

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

<b>AÑO:</b> 2021	<b>PERÍODO:</b> II PAO
<b>MATERIA:</b> Cálculo de una variable	<b>PROFESOR:</b>
<b>EVALUACIÓN:</b> PRIMERA	<b>FECHA:</b> 22/noviembre/2021

**COMPROMISO DE HONOR**

Yo, ..... al firmar este compromiso, reconozco que el presente examen está diseñado para ser resuelto de manera individual, que puedo usar un lápiz o una esferográfica pero no una calculadora; que solo puedo comunicarme con la persona responsable de la recepción del examen; y, cualquier instrumento de comunicación que hubiere traído, debo apagarlo y depositarlo en la parte anterior del aula, junto con algún otro material que se encuentre acompañándolo. No debo además, consultar libros, notas, ni apuntes adicionales a las que se entreguen en esta evaluación. Los temas debo desarrollarlos de manera ordenada.

**Firmo al pie del presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptar la declaración anterior.**

*"Como estudiante de ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".*

**FIRMA:** \_\_\_\_\_ **# DE MATRÍCULA:** \_\_\_\_\_ **PARALELO:** \_\_\_\_

1. (5 PUNTOS) En la bola abierta  $N_{0,1}(-3)$ , una función de variable real  $f$  cumple con:

$$\left[ \left[ \frac{x}{2} - 9 \right] \leq f(x) \leq x^2 + 6x - 2 \right.$$

Enuncie el TEOREMA DEL EMPAREDADO y luego aplíquelo para evaluar:

$$\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$$

2. (6 PUNTOS) Dada la función  $f: \mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R}$  definida por:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + ax + 1} - x$$

Determine el valor de  $a \in \mathbb{R}$  para que su asíntota horizontal sea la recta  $y = \frac{1}{6}$ .

3. (6 PUNTOS) Dadas las funciones  $f: X_f \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  y  $g: X_g \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  tales que:

$$f(x) = \frac{1}{x-3} \qquad g(x) = \sqrt{x+2}$$

Determine los intervalos de continuidad de la función  $h(x)$  definida por:

$$h(x) = f(x+2) + g(x+1)$$

4. (8 PUNTOS) Determine el valor de  $k \in \mathbb{R}$  tal que la recta  $y = -3x - 4$  sea tangente a la función cuadrática  $f(x) = x^2 - 2x + k$ .

5. (5 PUNTOS) Califique la siguiente proposición como VERDADERA o FALSA:

*“Si  $f$  es una función racional, entonces  $f$  no es derivable en todo su dominio.”*

Demuéstrela en caso de ser VERDADERA, o proporcione un contraejemplo en caso de ser FALSA.

6. (6 PUNTOS) Dada la función  $f: X \subseteq \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  definida por:

$$f(x) = \pi^{\text{sen}(x)} - x^{1/x} + \arctan(\sqrt{x})$$

Obtenga la expresión simplificada correspondiente a  $f'$ .

7. (8 PUNTOS) Dada la función  $f: A \mapsto \mathbb{R}$  tal que:

$$f(x) = x^{-1}e^x$$

- (a) (1 PUNTO) Determine el conjunto  $A$ .
- (b) (7 PUNTOS) Realice un análisis de cálculo diferencial para determinar las posibles asíntotas, los intervalos de monotonía y los valores extremos.

8. (6 PUNTOS) En cierta zona pantanosa, la cantidad  $c$  de *miles de mosquitos* se puede modelizar con:

$$c(p) = 200 + 24p + 9p^2 - 2p^3 ; 0 \leq p \leq 7$$

donde  $p$  es el número de *pulgadas* de lluvia en cierto período de tiempo, también conocido como precipitación pluvial.

Aplicando los conceptos de cálculo diferencial, determine la cantidad máxima de mosquitos y la precipitación pluvial que la genera.