

**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

<b>AÑO:</b> 2021	<b>PERIODO:</b> SEGUNDO TERMINO
<b>MATERIA:</b> Álgebra Lineal	<b>PROFESORES:</b> Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Vielma J.
<b>EVALUACIÓN:</b> PRIMERA	<b>FECHA:</b> 25/11/2021

**INSTRUCCIONES DEL EXAMEN:**

Estimado (a) estudiante:

- Para la realización de este examen usted dispondrá de 120 minutos, como máximo.
- **Lea el COMPROMISO DE HONOR;** en caso de que no esté de acuerdo, **el examen será anulado. Si comete algún acto de deshonestidad durante el desarrollo de la prueba, se levantará el informe respectivo ante la Comisión de Disciplina.**
- La evaluación consta de 5 preguntas.
- Al finalizar el examen, deberá solicitar al profesor encargado el permiso para tomar las fotos con el desarrollo del examen; no se olvide que en cada hoja de los temas desarrollados debe colocar su credencial (cédula o pasaporte), para tomar la foto.
- Las soluciones deberán estar bien enfocadas antes de la captura de las fotos, **orientadas en forma vertical**, encuadrando todo el desarrollo en la hoja, con la credencial en un lugar que no obstruya la visualización de la resolución.
- Cuando el profesor lo autorice, usted procederá a capturar las imágenes correspondientes. Dispondrá de 5 minutos, como máximo, para subir como evidencia el archivo (o los archivos) de la solución del examen en el AULA VIRTUAL. La actividad de carga de archivos debe hacerse 1 SOLA VEZ.
- Cuando tenga alguna duda con respecto a la evaluación y necesite comunicarse con el profesor, debe utilizar el chat privado o levantar la mano en la plataforma virtual.

**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

<b>AÑO:</b> 2021	<b>PERIODO:</b> SEGUNDO TERMINO
<b>MATERIA:</b> Álgebra Lineal	<b>PROFESORES:</b> Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Vielma J.
<b>EVALUACIÓN:</b> PRIMERA	<b>FECHA:</b> 25/11/2021

## COMPROMISO DE HONOR

"Yo declaro que he sido informado y conozco las normas disciplinarias que rigen a la ESPOL, en particular el **Código de Ética y el reglamento de Disciplina**.

Al aceptar este compromiso de honor, reconozco y estoy consciente de que la presente evaluación está diseñada para ser resuelta de forma individual; que puedo comunicarme únicamente con la persona responsable de la recepción de la evaluación; y, que al realizar esta evaluación no navegaré en otras páginas que no sean las páginas de Aula Virtual/plataforma de la evaluación; que no recibiré ayuda ni presencial ni virtual; que no haré consultas en libros, notas, ni apuntes adicionales u otras fuentes indebidas o no autorizadas por el evaluador; ni usaré otros dispositivos electrónicos o de comunicación no autorizados.

Además, me comprometo a mantener encendida la cámara durante todo el tiempo de ejecución de la evaluación, y en caso de que el profesor lo requiera, tomar una foto de las páginas en las que he escrito el desarrollo de los temas y subirlas a Aula Virtual/plataforma de la evaluación, como evidencia del trabajo realizado, estando consciente de que el no subirlo, anulará mi evaluación.

Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior y me comprometo a seguir fielmente las instrucciones que se indican para la realización de la presente evaluación (incluyendo los requisitos de uso de la tecnología).

Estoy consciente de que el incumplimiento del presente compromiso anulará automáticamente mi evaluación y podría ser objeto del inicio de un proceso disciplinario".

***Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y estar de acuerdo con la declaración anterior.***

***"Como estudiante de la ESPOL me comprometo a combatir la mediocridad y actuar con honestidad, por eso no copio ni dejo copiar".***

**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

<b>AÑO:</b> 2021	<b>PERIODO:</b> SEGUNDO TERMINO
<b>MATERIA:</b> Álgebra Lineal	<b>PROFESORES:</b> Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Vielma J.
<b>EVALUACIÓN:</b> PRIMERA	<b>FECHA:</b> 25/11/2021

**TEMA 1**

1. (20 Puntos)

Considere las siguientes proposiciones. Con la debida justificación escrita en las hojas de desarrollo, seleccione la calificación que corresponda de acuerdo a su nivel de veracidad:

S: siempre es verdadera      A: a veces es verdadera      N: nunca es verdadera

- Sean  $A \in M_{m \times n}$ ,  $B \in M_{m \times 1}$ , y  $X, X_1, X_2, X_3 \in M_{n \times 1}$ . Si  $B \neq 0$  y los vectores  $X_1, X_2$  y  $X_3$  son soluciones de la ecuación matricial  $AX = B$ , entonces  $3X_1 - 4X_2 + 2X_3$  también lo es:
- Si  $H$  y  $W$  son subespacios vectoriales de  $V$  tales que:  $H \cap W \neq H$  y  $H \cap W \neq W$ , entonces  $H \cup W$  es un subespacio vectorial de  $V$ :

2. (20 Puntos)

Considere las siguientes proposiciones. Con la debida justificación escrita en las hojas de desarrollo, seleccione la calificación que corresponda de acuerdo a su nivel de veracidad:

S: siempre es verdadera      A: a veces es verdadera      N: nunca es verdadera

- Sean  $A \in M_{m \times n}$ ,  $B \in M_{m \times 1}$ , y  $X, X_1, X_2, X_3 \in M_{n \times 1}$ . Si  $B \neq 0$  y los vectores  $X_1, X_2$  y  $X_3$  son soluciones de la ecuación matricial  $AX = B$ , entonces  $3X_1 - 4X_2 + X_3$  también lo es:
- Si  $H$  y  $W$  son subespacios vectoriales de  $V$ , entonces  $H \cup W$  es un subespacio vectorial de  $V$ :

3. (20 Puntos)

Considere las siguientes proposiciones. Con la debida justificación escrita en las hojas de desarrollo, seleccione la calificación que corresponda de acuerdo a su nivel de veracidad:

S: siempre es verdadera      A: a veces es verdadera      N: nunca es verdadera

- Sean  $A \in M_{m \times n}$ ,  $B \in M_{m \times 1}$ , y  $X, X_1, X_2, X_3 \in M_{n \times 1}$ . Si  $B \neq 0$  y los vectores  $X_1, X_2$  y  $X_3$  son soluciones de la ecuación matricial  $AX = B$ , entonces  $aX_1 + bX_2 + cX_3$ ;  $a, b, c \in \mathbb{R}$ , también lo es:
- Si  $H$  y  $W$  son subespacios vectoriales de  $V$ , entonces  $H \cap W^C$  es un subespacio vectorial de  $V$ :

4. (20 Puntos)

Considere las siguientes proposiciones. Con la debida justificación escrita en las hojas de desarrollo, seleccione la calificación que corresponda de acuerdo a su nivel de veracidad:

S: siempre es verdadera      A: a veces es verdadera      N: nunca es verdadera

- Sean  $A \in M_{m \times n}$ ,  $0 \in M_{m \times 1}$ , y  $X, X_1, X_2, X_3 \in M_{n \times 1}$ . Si los vectores  $X_1, X_2$  y  $X_3$  son soluciones de la ecuación matricial  $AX = 0$ , entonces  $aX_1 + bX_2 + cX_3$ ;  $a, b, c \in \mathbb{R}$ , también lo es:
- Si  $H$  y  $W$  son subespacios vectoriales de  $V$ , entonces  $\dim(H + W) = \dim(H) + \dim(W)$ :

5. (20 Puntos)

Considere las siguientes proposiciones. Con la debida justificación escrita en las hojas de desarrollo, seleccione la calificación que corresponda de acuerdo a su nivel de veracidad:

S: siempre es verdadera      A: a veces es verdadera      N: nunca es verdadera

- Sean  $A \in M_{m \times n}$ ,  $B \in M_{m \times 1}$ , y  $X \in M_{n \times 1}$ . Si el sistema de ecuaciones lineales no homogéneo  $AX = B$  es consistente entonces,  $B \in C_A$ ; donde  $C_A$  es el espacio columna de  $A$ :
- Si  $H$  y  $W$  son subespacios vectoriales de  $V$  y  $H + W$  es la suma directa entonces,  $\dim(H + W) = \dim(H) + \dim(W)$ :

**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

<b>AÑO:</b> 2021	<b>PERIODO:</b> SEGUNDO TERMINO
<b>MATERIA:</b> Álgebra Lineal	<b>PROFESORES:</b> Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Vielma J.
<b>EVALUACIÓN:</b> PRIMERA	<b>FECHA:</b> 25/11/2021

**TEMA 2**

1. (20 Puntos)

Tres jugadores disputaban un torneo y su puntuación individual se ha perdido. La información disponible es la puntuación total de los jugadores 1 y 2, de los jugadores 2 y 3 y de los jugadores 1 y 3.

- Demuestre que con esa información se puede obtener la puntuación individual de cada jugador.
- Si ahora fueran 4 jugadores. ¿Se podría recuperar la puntuación individual de cada jugador si se conocieran los totales de los jugadores 1 y 2, 2 y 3, 3 y 4, y 4 y 1?

2. (20 Puntos)

María ha comprado 3 computadores de diferentes marcas. No recuerda el precio individual de cada computador, pero sabe el costo total de los computadores 1 y 2, de los computadores 1 y 3 y de los computadores 2 y 3.

- Demuestre que con esa información se puede obtener el costo individual de cada computador.
- Si ahora fueran 4 computadores. ¿Se podría recuperar el costo individual de cada computador si se conocieran los totales de los computadores 1 y 2, 1 y 4, 3 y 4, y 2 y 3?

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

<b>AÑO:</b> 2021	<b>PERIODO:</b> SEGUNDO TERMINO
<b>MATERIA:</b> Álgebra Lineal	<b>PROFESORES:</b> Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Vielma J.
<b>EVALUACIÓN:</b> PRIMERA	<b>FECHA:</b> 25/11/2021

**TEMA 3**

1. (30 Puntos)

Sea  $V = M_{2 \times 2}[\mathbb{R}]$  el espacio vectorial real de todas las matrices cuadradas de orden  $2 \times 2$ , con entradas reales y las operaciones usuales de adición y multiplicación por un escalar para matrices. Considere los conjuntos:

$$W_1 = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R}); a - b - c = 0; a + 2b + d = 0; 3b + c + d = 0 \right\},$$

$$W_2 = \left\{ X \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R}); X = \begin{pmatrix} a + 2 & a - 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\},$$

$$W_3 = \{ X \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R}); X^T = -X \}$$

- Determine cuáles de estos conjuntos es un subespacio vectorial de  $V$
- Si en el literal a.) obtiene dos subespacios, determine una base y la dimensión de la intersección entre dichos subespacios.
- Si en el literal a.) obtiene dos subespacios, determine si la unión entre dichos subespacios es un subespacio vectorial de  $V$ .

## 2. (30 Puntos)

Sea  $V = M_{2 \times 2}[\mathbb{R}]$  el espacio vectorial real de todas las matrices cuadradas de orden  $2 \times 2$ , con entradas reales y las operaciones usuales de adición y multiplicación por un escalar para matrices. Considere los conjuntos:

$$W_1 = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R}) : a - b - c = 0; a + 2b + d = 0; 3b + c + d = 0 \right\},$$

$$W_2 = \left\{ X \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R}); X = \begin{pmatrix} a + 2 & a - 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\},$$

$$W_3 = \{ X \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R}); X^T = -X \}$$

- Determine cuáles de estos conjuntos es un subespacio vectorial de  $V$
- Si en el literal a.) obtiene dos subespacios, determine una base y la dimensión de la suma entre dichos subespacios.
- Si en el literal a.) obtiene dos subespacios, determine si la unión entre dichos subespacios es un subespacio vectorial de  $V$ .

## 3. (30 Puntos)

Sea  $V = M_{2 \times 2}[\mathbb{R}]$  el espacio vectorial real de todas las matrices cuadradas de orden  $2 \times 2$ , con entradas reales y las operaciones usuales de adición y multiplicación por un escalar para matrices.

Dada la matriz  $M = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$  Considere los conjuntos:

$$W_1 = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} : c = d = 0, b = a - 1 \right\},$$

$$W_2 = \{ X \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R}); MX = 0_{M_{2 \times 2}(\mathbb{R})} \},$$

$$W_3 = \{ X \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R}); \text{tr}(MX) = 0 \}$$

- Determine cuáles de estos conjuntos es un subespacio vectorial de  $V$
- Si en el literal a.) obtiene dos subespacios, determine una base y la dimensión de la intersección entre dichos subespacios.
- Si en el literal a.) obtiene dos subespacios, determine si la unión entre dichos subespacios es un subespacio vectorial de  $V$ .

4. (30 Puntos)

Sea  $V = M_{2 \times 2}[\mathbb{R}]$  el espacio vectorial real de todas las matrices cuadradas de orden  $2 \times 2$ , con entradas reales y las operaciones usuales de adición y multiplicación por un escalar para matrices. Dada la matriz  $M = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$  Considere los conjuntos:

$$W_1 = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} : c = d = 0, b = a - 1 \right\},$$

$$W_2 = \{X \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R}); MX = 0_{M_{2 \times 2}(\mathbb{R})}\},$$

$$W_3 = \{X \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R}); \text{tr}(MX) = 0\}$$

- Determine cuáles de estos conjuntos es un subespacio vectorial de  $V$
- Si en el literal a.) obtiene dos subespacios, determine una base y la dimensión de la suma entre dichos subespacios.
- Si en el literal a. obtiene dos subespacios, determine si la unión entre dichos subespacios es un subespacio vectorial de  $V$ .

**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS**  
**DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS**

<b>AÑO:</b> 2021	<b>PERIODO:</b> SEGUNDO TERMINO
<b>MATERIA:</b> Álgebra Lineal	<b>PROFESORES:</b> Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Vielma J.
<b>EVALUACIÓN:</b> PRIMERA	<b>FECHA:</b> 25/11/2021

**TEMA 4**

1. (15 Puntos)

Sea  $V$  un espacio vectorial y sean  $B_1 = \{v_1, v_2, v_3\}$ ,  $B_2 = \{w_1, w_2, w_3\}$  bases de  $V$  tales que:

$$w_1 = 2v_1 - v_2 + v_3, \quad w_2 = 3v_2 + v_3 \quad \text{y} \quad w_3 = -3v_1 + 2v_3.$$

Determine:

- La matriz de cambio de base de  $B_2$  a  $B_1$
- $[v]_{B_1}$ , si se conoce que  $v = w_1 - 2w_2 + 2w_3$

2. (15 Puntos)

Sea  $V$  un espacio vectorial y sean  $B_1 = \{v_1, v_2, v_3\}$ ,  $B_2 = \{w_1, w_2, w_3\}$  bases de  $V$  tales que:

$$v_1 = 4w_1 - w_2, \quad v_2 = -w_1 + w_2 + w_3 \quad \text{y} \quad v_3 = w_2 - 2w_3.$$

Determine:

- La matriz de cambio de base de  $B_1$  a  $B_2$
- $[w]_{B_2}$ , si se conoce que  $w = 3v_1 + 4v_2 + v_3$

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

<b>AÑO:</b> 2021	<b>PERIODO:</b> SEGUNDO TERMINO
<b>MATERIA:</b> Álgebra Lineal	<b>PROFESORES:</b> Laveglia F, Martínez M, Ramírez J, Valdiviezo J, Vielma J.
<b>EVALUACIÓN:</b> PRIMERA	<b>FECHA:</b> 25/11/2021

TEMA 5

1. (15 Puntos)

Sean  $V = (\mathbb{R}^2, \oplus, \odot)$  y  $W = (\mathbb{R}^2, \boxplus, \boxdot)$  espacios vectoriales reales donde las operaciones en cada espacio vectorial están definidas como:

$$\oplus: \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + a_2 + 2 \\ b_1 + b_2 - 2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \boxplus: \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} \boxplus \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + a_2 - 1 \\ b_1 + b_2 + 1 \end{pmatrix}$$

$$\odot: k \odot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka + 2k - 2 \\ kb - 2k + 2 \end{pmatrix} \quad \boxdot: k \boxdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka - k + 1 \\ kb + k - 1 \end{pmatrix}$$

Califique cada una de las siguientes proposiciones como Verdadera (V) o Falsa (F), justifique su respuesta

1. Determine el elemento neutro aditivo del espacio V y del espacio W. Existe alguna transformación lineal T de V en W tal que  $T\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ :

2. Si T es una transformación lineal de V en W tal que  $T\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ , entonces

$$T\left[(-2) \odot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}\right] = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix};$$

3. Si  $T$  es una transformación lineal de  $V$  en  $W$  tal que  $T\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  y  $T\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  
 entonces  $T\left[\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right] = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ :

2. (15 Puntos)

Sean  $V = (\mathbb{R}^2, \oplus, \odot)$  y  $W = (\mathbb{R}^2, \boxplus, \boxdot)$  espacios vectoriales reales donde las operaciones en cada espacio vectorial están definidas como:

$$\oplus: \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + a_2 + 2 \\ b_1 + b_2 - 2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \boxplus: \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} \boxplus \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + a_2 - 1 \\ b_1 + b_2 + 1 \end{pmatrix}$$

$$\odot: k \odot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka + 2k - 2 \\ kb - 2k + 2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \boxdot: k \boxdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka - k + 1 \\ kb + k - 1 \end{pmatrix}$$

Califique cada una de las siguientes proposiciones como Verdadera (V) o Falsa (F), justifique su respuesta

1. Determine el elemento neutro aditivo del espacio  $V$  y del espacio  $W$ . Existe alguna transformación lineal  $T$  de  $V$  en  $W$  tal que  $T\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ :

2. Si  $T$  es una transformación lineal de  $V$  en  $W$  tal que  $T\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ , entonces

$$T\left[(-2) \odot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}\right] = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}:$$

3. Si  $T$  es una transformación lineal de  $V$  en  $W$  tal que  $T\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  y  $T\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,

$$\text{entonces } T\left[\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right] = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}:$$

3. (15 Puntos)

Sean  $V = (\mathbb{R}^2, \oplus, \odot)$  y  $W = (\mathbb{R}^2, \boxplus, \boxdot)$  espacios vectoriales reales donde las operaciones en cada espacio vectorial están definidas como:

$$\begin{aligned} \oplus: \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} a_1 + a_2 + 1 \\ b_1 + b_2 - 1 \end{pmatrix} & \boxplus: \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} \boxplus \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} a_1 + a_2 - 3 \\ b_1 + b_2 + 3 \end{pmatrix} \\ \odot: k \odot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} ka + k - 1 \\ kb - k + 1 \end{pmatrix} & \boxdot: k \boxdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} ka - 3k + 3 \\ kb + 3k - 3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Califique cada una de las siguientes proposiciones como Verdadera (V) o Falsa (F), justifique su respuesta

1. Determine el elemento neutro aditivo del espacio V y del espacio W. Existe alguna transformación lineal T de V en W tal que  $T\left(\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ :

2. Si T es una transformación lineal de V en W tal que  $T\left(\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ , entonces

$$T\left[\left(\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}\right)\right] = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}:$$

3. Si T es una transformación lineal de V en W, entonces  $T\left[\left(\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}\right)\right] = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$ :

4. (15 Puntos)

Sean  $V = (\mathbb{R}^2, \oplus, \odot)$  y  $W = (\mathbb{R}^2, \boxplus, \boxdot)$  espacios vectoriales reales donde las operaciones en cada espacio vectorial están definidas como:

$$\begin{aligned} \oplus: \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} a_1 + a_2 + 1 \\ b_1 + b_2 - 1 \end{pmatrix} & \boxplus: \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} \boxplus \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} a_1 + a_2 - 3 \\ b_1 + b_2 + 3 \end{pmatrix} \\ \odot: k \odot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} ka + k - 1 \\ kb - k + 1 \end{pmatrix} & \boxdot: k \boxdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} ka - 3k + 3 \\ kb + 3k - 3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Califique cada una de las siguientes proposiciones como Verdadera (V) o Falsa (F), justifique su respuesta

1. Determine el elemento neutro aditivo del espacio V y del espacio W. Existe alguna transformación lineal T de V en W tal que  $T\left(\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$ :

2. Si  $T$  es una transformación lineal de  $V$  en  $W$  tal que  $T\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ , entonces

$$T\left[(-1) \odot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}\right] = \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \end{pmatrix}:$$

3. Si  $T$  es una transformación lineal de  $V$  en  $W$ , entonces  $T\left[\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}\right] \neq \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$ :