos 8 veces y determine una expresión matemática para:

$$\frac{d^{1000}y}{dx^{1000}}$$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

<b>AÑO:</b>	2021	<b>PERÍODO:</b>	I PAO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESORES:</b>	Ángel M., Baquerizo G., Díaz R., García E., Laveglia F., Pastuzaca M., Ramos M., Ronquillo C.
<b>EVALUACIÓN:</b>	TERCERA	<b>FECHA:</b>	13/septiembre/2021

**Tema # 3**

De los siguientes ejercicios, SELECCIONE SOLAMENTE UNO y resuélvalo.

---

11. (12 PUNTOS)

Un globo esférico comienza a desinflarse, de tal manera que su volumen disminuye a razón de  $500 \text{ cm}^3/\text{s}$ . Calcule la rapidez con la que decrece el área de la superficie esférica de este globo, cuando su radio mide  $10 \text{ cm}$ .

12. (12 PUNTOS)

Suponga que la producción de  $x$  cajas tiene un costo total  $C$  cuya función es  $C(x) = \ln(3) + \frac{1}{2}\sqrt{x^3}$  dólares. Calcule la cantidad de cajas producidas cuando el costo marginal es de  $9$  dólares/caja.

De los siguientes ejercicios, SELECCIONE SOLAMENTE UNO y resuélvalo.

---

13. (12 PUNTOS)

Una vela cilíndrica comienza a consumirse, de tal manera que el área de su superficie lateral disminuye a razón de  $100 \text{ mm}^2/\text{s}$  y la longitud de su radio permanece constante, con  $r = 6 \text{ mm}$ . Calcule la rapidez con la que decrece su volumen.

14. (12 PUNTOS)

Suponga que la producción de  $x$  cajas tiene un costo total  $C$  cuya función es  $C(x) = \log(2) + \frac{1}{5}\sqrt{x^5}$  dólares. Calcule la cantidad de cajas producidas cuando el costo marginal es de  $4$  dólares/caja.

De los siguientes ejercicios, SELECCIONE SOLAMENTE UNO y resuélvalo.

---

15. (12 PUNTOS)

Un cubo de hielo comienza a derretirse, de tal manera que su volumen disminuye a razón de  $10 \text{ mm}^3/\text{s}$ . Calcule la rapidez con la que decrece el área de la superficie total de este cubo, cuando su arista mide  $5 \text{ mm}$ .

16. (12 PUNTOS)

Suponga que la producción de  $x$  cajas tiene un costo total  $C$  cuya función es  $C(x) = \ln(10) + \frac{1}{2}\sqrt[3]{x^4}$  dólares. Calcule la cantidad de cajas producidas cuando el costo marginal es de  $6$  dólares/caja.

De los siguientes ejercicios, SELECCIONE SOLAMENTE UNO y resuélvalo.

---

17. (12 PUNTOS)

Una bola de nieve rueda desde la cima de una montaña, de tal manera que el área de su superficie esférica aumenta a razón de  $200 \text{ cm}^2/\text{s}$ . Calcule la rapidez con la que aumenta el volumen de esta bola de nieve, cuando su radio mide  $40 \text{ cm}$ .

18. (12 PUNTOS)

Suponga que la producción de  $x$  cajas tiene un costo total  $C$  cuya función es  $C(x) = \log(e) + 2\sqrt[4]{x^5}$  dólares. Calcule la cantidad de cajas producidas cuando el costo marginal es de  $5$  dólares/caja.

De los siguientes ejercicios, SELECCIONE SOLAMENTE UNO y resuélvalo.

---

19. (12 PUNTOS)

Un charco circular de agua comienza a evaporarse por el calor, de tal manera que su área disminuye a razón de  $40 \text{ cm}^2/\text{s}$ . Calcule la rapidez con la que decrece el perímetro de este charco, cuando su radio mide  $80 \text{ cm}$ .

20. (12 PUNTOS)

Suponga que la producción de  $x$  cajas tiene un costo total  $C$  cuya función es  $C(x) = \log_2(5) + \frac{3}{64}\sqrt[3]{x^5}$  dólares. Calcule la cantidad de cajas producidas cuando el costo marginal es de  $5$  dólares/caja.

**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

<b>AÑO:</b>	2021	<b>PERÍODO:</b>	I PAO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESORES:</b>	Ángel M., Baquerizo G., Díaz R., García E., Laveglia F., Pastuzaca M., Ramos M., Ronquillo C.
<b>EVALUACIÓN:</b>	TERCERA	<b>FECHA:</b>	13/septiembre/2021

**Tema # 4**

21. (16 PUNTOS)

Sea la función  $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  tal que su derivada es:

$$f'(x) = \frac{ax + b}{(x - 1)(x - 4)}$$

- (a) (10 PUNTOS) Si la recta tangente a la función original  $f$  en  $x_0 = 2$  tiene una pendiente cuyo valor es  $-1$  y  $f$  tiene un punto de inflexión en  $x_0$ , obtenga los valores de las constantes  $a$  y  $b$ .
- (b) (6 PUNTOS) Considerando los valores obtenidos en el literal anterior, determine los intervalos de monotonía de  $f$ .

22. (16 PUNTOS)

Sea la función  $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  tal que su derivada es:

$$f'(x) = \frac{ax + b}{(x - 2)(x - 3)}$$

- (a) (10 PUNTOS) Si la recta tangente a la función original  $f$  en  $x_0 = 1$  tiene una pendiente cuyo valor es  $-1$  y  $f$  tiene un punto de inflexión en  $x_0$ , obtenga los valores de las constantes  $a$  y  $b$ .
- (b) (6 PUNTOS) Considerando los valores obtenidos en el literal anterior, determine los intervalos de monotonía de  $f$ .

23. (16 PUNTOS)

Sea la función  $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  tal que su derivada es:

$$f'(x) = \frac{ax + b}{(x - 2)(x + 1)}$$

- (a) (10 PUNTOS) Si la recta tangente a la función original  $f$  en  $x_0 = 1$  tiene una pendiente cuyo valor es  $-2$  y  $f$  tiene un punto de inflexión en  $x_0$ , obtenga los valores de las constantes  $a$  y  $b$ .
- (b) (6 PUNTOS) Considerando los valores obtenidos en el literal anterior, determine los intervalos de monotonía de  $f$ .

24. (16 PUNTOS)

Sea la función  $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  tal que su derivada es:

$$f'(x) = \frac{ax + b}{(x + 2)(x - 1)}$$

- (a) (10 PUNTOS) Si la recta tangente a la función original  $f$  en  $x_0 = 2$  tiene una pendiente cuyo valor es  $-1$  y  $f$  tiene un punto de inflexión en  $x_0$ , obtenga los valores de las constantes  $a$  y  $b$ .
- (b) (6 PUNTOS) Considerando los valores obtenidos en el literal anterior, determine los intervalos de monotonía de  $f$ .

25. (16 PUNTOS)

Sea la función  $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  tal que su derivada es:

$$f'(x) = \frac{ax + b}{(x - 3)(x + 2)}$$

- (a) (10 PUNTOS) Si la recta tangente a la función original  $f$  en  $x_0 = 1$  tiene una pendiente cuyo valor es  $-1$  y  $f$  tiene un punto de inflexión en  $x_0$ , obtenga los valores de las constantes  $a$  y  $b$ .
- (b) (6 PUNTOS) Considerando los valores obtenidos en el literal anterior, determine los intervalos de monotonía de  $f$ .

**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

<b>AÑO:</b>	2021	<b>PERÍODO:</b>	I PAO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESORES:</b>	Ángel M., Baquerizo G., Díaz R., García E., Laveglia F., Pastuizaca M., Ramos M., Ronquillo C.
<b>EVALUACIÓN:</b>	TERCERA	<b>FECHA:</b>	13/septiembre/2021

**Tema # 5**

26. (10 PUNTOS)

Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int \left(\frac{x}{a}\right)^2 e^{\frac{x}{a}} dx ; a \in \mathbb{R}^+$$

27. (10 PUNTOS)

Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int \frac{(ax)^2}{e^{ax}} dx ; a \in \mathbb{R}^+$$

28. (10 PUNTOS)

Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int (ax)^2 \operatorname{sen}\left(\frac{x}{a}\right) dx ; a \in \mathbb{R}^+$$

29. (10 PUNTOS)

Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int \left(\frac{x}{a}\right)^2 \cos(ax) dx ; a \in \mathbb{R}^+$$

30. (10 PUNTOS)

Obtenga la familia de antiderivadas correspondiente a:

$$\int \ln^2(ax) dx ; a \in \mathbb{R}^+$$

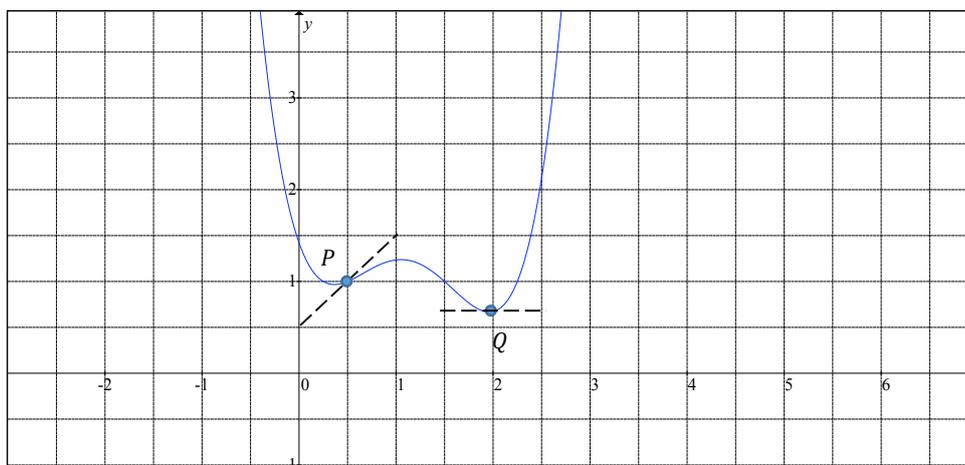
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

<b>AÑO:</b>	2021	<b>PERÍODO:</b>	I PAO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESORES:</b>	Ángel M., Baquerizo G., Díaz R., García E., Laveglia F., Pastuzaca M., Ramos M., Ronquillo C.
<b>EVALUACIÓN:</b>	TERCERA	<b>FECHA:</b>	13/septiembre/2021

Tema # 6

31. (12 PUNTOS)

Dada la gráfica de la función de variable real  $f$ :

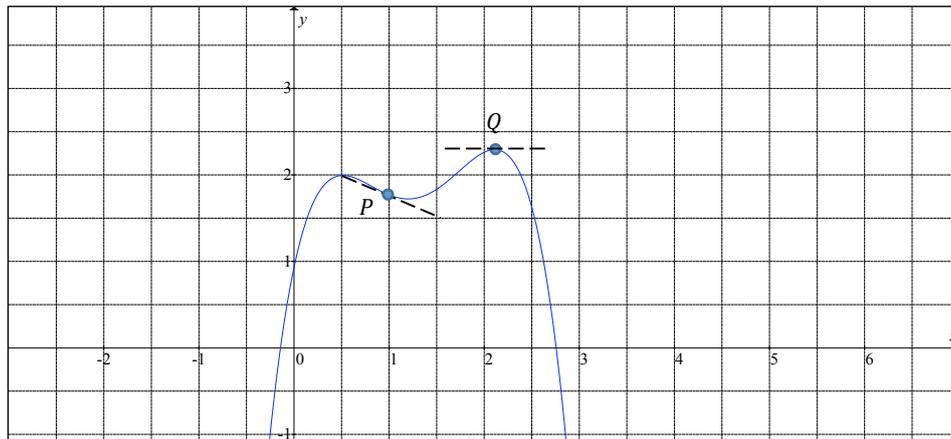


Las líneas segmentadas son tangentes a la gráfica de  $f$  en  $P\left(\frac{1}{2}, 1\right)$  y  $Q\left(2, \frac{2}{3}\right)$ . Con base en lo especificado y justificando su respuesta, calcule:

$$\int_{\frac{1}{2}}^2 f'(x) dx + \int_{\frac{1}{2}}^2 f''(x) dx$$

32. (12 PUNTOS)

Dada la gráfica de la función de variable real  $f$ :

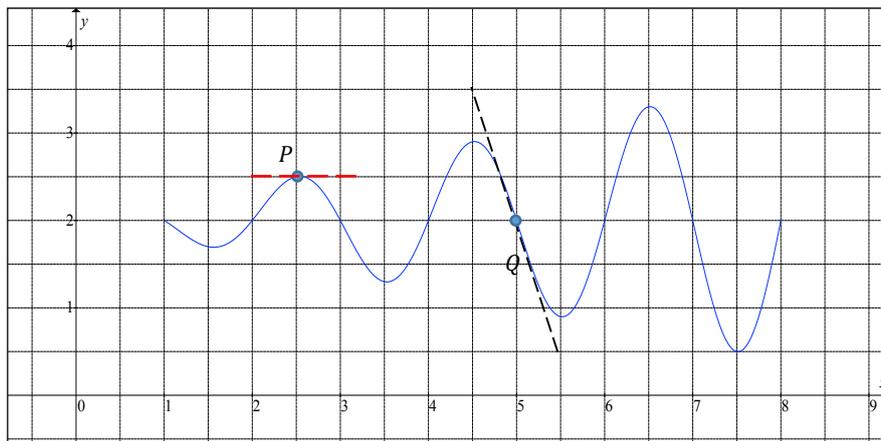


Las líneas segmentadas son tangentes a la gráfica de  $f$  en  $P\left(1, \frac{7}{4}\right)$  y  $Q\left(\frac{11}{5}, \frac{23}{10}\right)$ . Con base en lo especificado y justificando su respuesta, calcule:

$$\int_1^{\frac{11}{5}} f'(x) dx + \int_1^{\frac{11}{5}} f''(x) dx$$

33. (12 PUNTOS)

Dada la gráfica de la función de variable real  $f$ :

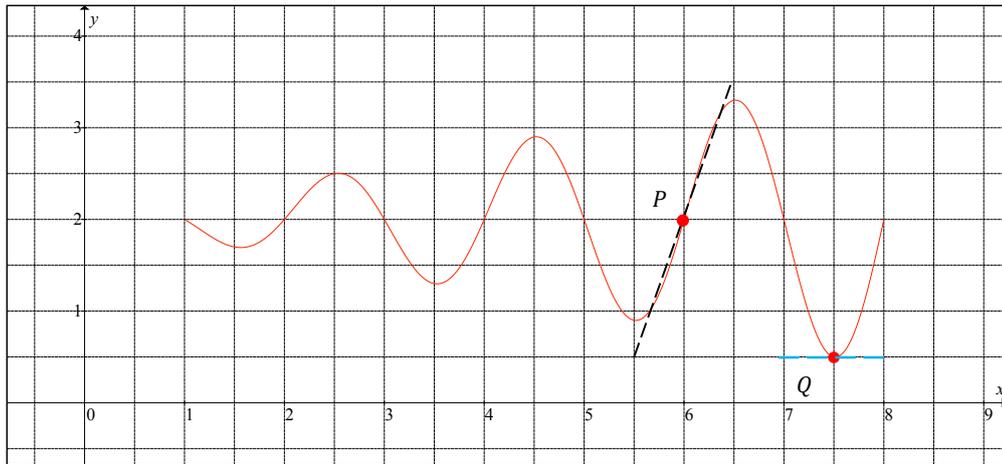


Las líneas segmentadas son tangentes a la gráfica de  $f$  en  $P\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$  y  $Q(5, 2)$ . Con base en lo especificado y justificando su respuesta, calcule:

$$\int_{\frac{5}{2}}^5 f'(x) dx + \int_{\frac{5}{2}}^5 f''(x) dx$$

34. (12 PUNTOS)

Dada la gráfica de la función de variable real  $f$ :

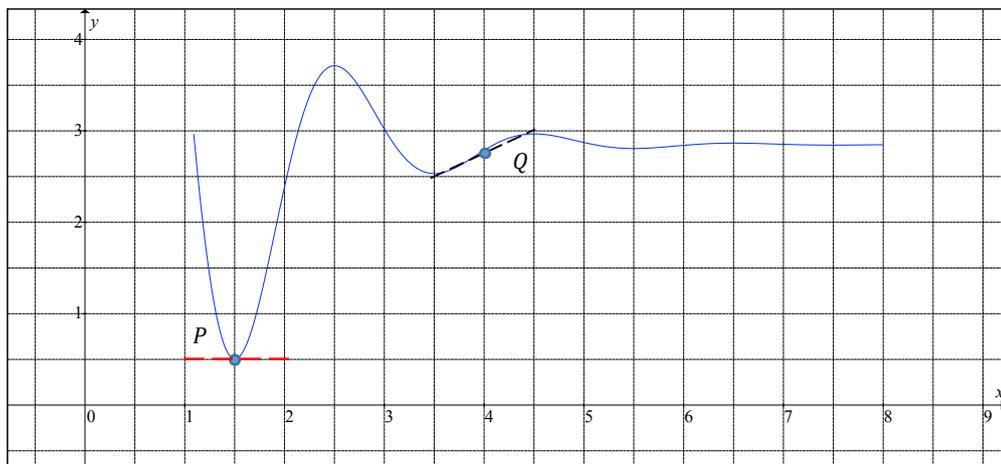


Las líneas segmentadas son tangentes a la gráfica de  $f$  en  $P(6, 2)$  y  $Q\left(\frac{15}{2}, \frac{1}{2}\right)$ . Con base en lo especificado y justificando su respuesta, calcule:

$$\int_6^{\frac{15}{2}} f'(x) dx + \int_6^{\frac{15}{2}} f''(x) dx$$

35. (12 PUNTOS)

Dada la gráfica de la función de variable real  $f$ :



Las líneas segmentadas son tangentes a la gráfica de  $f$  en  $P\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$  y  $Q\left(4, \frac{14}{5}\right)$ . Con base en lo especificado y justificando su respuesta, calcule:

$$\int_{\frac{3}{2}}^4 f'(x) dx + \int_{\frac{3}{2}}^4 f''(x) dx$$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

<b>AÑO:</b>	2021	<b>PERÍODO:</b>	I PAO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESORES:</b>	Ángel M., Baquerizo G., Díaz R., García E., Laveglia F., Pastuizaca M., Ramos M., Ronquillo C.
<b>EVALUACIÓN:</b>	TERCERA	<b>FECHA:</b>	13/septiembre/2021

**Tema # 7**

36. (12 PUNTOS)

Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2, & 0 \leq x < 1 \\ \frac{4}{x^2 + 1}, & x \geq 1 \end{cases}$$

Bosqueje en el plano cartesiano la función  $f$  y, utilizando la integral definida, calcule el área de la región acotada por la gráfica de  $f$  y la recta  $y = 0$ .

37. (12 PUNTOS)

Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} 5 - x, & 0 \leq x < 1 \\ 4e^{-(x-1)}, & x \geq 1 \end{cases}$$

Bosqueje en el plano cartesiano la función  $f$  y, utilizando la integral definida, calcule el área de la región acotada por la gráfica de  $f$  y la recta  $y = 0$ .

38. (12 PUNTOS)

Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{x+2}, & x \leq -2 \\ 1 - \frac{x}{2}, & -2 < x \leq 0 \end{cases}$$

Bosqueje en el plano cartesiano la función  $f$  y, utilizando la integral definida, calcule el área de la región acotada por la gráfica de  $f$  y la recta  $y = 0$ .

39. (12 PUNTOS)

Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x^2 + 1}, & x < -1 \\ 4 - 3x^2, & -1 \leq x \leq 0 \end{cases}$$

Bosqueje en el plano cartesiano la función  $f$  y, utilizando la integral definida, calcule el área de la región acotada por la gráfica de  $f$  y la recta  $y = 0$ .

40. (12 PUNTOS)

Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} 2 - x, & 0 \leq x < 1 \\ 2 - e^{-(x-1)}, & x \geq 1 \end{cases}$$

Bosqueje en el plano cartesiano la función  $f$  y, utilizando la integral definida, calcule el área de la región acotada por la gráfica de  $f$  y la recta  $y = 2$ .

**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

<b>AÑO:</b>	2021	<b>PERÍODO:</b>	I PAO
<b>MATERIA:</b>	Cálculo de una variable	<b>PROFESORES:</b>	Ángel M., Baquerizo G., Díaz R., García E., Laveglia F., Pastuzaca M., Ramos M., Ronquillo C.
<b>EVALUACIÓN:</b>	TERCERA	<b>FECHA:</b>	13/septiembre/2021

**Tema # 8**

41. (16 PUNTOS)

Sea  $R$  la región en el plano cartesiano definida por:

$$R = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 / (y - 1)^2 - 2 \leq x \leq -1 \}$$

Bosqueje  $R$  en el plano cartesiano y calcule el volumen del sólido de revolución que se genera al rotar  $R$  alrededor de la recta  $x + 3 = 0$ .

42. (16 PUNTOS)

Sea  $R$  la región en el plano cartesiano definida por:

$$R = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 / 1 \leq y \leq 2 - (x + 1)^2 \}$$

Bosqueje  $R$  en el plano cartesiano y calcule el volumen del sólido de revolución que se genera al rotar  $R$  alrededor de la recta  $x + 3 = 0$ .

43. (16 PUNTOS)

Sea  $R$  la región en el plano cartesiano definida por:

$$R = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 / -1 \leq x \leq -(y - 1)^2 \}$$

Bosqueje  $R$  en el plano cartesiano y calcule el volumen del sólido de revolución que se genera al rotar  $R$  alrededor de la recta  $y + 2 = 0$ .

44. (16 PUNTOS)

Sea  $R$  la región en el plano cartesiano definida por:

$$R = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 / 1 \leq y \leq 2 - (x - 1)^2 \}$$

Bosqueje  $R$  en el plano cartesiano y calcule el volumen del sólido de revolución que se genera al rotar  $R$  alrededor de la recta  $y - 3 = 0$ .

45. (16 PUNTOS)

Sea  $R$  la región en el plano cartesiano definida por:

$$R = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 / -1 \leq x \leq -(y + 1)^2 \}$$

Bosqueje  $R$  en el plano cartesiano y calcule el volumen del sólido de revolución que se genera al rotar  $R$  alrededor de la recta  $y + 3 = 0$ .