

Ecuaciones Diferenciales y Álgebra Lineal PAO II 2021

Examen Final

Compromiso de honor

Yo declaro que he sido informado y conozco las normas disciplinarias que rigen a la ESPOL, en particular el Código de Ética y el Reglamento de Disciplina. Al aceptar este compromiso de honor, reconozco y estoy consciente de que la presente evaluación está diseñada para ser resuelta de forma individual; que puedo comunicarme únicamente con la persona responsable de la recepción de la evaluación; y que al realizar esta evaluación no navegaré en otras páginas que no sean las páginas de Aula Virtual; que no recibiré ayuda ni presencial ni virtual; que no haré consultas en libros, notas, ni apuntes adicionales u otras fuentes indebidas o no autorizadas por el evaluador; ni usaré otros dispositivos electrónicos o de comunicación no autorizados. Además, me comprometo a mantener encendida la cámara durante todo el tiempo de ejecución de la evaluación, y en caso de que el profesor lo requiera, tomar una foto de las páginas en las que he escrito el desarrollo de los temas y subirla a Aula Virtual, como evidencia del trabajo realizado, estando consciente que el no subirla, anulará mi evaluación. Acepto el presente compromiso, como constancia de haber leído y aceptado la declaración anterior y me comprometo a seguir fielmente las instrucciones que se indican para la realización de la presente evaluación (incluyendo los requisitos de uso de la tecnología). Estoy consciente que el incumplimiento del presente compromiso, anulará automáticamente mi evaluación y podría ser objeto del inicio de un proceso disciplinario.

Problemas planteados

1. (10 puntos) Halle la solución general de la ecuación diferencial lineal de segundo orden

$$t^2 y'' - 2ty' + 2y = te^{-t}.$$

2. (10 puntos) Sea $T: \mathbb{P}_2 \rightarrow \mathbb{P}_3$ función definida por $T(p(x)) = x \cdot p(x) + p'(x)$.

- a) Verifique que T es una transformación lineal;
- b) Calcule las dimensiones $\mathcal{N}(T)$ y $\mathcal{I}m(T)$.
- c) Determine si T es inyectiva o sobreyectiva o ninguna de las dos.

3. (10 puntos) Considere el operador $D^2: C^2(\mathbb{R}) \rightarrow C^2(\mathbb{R})$ definido por $D(f(t)) = f''(t)$. Verifique que todo número real λ es un valor propio de D^2 . Para cada uno de los casos: $\lambda > 0$, $\lambda = 0$, $\lambda < 0$, halle los espacios propios asociados y calcule su dimensión.

4. (10 puntos) Resuelva el problema de valor inicial:

$$\begin{aligned} y_1' &= 2y_1 + 3y_2 & y_1(0) &= 1 \\ y_2' &= 2y_1 + y_2, & y_2(0) &= -1. \end{aligned}$$

5. (10 puntos) Resuelva los problemas de valores iniciales:

- a) $y'' + y = g(t)$; $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$, donde

$$g(t) = \begin{cases} t/2, & \text{si } 0 \leq t < 6 \\ 3, & \text{si } t \geq 6. \end{cases}$$

- b) $y'' + 2y' + 3y = \sin t + \delta(t - 3\pi)$; $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.