## **ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**

## Facultad de Ingeniería en Mecánica y Ciencias de la Producción

Diseño y simulación de un sistema de control optimizado para un condensador adiabático.

## **PROYECTO INTEGRADOR**

Previo la obtención del Título de:

## Ingeniero Mecánico

Presentado por: Hamilton Javier Alemán Tocto Arturo Alexander Sánchez Sánchez

> GUAYAQUIL - ECUADOR Año: 2022

### DEDICATORIA

El presente proyecto está dedicado a toda mi familia que siempre ha sido un pilar fundamental en mi vida. A mi padre Javier Alemán que me ha apoyado a lo largo de mi carrera universitaria. A mi madre Verónica Tocto que siempre me ha acompañado en sus oraciones. A mis hermanos David y Verónica que han sido mi motivación para esforzarme y ser mejor. A mi abuela Mami Gladys que me ha cuidado y ha visto por mí.

Agradezco de corazón a todos mis amigos que me han acompañado durante mi vida universitaria, dando sus valiosos consejos cuando más he necesitado.

Hamilton Javier Alemán T.

El presente proyecto se lo dedico a todas las personas que estuvieron a mi lado durante este tiempo, especialmente a mi familia, siendo un pilar fundamental para que hoy por hoy me encuentre aquí. Por consiguiente, a todos mis amigos ya que fueron ese apoyo y motivación extra que alguien necesita para poder sobresalir ante adversidad alguna emocional, haciéndome recordar cuán importante es trabajar, pero sobre todo sonreír.

Arturo Alexander Sánchez S.

## AGRADECIMIENTOS

Primeramente, agradeciendo a Dios por la oportunidad de haber compartido con personas excelentes que permitieron expandir nuestros conocimientos en distintos campos de la ingeniería.

Además, agradecer al PhD. Christian Silva, habernos guiado por pertinentemente en la elaboración de nuestro proyecto, siendo un constante consejero y motivador. Así como también, nuestros más sinceros PhD. agradecimientos al Miguel Quilambaqui, por guiarnos durante todo este semestre en la materia integradora brindarnos consejos V para ir mejorando día a día en nuestro tema. Por último, agradecer a cada una de las personas que nos han apoyado.

Hamilton A. y Arturo S.

## **DECLARACIÓN EXPRESA**

"Los derechos de titularidad y explotación, nos corresponde conforme al reglamento de propiedad intelectual de la institución; Hamilton Javier Alemán Tocto y Arturo Alexander Sánchez Sánchez damos nuestro consentimiento para que la ESPOL realice la comunicación pública de la obra por cualquier medio con el fin de promover la consulta, difusión y uso público de la producción intelectual"

Hamilton Alemán Estudiante

Arturo Sánchez Estudiante

## **EVALUADORES**

PhD. Miguel Quilambaqui

PhD. Christian Silva

PROFESOR DE LA MATERIA

PROFESOR TUTOR

### RESUMEN

Como se conoce hoy en día, uno de los equipos más importantes en el campo de refrigeración son los condensadores, siendo el evaporativo el más popular y uno de los que más agua consumen. Por esto, en la actualidad hay una variedad de condensadores, siendo uno de ellos el adiabático, que a diferencia del evaporativo este no consume exceso de agua.

Por esto, durante el proyecto se realizó el modelo matemático en la plataforma de Simulink/MATLAB para el tipo de condensadores mencionados anteriormente, mediante la teoría de balance de energía y diseño de intercambiadores de calor con condensación interna, para la implementación de un controlador que le permitió a la planta mejorar su respuesta.

Durante el modelo, se obtuvieron las temperaturas de salida de los tubos, el aire circundante a través de la superficie y la cantidad de masa que se condensa en el modelo. Además, se visualizó como mejora el controlador a la planta realizada con la implementación y comparación en los tiempos de respuesta.

Por lo tanto, se ha logrado comparar teóricamente el diseño térmico de un intercambiador de calor con condensación interna, mediante conceptos de balance de energía y masa, siendo fundamentales para la elaboración del modelado y a su vez en la creación del controlador PID, cuya función de transferencia permitió optimizar al sistema inicial.

Palabras Clave: Balance de energía, modelo matemático, controlador, condensador.

## ABSTRACT

As is known today, one of the most important pieces of equipment in the refrigeration field are condensers, with the evaporative being the most popular and one of the most consuming. For this reason, there are currently a variety of condensers, one of them being the adiabatic, which, unlike the evaporative, does not consume excess water.

For this reason, the project carried out the mathematical model in the Simulink/MATLAB platform for the type of condensers previously, through the theory of energy balance and design of heat exchangers with internal condensation, for the implementation of a controller that allowed the plant to improve its response.

During the model, the tube outlet temperatures, disturbed air across the surface, and the amount of mass condensing in the model will be acquired. In addition, the controller improvement to the plant made with the implementation and comparison in response times was visualized.

Therefore, it has been possible to theoretically compare the thermal design of a heat exchanger with internal condensation, through concepts of energy and mass balance, being fundamental for the elaboration of the modeling and, in turn, in the creation of the PID controller, whose function of optimized transfer to the initial system.

Keywords: Energy balance, mathematical model, controller, condenser.

## TABLA DE CONTENIDO

RESUMENI
ABSTRACTII
ABREVIATURASVI
SIMBOLOGÍAVII
ÍNDICE DE FIGURASVIII
ÍNDICE DE TABLASX
ÍNDICE DE PLANOSXI
CAPÍTULO 1 1
1. Introducción 1
1.1. Definición del Problema1
1.2. Justificación del proyecto1
1.3. Objetivos2
1.3.1. Objetivo General2
1.3.2. Objetivos Específicos
1.4. Marco teórico3
1.4.1. Refrigeración adiabática3
1.4.2. Condensadores aplicados en los sistemas de refrigeración
1.4.3. Tipos de sistemas de control para regulación de temperatura7
1.4.4. Modelo Matemático9
1.4.5. Diseño de Controladores PID9
1.4.6. Engineering Equation Solver (EES)12
1.4.7. Mezclas de gas-vapor relacionada con el acondicionamiento de aire 12
CAPÍTULO 2 14
2. Metodología 14
2.1. Consideraciones

	1. consta	Las propiedades de los fluidos dentro del intercambiador de calor s antes	son 14
	2. fluidos	No existe transferencia de energía con el ambiente y la conducción con s usados es despreciable	los 14
	3. calor.	El flujo de calor es distribuido uniformemente por todo el intercambiador 14	de
	2.2.	Metodología de diseño	15
	2.3.	Dimensionamiento del intercambiador de calor	16
	2.4.	Propiedades para el cálculo del coeficiente de convección del aire	19
	2.5.	Propiedades para el fluido en estado saturado	20
	2.6.	Modelamiento Matemático para el cambio de fase	21
	2.6.1	. Análisis de conservación de la masa en el interior del tubo	23
	2.6.2	2. Análisis de energía del sistema en el interior del tubo	24
	2.6.3	B. Balance de energía en el tubo	26
	2.6.4	Balance de energía en el aire circundante al intercambiador	27
	2.6.5	5. Análisis de masa de vapor condensado	28
	2.6.6	6. Análisis de las ecuaciones de estado	28
	2.6.7	Análisis en espacio de estado	29
	2.7.	Obtención de la temperatura del aire por saturación adiabática	32
(	CAPÍTι	JLO 3	33
	3. F	Resultados y Análisis	33
	3.1.	Diseño Térmico	33
	3.2.	Modelo Realizado en Espacio de Estados	33
	3.3.	Polinomios de aproximación	34
	3.4.	Resultados de Simulación	35
	3.5.	Sintonización del controlador	38
	3.6.	Optimización del controlador	42

3.7.	Análisis de Costos	. 45
3.8.	Discusión	. 46
CAPÍT	ULO 4	. 50
4.	Conclusiones Y Recomendaciones	. 50
4.1.	Conclusiones	. 50
4.2.	Recomendaciones	. 51

## ABREVIATURAS

- ESPOL Escuela Superior Politécnica del Litoral
- ASHRAE American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers
- UNICEF United Nations Children's Fund
- EES Equations Engineering Solution

# SIMBOLOGÍA

Coeficiente de convección al interior del tubo [W/m <sup>2</sup> -K]
Área interior del tubo [m <sup>2</sup> ]
Área sobre la superficie del tubo aleteado [m <sup>2</sup> ]
Masa del aire que recorre sobre la superficie [Kg]
Calor específico del aire [J/Kg-K]
Coeficiente de convección sobre el tubo aleteado [W/m <sup>2</sup> -K]
Flujo másico del aire [Kg/s]
Eficiencia de las aletas sobre la superficie del tubo [adimensional]
Temperatura del tubo [°C]
Temperatura de ingreso del aire [°C]
Temperatura de salida promedio del aire [°C]
Masa del tubo [Kg]
Calor específico del material del tubo [J/Kg-K]
Temperatura de saturación [°C]
Masa condensada en el volumen de control [Kg]
Entalpía de saturación [J/Kg]
Flujo másico de entrada del refrigerante [Kg/s]

# ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 Diagrama del proceso de entrada y salida de los fluidos y refrigerante
usados en un condensador evaporativo (Comstock, 2016)5
Figura 1.2 Diagrama del proceso de entrada y salida del fluido y refrigerante usados
en un condensador adiabático7
Figura 1.3 Curva de respuesta para una planta aplicable al primer método de 11
Figura 2.1 Diagrama de flujo de la lógica de funcionamiento del condensador
adiabático16
Figura 2.2 Representación de las posiciones de las variables como separación de
aletas, diámetros y altura de aletas [Autoría propia]19
Figura 2.3 Diagrama Presión vs entalpía de un ciclo simple de compresión mecánica
Fuente: (Bonilla Novillo, Castelo Valdivieso, Orozco Cantos, & Jácome Domínguez,
2008)
Figura 2.4 Esquema de la interacción de temperaturas entre fluido, tubo y aire entre
aletas
Figura 3.1 Gráfico del comportamiento de la masa condensada en el condensador
realizado hasta llegar al nivel de la máxima masa condensada
Figura 3.2 Gráfico del comportamiento de la temperatura de condensación del
refrigeranteR134A en el interior del serpentín realizado hasta llegar a la estabilización
de temperatura de condensación
Figura 3.3 Gráfico del comportamiento de la temperatura promedio del aire sobre la
superficie del tubo aleteado del condensador realizado hasta llegar al equilibrio
térmico
Figura 3.4 Gráfico del comportamiento de la temperatura del tubo aleteado del
condensador realizado hasta llegar al equilibrio térmico
Figura 3.5 Gráfico resultante al implementar la constante crítica para el diseño de un
controlador por el método de Ziegler Nichols
Figura 3.6 Gráfico resultante al implementar un controlador PI con parámetros obtenido
por el método de Ziegler Nichols 40
Figura 3.7 Gráfico resultante al implementar un controlador PID con parámetros
obtenido por el método de Ziegler Nichols [Autoría propia]

# ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.1 Parámetros para la sintonización por el primer método de Ziegler-Nichols
(Ogata, 2010)
Tabla 1.2 Parámetros para la sintonización por el segundo método de Ziegler-Nichols
(Ogata, 2010)
Tabla 2.1. Parámetros iniciales de los tubos y aletas del intercambiador de calor de
flujos cruzados
Tabla 2.2. Ecuaciones necesarias para la obtención del coeficiente de convección del
aire exterior
Tabla 2.3. Ecuaciones empleadas para descripción del ciclo térmico de refrigeración
Tabla 3.1. Resultados obtenidos para la implementación del espacio de estados 33
Tabla 3.2 Especificaciones transientes del controlador PI a través del método de
Ziegler – Nichols
Tabla 3.3 Especificaciones transientes del controlador PID a través del método de
Ziegler – Nichols
Tabla 3.4 Especificaciones transientes del controlador PI optimizado mediante la
herramienta SISOTOOL
Tabla 3.5 Especificaciones transientes del controlador PID optimizado mediante la
herramienta SISOTOOL 44
Tabla 3.6 Tabla de costos iniciales para la obtención del capital de inversión
Tabla 3.7 Costos anuales de la propuesta vs un equipo comercial (Condensador 46
Tabla 3.8 VAN y TIR proyectados con un margen de ingresos de \$ 18216.00 46

## ÍNDICE DE PLANOS

PLANO 1 Dimensiones del tubo aleteado del intercambiador de calor diseñado.

# **CAPÍTULO 1**

### 1. INTRODUCCIÓN

#### 1.1. Definición del Problema

Los sistemas de refrigeración industriales basados en compresión de vapor se emplean extensamente en plantas industriales, debido a su facilidad de uso. Dentro de su esquema de funcionamiento, los equipos que consumen una mayor cantidad de agua son los condensadores, que en la mayoría de los casos son del tipo evaporativo, debido a su eficiencia en el proceso de remoción de calor. En consecuencia, gran parte del agua usada en el proceso de intercambio de calor no se puede aprovechar, perdiéndose en la atmósfera en forma de vapor, esto genera que las sales solubles que contiene el agua de recirculación, presentes en el proceso, se queden incrustadas en el serpentín promoviendo procesos de corrosión. Por dicha razón, se debe mantener un correcto control del tratamiento del agua mediante el uso de químicos, para evitar que las incrustaciones se produzcan generando una menor tasa de transferencia de calor, así como un mayor consumo de energía debido a la caída de presión.

La obtención de una temperatura de condensación baja es beneficiosa para el proceso de compresión del vapor, esto se traduce en una reducción de la razón de compresión obteniendo así un menor consumo de energía. Más aún, garantizar la estabilidad de la temperatura de salida del fluido que atraviesa el sistema es de vital importancia porque se evita la presencia de vapor en la línea, mejorando la eficiencia del sistema en general.

#### 1.2. Justificación del proyecto

En la actualidad la accesibilidad al agua es cada vez más limitada, por lo que los esfuerzos por disminuir el uso de este recurso se intensifican. Investigadores en todo el mundo tratan de generar alternativas que permitan reducir su consumo. Solo la industria como tal emplea alrededor del 20% del agua dulce accesible en el mundo, de este porcentaje el 80% se destina a procesos de intercambio de calor y refrigeración (UNESCO, 2019). Esto

demuestra la gestión del agua no se ha manejado de forma sostenible durante todos estos años.

El diseño de modelos matemáticos para el desarrollo de sistemas de control aplicados a los sistemas de refrigeración es necesario para evaluar el comportamiento y mejorar los rendimientos de dichos dispositivos, mediante el empleo de sistemas de compensación que ayuden a mantener la temperatura deseada, causando así una mejora en el sistema, causando una optimización del sistema que conlleva a tener un impacto positivo tanto económica como ambientalmente.

#### 1.3. Objetivos

#### 1.3.1. Objetivo General

 Diseñar un modelo matemático de un condensador adiabático, mediante técnicas de espacio de estados implementadas en Simulink/MATLAB, para la optimización de un sistema de control de perturbaciones y estado estacionario.

#### 1.3.2. Objetivos Específicos

- 1. Diseñar el modelo matemático mediante espacio de estados y estimación de parámetros.
- 2. Establecer la respuesta dinámica del condensador adiabático para la respectiva elaboración en Simulink.
- 3. Implementar un controlador de temperatura para el modelo desarrollado.
- 4. Optimizar el sistema propuesto para que sea robusto ante perturbaciones externas, y la mejora del error en estado estacionario.

#### 1.4. Marco teórico

Para la elaboración del proyecto, primero se tienen que establecer ciertos conceptos sobre algunos temas relevantes, permitiendo entender de mejor manera el principio de funcionamiento de un condensador adiabático. Por esto, se establecen las siguientes definiciones.

#### 1.4.1. Refrigeración adiabática

Para entender el concepto de refrigeración adiabática, es necesario primero definir los conceptos tanto de refrigeración como el de un proceso adiabático, y posteriormente los mecanismos que contribuyen a su uso en aplicaciones reales.

El proceso de refrigeración es un proceso que consiste en la disminución de temperatura de un espacio determinado por medio de la extracción de calor, con el fin de mantener menor la temperatura del interior con respecto al ambiente (Bonilla Novillo, Castelo Valdivieso, Orozco Cantos, & Jácome Domínguez, 2008).

Por otro lado, un proceso adiabático se define como la no transferencia de calor entre el sistema y los alrededores y puede pasar de dos formas distintas: 1) Que el sistema se encuentre aislado completamente, limitando la transferencia de calor en insignificantes cantidades tal que puede despreciarse, y 2) (Çengel, Boles, & Kanoğlu, 2016).

Una vez planteadas ambas definiciones, se define como refrigeración adiabática al proceso de extracción de calor sin que exista transferencia de calor del sistema hacia al exterior o viceversa.

Para que exista refrigeración o, en este caso, enfriamiento adiabático en los condensadores, se necesita partículas de agua para la humidificación del aire, causando la vaporización al momento de entrar en contacto con la tubería del fluido caliente, este proceso se detalla más profundamente en la siguiente sección.

#### 1.4.2. Condensadores aplicados en los sistemas de refrigeración

Los condensadores termodinámicos tienen muchas utilidades tanto en el campo de la industria energética como en el de la refrigeración, siendo su principal función el intercambio de calor entre dos sustancias. Por ello, es

necesario el uso de un intercambiador de calor en los diferentes sistemas de condensación, para que suceda la transferencia de calor entre los fluidos, siendo los más utilizados aquellos de flujo cruzados y los de placas y tubos. En ambos casos, la efectividad depende tanto del gradiente de temperatura deseado, como de la capacidad térmica del intercambiador.

Conociendo esto, el intercambio de calor en el interior del condensador se lo define como la transferencia de calor latente entre un fluido en estado gaseoso con otro ya sea en estado líquido o sólido, conociéndose a esta etapa como fase transición. (Hortelano Capetillo, Gallegos Muñoz, Belman Flores, & Alfaro Ayala, 2014).

En el campo de refrigeración y climatización, existen distintos tipos de condensadores, tales como:

**Condensadores evaporativos:** El enfriamiento evaporativo consiste en el uso de aire y agua como fluidos en el proceso de calor, con el fin de reducir la temperatura de salida del refrigerante, mediante la circulación del aire y el rocío de agua a través del serpentín (Rui Camargo, Ebinuma, & Silveira, 2005).

Además, los condensadores evaporativos rechazan calor al ambiente, debido a la vaporización que sufre el agua al tener contacto con la superficie del refrigerante, con la diferencia que permiten entregar una temperatura menor al bulbo húmedo, siendo 14 a 25 [°C] menor al bulbo seco (Comstock, 2016).

Este tipo de condensador se usa más en zonas de altas temperaturas, debido a la recirculación de aire, pues permite la eliminación de bacterias y hongos, facilitando así el mantenimiento del equipo porque que usa agua a baja temperatura y aire a temperatura ambiente, permitiendo que el agua enfríe el aire al mezclarse para así generar la temperatura adecuada para el enfriamiento del refrigerante.



# Figura 1.1 Diagrama del proceso de entrada y salida de los fluidos y refrigerante usados en un condensador evaporativo (Comstock, 2016).

Como se evidencia en la Figura 1.1 el proceso consiste en la entrada de aire y agua de manera simultánea, con el fin de tener contacto con el serpentín o también llamado bobina de condensación, para generar el cambio de fase en el refrigerante de vapor a líquido.

**Condensadores refrigerados por aire:** Este tipo de condensadores basa su funcionamiento en el uso de aire para realizar el intercambio de calor para enfriar el refrigerante. Por esto, se necesitan una gran cantidad de volumen de aire para lograr la llegar a la temperatura ideal deseada, siendo más usados en máquinas frigoríficas con una potencia inferior a 5000 [kcal/hora] (Torres Agudelo, 1996).

Debido al fluido usado para el enfriamiento, se pueden obtener dos subtipos de condensadores: de circulación natural y de circulación forzada.

Los condensadores de circulación natural usan la velocidad del aire ambiente como fuente de ingreso del condensador. Se usan típicamente en equipos de pequeña potencia como refrigeradoras domésticas.

Los condensadores de circulación forzada cuentan con un sistema de transferencia por convección forzada, donde un ventilador axial produce el movimiento de un volumen de aire a través del serpentín donde circula el refrigerante a condensar.

**Condensadores adiabáticos:** Este tipo de equipos son una mejora de los condensadores evaporativos, ya que permiten la reducción del consumo de agua en zonas cálidas, gracias a su sistema interno de humidificación del aire seco con partículas de agua, generando solo transferencia de masa, más no de calor con el exterior, lo que causa el descenso de temperatura (Hortelano Capetillo, Gallegos Muñoz, Belman Flores, & Alfaro Ayala, 2014).

Por esto, los condensadores adiabáticos no dependen de la temperatura del aire ambiente, debido a la presencia de un panel hidrofóbico con partículas de agua, lo que causa que primero ocurra un preenfriamiento del aire seco, hasta llegar a una temperatura similar a la del bulbo húmedo con una eficiencia aproximada del 95%, logrando que la temperatura de enfriamiento sea la necesaria para condensar el refrigerante usado durante el proceso (Hortelano Capetillo, Gallegos Muñoz, Belman Flores, & Alfaro Ayala, 2014).

Tal como se describe anteriormente, estos equipos logran ser adiabáticos porque asemejan la temperatura de entrada del aire con la del bulbo húmedo, permitiendo una mayor capacidad para disipar el calor a través del vapor generado por las partículas de agua en el aire.

La Figura 1.2 muestra el proceso de un condensador adiabático en V, que consiste en la entrada de aire seco a través de un panel hidrofóbico preenfriamiento, y posteriormente tenga contacto con la tubería de refrigerante, provocando la condensación del refrigerante que pasa de estado gaseoso a estado líquido al tiempo en que el aire se disipe en la parte superior del condensador.



Figura 1.2 Diagrama del proceso de entrada y salida del fluido y refrigerante usados en un condensador adiabático. (Comstock, 2016)

#### 1.4.3. Tipos de sistemas de control para regulación de temperatura

Existen diferentes tipos de control de temperatura para intercambiadores de calor. Entre los principales están el control PID que es estándar en la industria, controles tipos switch ON/OFF y el control proporcional.

**Control ON/OFF:** Consiste en un sistema por medio del cual se controla la temperatura encendiendo o apagado la fuente de calor en función de un límite inferior o superior, de esta manera se consigue mantener la temperatura dentro de la región entre ambos extremos. No obstante, tienen la desventaja de que la temperatura de salida puede ser inestable, por lo que en procesos donde la estabilidad es indispensable no son recomendados. Sin embargo, se prefieren en aplicaciones debido a su bojo costo de implementación.

Los sistemas de control del tipo ON/OFF en muchos casos utilizan partes mecánicas para producir el encendido y apagado, por lo cual tienden a sufrir desgaste, reduciendo su vida útil. Además, en el caso de sistemas cuyo arranque involucra equipos con una gran potencia de arranque el control ON/OFF no es el adecuado.

**Control Proporcional:** El control proporcional se diferencia del control ON/OFF porque evita el ciclo de corte, lo que reduce la potencia del sistema que suministra calor. En estos sistemas, si la temperatura se encuentra

lejos del punto de ajuste la entrada de potencia variará de manera proporcional a la diferencia de temperatura; en cambio, si la temperatura se encuentra por debajo del punto de ajuste el sistema estará encendido durante más tiempo.

**Control PID:** El control proporcional-integral-derivativo es el más utilizado en diversas aplicaciones del control automático, a pesar de la existencia de diversos tipos de controladores modernos, la trayectoria exitosa de este tipo de controladores los hace confiables al momento de aplicarlos en la industria. A pesar de ello, los controladores PID no son aplicables a todos los procesos y existen diversos factores externos que evitan el correcto funcionamiento de los controladores. En el caso de los sistemas térmicos este tipo de control permite tener una salida de temperatura constante, por lo que lo hace efectivo para sistemas que necesitan ser estables frente a perturbaciones propias del sistema (Liu & S., 2001)

Este controlador permite leer un sensor, con el fin de calcular la salida de un actuador, a través de las tres salidas posibles que son: proporcional, integral y derivativa.

La respuesta proporcional del controlador es dependiente de la diferencia de un punto de referencia y una variable del proceso, cuyo valor dado se lo considera un error. Por esto, la constante  $K_c$  relaciona la salida con respecto a la señal de error y si su valor aumenta la respuesta del sistema también lo hace, limitándose hasta cierto rango debido a que puede ser potencialmente inestable luego de llegar a un valor en específico.

La respuesta integral a diferencia de la proporcional suma el error en el transcurso de tiempo, por lo que aumenta el valor de la respuesta integral y por esto se trata de llevar el error de estado estable a cero.

La respuesta derivada permite disminuir la salida en caso de que la variable haya aumentado rápidamente, por lo que es proporcional a la tasa de cambio de la variable del proceso. Sin embargo, esta respuesta derivada debe ser en pequeña magnitud debido a que son sensibles a señales externas como lo son los ruidos y puede causar inestabilidad al sistema de control.

#### 1.4.4. Modelo Matemático

El modelado de un sistema físico se basa en la utilización de leyes físicas tales como: conservación de la masa, energía y la cantidad de movimiento para obtener aproximación al comportamiento real del sistema.

Para el modelado de un sistema térmico en estado no estacionario se trabaja en la dimensión cero, es decir la temperatura del sistema no cambia respecto a la posición en el espacio, sino solo varía con respecto al tiempo. A estas suposiciones se las denomina suposiciones de capacitancia concentrada. Este concepto es similar a la aproximación de superficies extendidas, donde la resistencia del objeto se desprecia al ser pequeña y es válida para situaciones donde la temperatura del objeto permanece constante en toda la superficie.

De acuerdo con lo establecido se puede determinar un volumen de control para poder realizar el balance de energía correspondiente (Hewitt, Shires, & Bott, 1994).

$$0 = \dot{q}_{conv} + \frac{dU}{dt} \tag{1.1.}$$

Donde  $\dot{q}_{conv}$  es la tasa de disipación de calor por convección y  $\frac{dU}{dt}$  es la variación de la energía interna con respecto al tiempo dentro del volumen de control.

#### 1.4.5. Diseño de Controladores PID

Es posible obtener un controlador PID para una planta una vez obtenido el modelo matemático de la misma, para ello se emplea diversas técnicas de diseño entre la que se destaca el método de Ziegler-Nichols para la sintonización de dicho tipo de controlador. Sin embargo, si la planta es extremadamente compleja no es posible llevar a cabo un método analítico, sino que se tiene que realizar pruebas experimentales para su correcta sintonización. La función de transferencia general para un controlador PID queda establecida de la siguiente manera:

$$G_p(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s$$
 (1.2.)

Donde  $K_p$  corresponde a la ganancia proporcional,  $K_i$  representa la ganancia integral y  $K_d$  la ganancia derivativa y s es el operador de Laplace. Ziegler y Nichols plantearon reglas para conseguir los valores iniciales correspondientes a los parámetros de la función PID de control basándose en la respuesta transitoria de la planta. Existen 2 métodos llamados reglas de sintonización de controladores PID propuestos por Ziegler-Nichols (Ogata, 2010). Los cuales se describen a continuación:

**Primer método de sintonización:** Este método se puede aplicar en plantas que no contienen integradores ni polos dominantes complejos conjugados, es decir, la salida se observa en forma de S tal como se observa en la Figura 1.3 donde al trazar una línea tangente a un punto de inflexión de la curva se determina la intersección cuando la salida permanece constante. Al realizar el trazo de dicha curva se obtiene los siguientes parámetros: *L* corresponde al tiempo de retardo de la curva, y *T* a la constante de tiempo.

Realizando el análisis respectivo se puede obtener la función de transferencia de una salida aproximándose a un sistema de primer orden con un retardo como se observa a continuación en la ecuación 1.3.

$$\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{Ke^{-Ls}}{Ts+1},$$
 (1.3.)

Donde *K* es la ganancia del sistema, *L* corresponde al tiempo de retardo, *T* es la constante del tiempo del sistema. Además, C(s) es la salida del sistema y U(s) es la entrada.

Con la función de transferencia de la Ecuación 1.3. se puede obtener una salida del sistema como se observa en la Figura 1.3.





Los valores correspondientes a la Ecuación 1.2 se calculan utilizando la siguiente tabla:

Tipo de Controlador	K <sub>p</sub>	T <sub>i</sub>	T <sub>d</sub>
P	$\frac{T}{L}$	8	0
PI	$0.9\frac{T}{L}$	$\frac{L}{0.3}$	0
PID	$1.2\frac{T}{L}$	2L	0.5 <i>L</i>

Tabla 1.1 Parámetros para la sintonización por el primer método de Ziegler-Nichols (Ogata, 2010).

**Segundo método de Sintonización:** segundo método consiste en fijar los parámetros  $T_i = \infty$  y  $T_d = 0$ . Luego utilizando únicamente la acción proporcional del sistema de control variar el valor hasta obtener una constante crítica que produzca una oscilación constante y sostenida. Así se consigue determinar el valor de la ganancia crítica  $K_{cr}$  y el periodo crítico  $P_{cr}$  obtenido del tiempo entre cada oscilación.

Lo siguiente corresponde en obtener los parámetros para la Ecuación 1.2 mediante la Tabla 1.2. de acuerdo con el tipo de controlador que se quiera aplicar.

Tipo de	V	т	T
Controlador	Кp	I i	I d
Р	0.5 <i>K<sub>crítica</sub></i>	8	0
PI	0.45 <i>K<sub>crítica</sub></i>	1.2P <sub>crítica</sub>	0
PID	0.6 <i>K<sub>crítica</sub></i>	0.5P <sub>crítica</sub>	$0.125 P_{crítica}$

Tabla 1.2 Parámetros para la sintonización por el segundo método deZiegler-Nichols (Ogata, 2010).

#### 1.4.6. Engineering Equation Solver (EES)

Es un software para la resolución de problemas en ingeniería con un lenguaje de programación sencillo de entender. Permite obtener soluciones a diversas ecuaciones no lineales e inclusive ecuaciones diferenciales por medio de métodos numéricos. Una ventaja de este software es que posee una base de datos de un sinnúmero de propiedades termodinámicas documentadas con su respectiva referencia. Las cuáles serán empleadas en este documento para la obtención de parámetros necesarios en el modelado.

Dentro de las virtudes que posee el software está la capacidad de generar tablas paramétricas para observar el comportamiento de una propiedad frente a la variación de otra. Adicionalmente, dichas tablas pueden ser exportadas en diferentes formatos para su uso.

#### 1.4.7. Mezclas de gas-vapor relacionada con el acondicionamiento de aire

En aplicaciones de acondicionamiento de aire, el rango de la temperatura por lo general va desde los  $-10^{\circ}$ C hasta los  $50^{\circ}$ C. La variación del calor especifico es mínima por lo que se puede trabajar con un valor constante de aproximadamente  $1.007 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ K con un error insignificante de aproximadamente 0.2% (Çengel, Boles, & Kanoğlu, 2016).

$$\omega = \frac{C_p(T_{wb} - T_{db}) + \omega' \left[ h_{fg_0} + C_p(T_{wb}) - h_{f_2} \right]}{h_{fg} + C_{pv}T_{db} - h_{f_2}}$$
(1.4.)

Para la Ecuación 1.4. los valores de  $h_f$  y  $h_{fg}$  son las entalpías del agua líquido y en estado de saturación respectivamente, obtenidos de los valores de tablas de propiedades termodinámicas de forma digital. Para el caso de esta tesis se realizará una aproximación polinomial con los datos obtenidos del software EES.

$$\omega' = 0.622 \frac{P_s(T_{as})}{p - P_s(T_{as})}$$
(1.5.)

Donde  $P_s$  es la presión de saturación del agua a la temperatura de saturación del bulbo húmedo, P la presión atmosférica del lugar donde se encuentra y  $T_{as}$  representa la temperatura del bulbo húmedo.

# **CAPÍTULO 2**

## 2. METODOLOGÍA

#### 2.1. Consideraciones

Para el diseño del modelo matemático de condensador adiabático se establecieron 3 partes:

- 1. Intercambiador de calor
- 2. Ventilador
- 3. Panel hidrofóbico

El ventilador es el encargado de mover la masa de aire que ingresa al condensador, por lo que la temperatura en este tramo inicial del proceso es la temperatura del bulbo seco, hasta antes de llegar al panel hidrofóbico, siendo este el que contiene partículas de agua en su superficie permitiendo la saturación del aire exterior ingresado por los ventiladores.

Por ello, cuando el aire pase por el panel, la temperatura inicial se reducirá por las partículas de agua, ya que se mezcla con el aire de entrada, causando su humidificación, razón por la cual, en este tramo, la nueva temperatura es la saturación adiabática, que es la temperatura de entrada del intercambiador de calor.

Una vez que obtuvieron la nueva temperatura de entrada, se procedió con el balance de energía del sistema, donde se obtuvieron las temperaturas de salida del refrigerante como del aire que circula a través del intercambiador de calor.

Para el diseño del intercambiador de calor, se propusieron las siguientes suposiciones:

- Las propiedades de los fluidos dentro del intercambiador de calor son constantes.
- No existe transferencia de energía con el ambiente y la conducción con los fluidos usados es despreciable.
- 3. El flujo de calor es distribuido uniformemente por todo el intercambiador de calor.

Las cuales son necesarias para evitar la variación de las propiedades dentro del sistema ya que, al ser cambios en pequeños rangos de temperatura, las propiedades varían en poca magnitud, causando así que el calor sea distribuido de manera uniforme en todo el recorrido por el intercambiador, simplificando el balance de energía.

Para la parte de sistemas de control, se estableció el diseño de la planta en forma de un modelo de Simulink (The Math Works Inc., 2020), donde se observó el comportamiento de temperaturas de los fluidos involucrados. Por esto, se estableció el diseño de un controlador con el fin de aumentar la eficiencia del condensador adiabático, y así visualizar las diferencias con respecto al condensador evaporativo.

#### 2.2. Metodología de diseño

Para la elaboración del diseño térmico y dimensionamiento del condensador se debió seguir un proceso sistemático, el cual se muestra en la Figura 2.1. Aquí se visualiza como se desarrolló la simulación de la planta en MATLAB y el proceso de cómo realizar el controlador, logrando que la temperatura de condensación del fluido se estabilice. El refrigerante usado para este caso fue el R134A, debido a la gran cantidad de información encontrada sobre el mismo.





#### 2.3. Dimensionamiento del intercambiador de calor

Como se ha mencionado en el Capítulo 1, el intercambiador de calor es uno de los elementos más importantes en los condensadores, siendo uno de los más usados los intercambiadores de calor de tubos y aletas, por lo que, el diseño de las dimensiones del intercambiador de calor se basó en uno de estos y se usaron los siguientes parámetros que se encuentran en la Tabla 2.1.

Variables	Valor	Unidades
Diámetro Interno [D <sub>i</sub> ]	18.60	[mm]
Diámetro externo [D <sub>e</sub> ]	25.40	[mm]
Diámetro aletas [D <sub>i</sub> ]	57.20	[mm]
Altura de las aletas [h]	15.90	[mm]
Espesor de las aletas [w]	0.41	[mm]
Separación entre aletas [s]	1.90	[mm]
Separación vertical entre tubos $[p_1]$	60.33	[mm]
Separación horizontal entre tubos $[p_2]$	52.07	[mm]

Tabla 2.1. Parámetros iniciales de los tubos y aletas del intercambiador de calor deflujos cruzados.

A partir de los parámetros propuestos, se obtuvo el área total de la superficie del intercambiador de calor, cuya definición es la suma del área de los tubos usados en el intercambiador de calor junto al área superficial de las aletas, tal como se muestra en la Ecuación 2.1.

$$A = \frac{NL\pi}{(s+w)} \left\{ \frac{1}{2} \left( D_f^2 - D_e^2 \right) + D_f w + D_e s \right\}$$

$$A = 1808.00 \ [m^2]$$
(2.1.)

Donde N es el número de tubos totales y L la longitud de los tubos, mientras que las otras variables se visualizan en la Tabla 2.1.

Una vez obtenida el área total de la superficie de los tubos aleteados, se halló el área de las aletas, cuya fórmula se deriva de la Ecuación 2.1. quedando como se muestra en la Ecuación 2.2.

$$A_F = \frac{NL\pi}{(s+w)} \left\{ \frac{1}{2} \left( D_f^2 - D_e^2 \right) + D_f w \right\}$$

$$A_F = 1745.00 \ [m^2]$$
(2.2.)

La ecuación 2.3. que se muestra a continuación, es el área de la superficie entre aletas, que se obtiene de la diferencia entre el área total y el área de aletas

$$A_{w} = \frac{NL\pi}{(s+w)} \{D_{i}s\}$$

$$A_{w} = 63.01 \ [m^{2}]$$
(2.3.)

Cabe recordar que tanto para las ecuaciones 2.1., 2.2., y 2.3. se usan las mismas variables.

Como también es necesario hallar el área del tubo sin aletas para conocer la eficiencia que tuvieron las aletas al adjuntarlas al tubo y así obtener una mejor transferencia de calor, tal como se visualiza en la Ecuación 2.4.

$$A_{\rm T} = N L \pi D_i \tag{2.4.}$$

Para finalizar, se obtuvo la relación del área total con respecto a la de los tubos, para posteriormente hallar el área de flujo mínima y la frontal del arreglo obtenido, las cuales se observan en la Ecuación 2.5 y Ecuación 2.6 respectivamente.

$$S_{min} = \eta_t L \left\{ p_1 - D_i - \frac{2wh}{(w+s)} \right\}$$
(2.5.)  

$$S_{min} = 7.03 \ [m^2]$$
  

$$S_0 = L \times p_1(\eta_t + 0.5)$$
  

$$S_0 = 14.57 \ [m^2]$$

Todas estas ecuaciones se hallaron a partir del estudio seccional del tubo aleteado, donde se pudieron estimar las áreas solicitadas a partir de los datos conocidos, que son fundamentales para el dimensionamiento del intercambiador de calor, estos datos se los representaron en la Figura 2.2. para entender cada una de las variables propuestas en las fórmulas anteriores, y así comprender como se hallaron cada una de las áreas.



Figura 2.2 Representación de las posiciones de las variables como separación de aletas, diámetros y altura de aletas [Autoría propia].

#### 2.4. Propiedades para el cálculo del coeficiente de convección del aire

Así como se dimensionó el tamaño del intercambiador de calor, también se realizó el diseño térmico del mismo, para obtener los coeficientes de convección externo del intercambiador de calor.

Por esto, se plantearon las siguientes ecuaciones para el aire exterior que pasaba entre las aletas del tubo, basándose en el cálculo desde la velocidad máxima hasta la obtención del coeficiente de convección usado en el sistema, estas ecuaciones se presentan en la Tabla 2.2.
Nombre	Ecuación	
Velocidad	$v_{max} = \frac{S_{min}v_{prom}}{S_{min}v_{prom}}$	(27)
máxima	$v_{max} = s_0$	(2.7.)
Número de	$v_{max}D_iD_a$	(2.9.)
Reynolds	$\pi e_{air} = \frac{\eta_a}{\eta_a}$	(2.0.)
Número de	$\overline{W_{2}}$ 0.242 p = 0.688 $\binom{S}{0.297} \binom{p_{1}}{p_{1}}^{-0.091} p_{1}^{-\frac{1}{2}}$	(20)
Nusselt	$Nu = 0.242Re^{0.000} \left(\frac{1}{h}\right) \left(\frac{1}{p_2}\right)$ Pr3	(2.9.)
Coeficiente de	1	
convección del	$\overline{h_a} = \frac{\lambda_a}{D_c} \overline{Nu}$	(2.10.)
aire de sitio		
Eficiencia de las	$\tanh\left(\sqrt{2\bar{h}_a/w\lambda_a}\times\psi\right)$	
aletas altas	$\eta_f = \frac{1}{\sqrt{2\bar{h}_a/w\lambda_a} \times \psi}$	(2.11.)
Coeficiente de	v ur ur	
convección	$\bar{h}' = \left(\frac{\eta_f A_F + A_W}{1 - 1}\right) \bar{h}$	(2.12.)
efectivo	$M_a = (A)^{m_a}$	()

 Tabla 2.2. Ecuaciones necesarias para la obtención del coeficiente de convección

 del aire exterior.

#### 2.5. Propiedades para el fluido en estado saturado

Como se conoce en el primer tramo del intercambiador del calor, el vapor sobrecalentado se convierte en vapor saturado, causando que en el interior del tubo aleteado exista una mezcla de refrigerante en estado líquido y gaseoso.

Debido a que dentro intercambiador de calor existen tres fases las cuales son vapor sobrecalentado, vapor, y líquido saturado. El análisis se enfocó en estados saturados debido a que existe una mayor transferencia de calor en comparación a los otros casos, donde es difícil determinar las propiedades del refrigerante. Por ello, durante la elaboración del diseño se realizó la estimación de otro coeficiente de convección del refrigerante, a través de la ecuación para la obtención del coeficiente de convección para el fluido en interior del tubo aleteado, que depende del coeficiente de calor latente modificado  $h'_{fg}$ , que se define en la Ecuación 2.13.

$$h'_{fg} = h_{fg} + \frac{3}{8}C_{p,l}(T_{sat} - T_s)$$

$$h'_{fg} = 17012 \left[\frac{KJ}{kg}\right]$$
(2.13.)

Donde  $h_{fg}$  es el coeficiente de calor latente o entalpía de saturación,  $C_{p,l}$  representa el calor específico en estado líquido,  $T_{sat}$  la temperatura de saturación del refrigerante y  $T_s$  es la temperatura de la superficie supuesta de la superficie.

Una vez obtenido este valor, se halló el coeficiente de convección interno de condensación  $\alpha_c$ , cuya ecuación se basó en el coeficiente de convección con condensación interna para tubos en posición horizontal, que se visualiza en la Ecuación 2.14.

$$\alpha_{c} = 0.555 \left[ \frac{\rho_{L}(\rho_{L} - \rho_{G})gk_{L}^{3}h_{fg}'}{\mu_{L}d_{i}(T_{sat} - T_{sat_{in}})} \right]^{\frac{1}{4}}$$
(2.14.)  
$$\alpha_{c} = 1348.80 \left[ \frac{W}{m^{2} \circ K} \right]$$

Siendo  $\rho_L$  y  $\rho_G$  las densidades del refrigerante en estado líquido y gaseoso respectivamente,  $k_L$  la conductividad en estado líquido,  $\mu_L$  la viscosidad del refrigerante y *g* la gravedad.

#### 2.6. Modelamiento Matemático para el cambio de fase

Como primer paso se plantea el ciclo de refrigeración en cuestión para obtener los parámetros a usarse dentro del diseño de la planta a controlar. Para ello, como dato inicial se asume que el condensador a diseñar sirva para un ciclo cuya capacidad de refrigeración sea de 575 [kW] y el refrigerante a usarse sea en R134A. Adicionalmente, se define la temperatura de condensación en 38 °C y la de evaporación en -12°C.

En el caso presente trataremos al ciclo de interés como uno simple de compresión mecánica ideal. Por lo tanto, se puede asumiendo lo siguiente:

- El compresor es isoentrópico, es decir no existen perdidas de calor durante el proceso, por lo cual se considera un proceso adiabático.
- La entalpía en la entrada y la salida de la válvula de expansión es la misma.
- No existen perdidas de presión durante el trayecto del refrigerante.

- El refrigerante al ingresar a la válvula de expansión se encuentra como líquido saturado.
- El refrigerante al ingresar al compresor se encuentra como vapor saturado. Esto significa que está en estado gaseoso en su totalidad.



### Figura 2.3 Diagrama Presión vs entalpía de un ciclo simple de compresión mecánica Fuente: (Bonilla Novillo, Castelo Valdivieso, Orozco Cantos, & Jácome Domínguez, 2008)

Mediante el uso de la herramienta EES se obtienen las propiedades termodinámicas necesarias para determinar las características del sistema.

En el punto 1, la entalpía se determina sabiendo que se encuentra como vapor saturado (calidad = 1) a una temperatura de evaporación establecida. Debido a que el proceso de expansión es isoentálpico, se halla la entalpía del punto 4, conociendo la entalpía de punto 3. A la salida del condensador se tiene liquido saturado (calidad = 0), con una temperatura de condensación igual a 38°C. De esta manera se obtiene el caudal másico sabiendo la potencia de refrigeración y valor de las entalpías en el proceso de evaporación del refrigerante.

Luego, usando la entropía en el punto 1 se puede determinar la entropía en el punto 2, dado que el proceso de compresión es isoentrópico. De esta manera se puede obtener las demás propiedades termodinámicas, sabiendo que el proceso de condensación se da una temperatura determinada. Finalmente, con los detalles de los puntos 2 y 3, se determina las propiedades

termodinámicas del proceso de condensación, en el cual se centra esta tesis. Las fórmulas las empleadas en este procedimiento se presentan en la tabla 2.4.

Nombre	Ecuación	
Caudal másico	m – P <sub>ref</sub>	(2.16.)
de refrigerante	$m_{ref} - \frac{1}{(h_1 - h_4)}$	(2.10.)
Trabajo del	$W = \dot{m} (h h)$	(0.47)
compresor	$W_{comp} - M_{ref}(n_2 - n_1)$	(2.17.)
Coeficiente de	n	
eficiencia	$COP = \frac{P_{ref}}{W}$	(2.18.)
energética	₩ comp	
Relación de	P <sub>cond</sub>	(0.4.0.)
compresión	$T_c = \frac{1}{W_{evap}}$	(2.19.)

Tabla 2.3. Ecuaciones empleadas para descripción del ciclo térmico derefrigeración

Un parámetro importante para el diseño térmico del evaporador es la temperatura de descarga del compresor, esta se obtiene por interpolación con la presión en ese punto y la entropía del punto anterior. El código usado en el software EES se encuentra en la sección de Anexos.

De acuerdo con lo establecido en el capítulo 1 el método empleado únicamente considera el cambio en función del tiempo y no de la posición. Esto significa que los parámetros del condensador y las propiedades del fluido y materiales permanecen constantes sin importar su posición.

#### 2.6.1. Análisis de conservación de la masa en el interior del tubo

El principio de conservación de masa de acuerdo con (Çengel, Boles, & Kanoğlu, 2016) se establece como: la transferencia neta de masa hacia un volumen de control durante un intervalo de tiempo es igual al cambio neto en la masa total que está dentro de ese volumen en ese intervalo. Por lo tanto, queda definido de la siguiente manera:

$$\frac{dm_{v-ref_{VC}}}{dt} = \dot{m}_{ent} - \dot{m}_{sal} \tag{2.20.}$$

Donde  $\dot{m}_{ent}$  es el caudal másico que ingresa al volumen de control y  $\dot{m}_{sal}$  corresponde al de salida. Para el caso del volumen de control del condensador en la entrada tenemos vapor saturado y en la salida una fracción de vapor saturado se condensa y la otra permanece en estado gaseoso hasta conseguir la condensación completa del refrigerante. Por lo tanto, la ecuación anterior queda de la siguiente manera:

$$\frac{dm_{v-ref_{VC}}}{dt} = \dot{m}_{v-in} - \dot{m}_{v-out} - \dot{m}_{l-out}$$
(2.21.)

#### 2.6.2. Análisis de energía del sistema en el interior del tubo

El balance de energía del sistema se define en un volumen de control (tubos aleteados). Luego, se emplea la primera ley de la termodinámica, indicando que el cambio de la energía del sistema en un intervalo de tiempo  $\Delta t$  es igual a la diferencia entre el flujo de calor de entrada al sistema menos el trabajo producido por el mismo. Inicialmente en la entrada del tubo se tiene vapor saturado, luego pierde energía para posteriormente obtener liquido saturado. La primera ley de la termodinámica para el volumen de control queda definida en la siguiente ecuación.

$$\dot{Q} - \dot{W} = \frac{dE_{sys}}{dt} \tag{2.22.}$$

De acuerdo con el teorema de transporte de Reynolds, una propiedad extensiva cualquiera correspondiente al sistema general puede desarrollarse de la siguiente manera:

$$\frac{dB_{sys}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{VC} b\rho \ d\forall + \int_{SC} b\rho \ (\overrightarrow{V_r} \cdot \overrightarrow{n}) dA$$
(2.23.)

Reemplazando la propiedad B por la energía total E se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{dE_{sys}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{VC} e\rho \ d\forall + \int_{SC} e\rho \ (\overrightarrow{V_r} \cdot \overrightarrow{n}) dA$$
(2.24.)

Siendo *e* la energía total por unidad de masa. Reemplazando la Ecuación 2.24. en la Ecuación 2.22. Se obtiene lo siguiente.

$$\dot{Q} - \dot{W} = \frac{d}{dt} \int_{VC} e\rho \, d\forall + \int_{SC} e\rho \left( \vec{V_r} \cdot \vec{n} \right) dA \tag{2.25.}$$

Analizado la frontera del sistema se tiene que el único trabajo producido es el de la presión del refrigerante, que actúa sobre un área diferencial de dicha superficie. La fuerza producida por la presión se la define como presión por área transversal, si a dicha fuerza se le multiplica por la velocidad normal a la superficie transversal se obtiene el trabajo de la fuerza de presión. Aplicando esto a la Ecuación 2.25. Se establece lo siguiente:

$$\dot{Q} - \int_{SC} \frac{p_{ref}}{\rho} \rho\left(\vec{V_r} \cdot \vec{n}\right) dA = \frac{d}{dt} \int_{VC} e\rho \ d\forall + \int_{SC} e\rho \left(\vec{V_r} \cdot \vec{n}\right) dA \qquad (2.26.)$$

Reordenando las ecuaciones se puede escribir la Ecuación 2.26. de la siguiente manera.

$$\dot{Q} = \frac{d}{dt} \int_{VC} e\rho \, d\forall + \int_{SC} e\rho \, (\vec{V_r} \cdot \vec{n}) dA + \int_{SC} \frac{p_{ref}}{\rho} \rho \, (\vec{V_r} \cdot \vec{n}) dA \qquad (2.27.)$$

Agrupando las integrales semejantes se obtiene la siguiente ecuación.

$$\dot{Q} = \frac{d}{dt} \int_{VC} e\rho \ d\forall + \int_{SC} (e + \frac{p_{ref}}{\rho})\rho \left(\vec{V_r} \cdot \vec{n}\right) dA$$
(2.28.)

Sabiendo que la energía específica es igual a  $e = gz + \frac{v^2}{2} + u$ , despreciando los valores de energía cinética y potencial. Se obtiene la siguiente expresión, conociendo que la entalpía especifica es igual a h = u + pv.

El caudal másico se puede expresar de la siguiente manera:

$$\dot{m} = \int_{SC} \rho \left( \vec{V_r} \cdot \vec{n} \right) dA \tag{2.29.}$$

Resolviendo las integrales correspondientes y reemplazando la Ecuación 2.29. en la Ecuación 2.28. Se obtiene la siguiente expresión:

$$\dot{Q} + \sum \dot{m}_{in} h_{in} = \frac{d}{dt} (E_{vc}) + \sum \dot{m}_{out} h_{out}$$
 (2.30.)

En la entrada del condensador ingresa vapor saturado y en la salida una parte del refrigerante está en estado líquido y otra parte en estado gaseoso. Por esta razón, la Ecuación 2.30. queda de la siguiente manera:

$$\frac{a}{dt}(E_{rv}) = \dot{m}_{rv-in}h_{rv-in} - \dot{m}_{rv-out}h_{rv-out} - \dot{m}_{rl-out}h_{rl-out} - \dot{Q}_{out}$$
(2.31.)

Dado que al sistema no se le está añadiendo calor, su tasa es negativa, y esta corresponde a la transferencia por convección que existe entre el refrigerante y el tubo.

#### 2.6.3. Balance de energía en el tubo

En el tubo únicamente existe transferencia de calor. De acuerdo con la primera ley de la termodinámica, aplicada en el volumen de control (tubos del condensador), la variación de la energía sería la diferencia entre los calores a la entrada y a la salida del tubo.

$$\frac{dU}{dt} = \dot{Q}_{in-t} - \dot{Q}_{out-t}$$
(2.32.)

Se determina que el calor de entrada al sistema es el calor transferido por la diferencia de temperaturas entre el tubo y la temperatura de condensación, y el calor de salida corresponde al cedido hacia al aire que pasa por las aletas del intercambiador. En ambos casos se tiene una transferencia de calor por convección forzada, el refrigerante en el interior del tubo presenta una convección forzada interna, y para el aire tomado de la atmosfera una convección forzada exterior. De esta manera la Ecuación 2.32. quedaría de la siguiente manera:

$$\frac{dU}{dt} = \alpha_i A_i (T_{cond} - T_t) - \alpha_e \eta_{al} A_e (T_t - \overline{T}_{air})$$
(2.33.)

Siendo los valores de  $\alpha_i$  y  $\alpha_e$  los coeficientes de convección en el interior y el exterior del serpentín respectivamente,  $A_e$  el área exterior,  $A_i$  el área interior de los tubos,  $\eta_{al}$  la eficiencia de las aletas,  $T_{cond}$  la temperatura de condensación del refrigerante,  $T_t$  la temperatura del tubo y  $\overline{T}_{air}$  la temperatura promedio del aire.

Finalmente, al resolver el lado izquierdo de la ecuación, la energía interna del tubo corresponde a la energía térmica que el material puede absorber.

Es decir, se relaciona con la masa y el calor específico del tubo. De esta manera la Ecuación 2.33. quedaría finalmente como:

$$\frac{d}{dt}m_t C_{pt}T_t = \alpha_i A_i (T_{cond} - T_t) - \alpha_e \eta_{al} A_e (T_t - \overline{T}_{air})$$
(2.34.)

#### 2.6.4. Balance de energía en el aire circundante al intercambiador

La masa de aire es tomada de la atmosfera e ingresa hacia el interior del condensador cumpliendo la función de transferir el calor desde los tubos hacia el medio ambiente. Cuando dicha masa de aire ingresa al intercambiador recibe el calor latente de vaporización, generado por el flujo de refrigerante. Al realizar el respectivo balance de masa en el volumen de control quedaría expresado de la siguiente manera:

$$\frac{d}{dt}m_{air} = \dot{m}_{air-in} - \dot{m}_{air-out}$$
(2.35.)

De este análisis se puede asumir que la masa de aire de entrada es igual a la del aire de salida, debido a que la diferencia de temperatura entre ambos puntos no es considerable. El aire circundante se encuentra a baja presión constante (presión atmosférica), se asume una misma densidad dentro del volumen de control y se lo considera como un gas ideal. Con dichas suposiciones se procede a realizar el balance de energía usando como volumen de control el aire exterior que ingresa al intercambiador, para ello se puede emplear la misma ecuación usada en el análisis del refrigerante (Ecuación 2.37.). Obteniendo la siguiente expresión:

$$\frac{dm_{air}h_{air}}{dt} = \dot{m}_{air-in}h_{air-in} - \dot{m}_{air-out}h_{air-out} + \dot{Q}_{in}$$
(2.36.)

El calor de entrada al volumen de control corresponde al dado por la diferencia de temperaturas entre los tubos del intercambiador y la temperatura promedio del aire. Esta última corresponde al promedio obtenido entre la temperatura de entrada y salida del aire:

$$\bar{T}_{air} = \frac{T_{air-in} + T_{air-out}}{2} \tag{2.37.}$$

De acuerdo con lo anterior se define al  $\dot{Q}_{in}$  con la siguiente expresión:

$$\dot{Q}_{in} = \alpha_e \eta_{al} A_e (T_t - \bar{T}_{air}) \tag{2.38.}$$

Siendo está tasa de calor igual a la usada para el balance de energía en el tubo. Finalmente, una expresión para representar al calor específico a presión constante es la siguiente (Çengel, Boles, & Kanoğlu, 2016):

$$C_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p \tag{2.39.}$$

Finalmente, en la Ecuación 2.45. se reemplaza las ecuaciones 2.44. y 2.43. Obteniendo como resultado la siguiente expresión:

$$\frac{dm_{air}h_{air}}{dt} = \dot{m}_{air-in}C_{p-air}(T_{air-in} - T_{air-out}) + \alpha_e\eta_{al}A_e(T_t - \bar{T}_{air})$$
(2.40.)

Debido a las condiciones de trabajo del aire, se puede considerar a este como un gas ideal por lo que el término de la variación de la entalpía se puede expresar de la siguiente manera, conociendo que no existe acumulación de masa en el volumen de control.

$$m_{air}C_{p-air}\frac{dT_{air}}{dt} = \dot{m}_{air-in}C_{p-air}(T_{air-in} - T_{air-out}) + \alpha_e\eta_{al}A_e(T_t - \bar{T}_{air})$$
(2.41.)

#### 2.6.5. Análisis de masa de vapor condensado

De acuerdo con el análisis en el interior del tubo, se obtiene la masa de vapor que se condensa respecto al tiempo. De esta manera manteniendo constante uno de los parámetros (temperatura de condensación) del proceso se puede calcular el otro. Sabiendo la masa de vapor que se condensa en el interior se puede estimar la presión parcial generada en el interior del condensador.

#### 2.6.6. Análisis de las ecuaciones de estado

Parte del modelamiento del sistema es esencial conocer lo que sucede con la presión de condensación en el interior. De la ecuación 2.34. se estableció la variación de la masa respecto al tiempo, con dicho parámetro se determina la presión parcial de condensación.

En primera instancia lo que se plantea es el uso de la ecuación de gases ideales, para ello se tiene que verificar el valor de factor de compresibilidad *Z*. En el caso de que dicho factor sea cercano a 1 se puede asumir al

refrigerante en el interior como ideal. Caso contrario se tendrá que buscar una ecuación de estado que se adapte de mejor manera a las características fisicoquímicas del gas.

El factor de compresibilidad se obtuvo mediante la presión y temperatura reducida Luego, por medio de la gráfica el apéndice D de la sección de Anexos, donde se determinó su valor.

$$P_r = \frac{P}{P_{cr}} = \frac{963.7[kPa]}{4059[kPa]} = 0.23$$
$$T_r = \frac{T}{T_{cr}} = \frac{38 [°C]}{101 [°C]} = 0.40$$

De esta manera por medio de la aproximación de Nelson-Obert (Maddah & Chogle, 2015) se puede determinar si es posible el uso de un lenguaje ingenieril.

$$Z = 0.7$$

El factor de compresibilidad nos indica que no es posible utilizar una relación de gases ideales. Para ello se utilizó una aproximación polinomial de primer orden para la relación entre la presión de condensación en función de la masa de refrigerante gaseoso.

#### 2.6.7. Análisis en espacio de estado

Un sistema dinámico puede ser expresado de varias formas, siendo las más comunes las ecuaciones ordinarias, en las que se indica la respuesta de un sistema mediante derivadas de variables en el tiempo. Si bien es cierto, las ecuaciones diferenciales son útiles para expresar sistemas dinámicos, no son tan amigables al momento de simular los sistemas en modelos computacionales ya que es difícil el manejo de las derivadas. Métodos alternativos de modelado dinámico incluyen las funciones de transferencia, en las que las ecuaciones diferenciales se transforman a expresiones algebraicas por medio de la transformada de Laplace, y el espacio de estados, en donde las ecuaciones diferenciales de cualquier orden son transformadas a una serie de ecuaciones diferenciales de primer orden, mediante cambios de variable recurrentes. La expresión general de un sistema en espacio de estados es:

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{2.43.}$$

$$y = Cx + Du \tag{2.44.}$$

Donde x es el vector de estados, y es el vector de salidas, A es la matriz de estados, B la matriz de entradas, C la matriz de salidas y D la matriz de transmisión directa. Expresar las ecuaciones diferenciales del sistema en esta forma facilita su manipulación a la hora de realizar el modelo en Simulink. A continuación, se procede a explicar la obtención del modelo en espacio de estados.

Culminado el diseño térmico correspondiente del condensador se procede a plantear las ecuaciones diferenciales que rigen la dinámica del sistema. Para ello, se considera al sistema térmico como un conjunto de tubos aleteados. Reordenando las ecuaciones para el balance de energía, se debe hacer que cumplan con un orden determinando para formar un sistema de ecuaciones diferencias consistente, de esta manera se puede identificar las variables de estado y las entradas del sistema.

$$\frac{d}{dt}(E_{rv}) = \dot{m}_{rv-in}h_{rv-in} - \dot{m}_{rv-out}h_{rv-out} - \dot{m}_{rl-out}h_{rl-out} - \dot{Q}_{out}$$
(2.45.)

El calor de salida del volumen de control de la ecuación 2.48. corresponde al cedido del refrigerante (temperatura de condensación) hacia las paredes del serpentín. De esta manera la ecuación. Queda así:

$$\frac{d}{dt}(E_{rv}) = \dot{m}_{rv-in}h_{rv-in} - \dot{m}_{rv-out}h_{rv-out} - \dot{m}_{rl-out}h_{rl-out} - \alpha_i A_{int}(T_{cond} - T_t)$$
(2.44.)

Asumiendo que el cambio en la entalpía de la masa del volumen de control es despreciable por lo cual se puede definir como constante. De esta manera  $\frac{d}{dt}(E_{rv})$  queda expresada así:

$$\frac{d}{dt}(E_{rv}) = \frac{d}{dt}m_{rvs}h_{rvs_{VC}} = h_{rvs}\frac{d}{dt}m_{rvs}$$
(2.45.)

Una vez realizado el respectivo despeje de las ecuaciones y ordenándolas para obtener los parámetros de las matrices para expresarlo en espacio de estado la ecuación final quedaría de la siguiente manera:

$$\frac{d}{dt}m_{rvp} = -km_{rvp} + \frac{\alpha_i A_i T_{cond}}{h_{fg}} - \frac{\alpha_i A_i T_t}{h_{fg}} + m_{rv-in}$$
(2.46.)

De la ecuación 2.40. se puede despejar aplicando la ley de la conservación de la energía. Para ello se asume la masa y el calor especifico del tubo como constante, siendo únicamente la temperatura de dicho elemento dependiente con respecto al tiempo.

Al agrupar correctamente los términos de la ecuación mencionada anteriormente y despejando la derivada con respecto al tiempo se tiene la siguiente ecuación:

$$\frac{dT_t}{dt} = -\left(\frac{\alpha_i A_i}{m_t C_{pt}} + \frac{\alpha_e \eta_{ale} A_e}{m_t C_{pt}}\right) T_t + \frac{\alpha_e \eta_{ale} A_e}{m_t C_{pt}} \overline{T}_{air} + \frac{\alpha_i A_i}{m_t C_p} T_c$$
(2.47.)

Finalmente, del análisis en el exterior del serpentín se tuvo el análisis de masa y energía, dando como resultado la siguiente ecuación:

$$\frac{d\overline{T_{air}}}{dt} = \frac{\alpha_{ex}\eta_{se}A_{ex}}{m_{air}C_{p_{air}}}T_t - \left(\frac{\alpha_{ext}\eta_{se}A_{ex} + 2\dot{m}_{air}C_{p_{air}}}{m_{air}C_{p_{air}}}\right)\overline{T}_{air} + 2\frac{\dot{m}_{air}}{m_{air}}T_{air-in}$$
(2.48.)

En la figura 2.4. está descrito el esquema de temperaturas del modelo planteando en este documento. Donde se observa en el interior la temperatura de condensación, la temperatura del tubo (se ignora los mecanismos de transferencia por conducción) y finalmente, la temperatura promedio del aire entre las aletas.



Figura 2.4 Esquema de la interacción de temperaturas entre fluido, tubo y aire entre aletas.

#### 2.7. Obtención de la temperatura del aire por saturación adiabática

Dentro de los parámetros que ingresan a nuestra planta están los valores de bulbo seco y humedad relativa, con dichos valores se puede obtener la temperatura de bulbo húmedo la cual corresponde a la temperatura más baja una vez se alcance la saturación completa del aire.

Para la obtención de la temperatura de saturación adiabática del aire se utilizó la ayuda de herramientas externas que nos permitan por medio de parámetros ambientales conocidos calcularlo. Esto se encuentran en el apéndice D en Anexos, donde se detallan los parámetros ingresados considerando ciertas características ambientales propias de la ciudad de Guayaquil.

## **CAPÍTULO 3**

### 3. Resultados y Análisis

#### 3.1. Diseño Térmico

A partir de los parámetros iniciales, se obtuvo las especificaciones necesarias para la implementación en las ecuaciones que se hallaron previamente en el Capítulo 2.

Nombre	Valor	Unidad
Área de Aletas	1745.30	[m <sup>2</sup> ]
Área Interna	56.10	[m <sup>2</sup> ]
Área Exterior	1808.30	[m <sup>2</sup> ]
Eficiencia de aletas	0.84	[adimensional]
Coeficiente de convección interno	1348.80	[W/m²-K]
Coeficiente de convección efectivo	52.10	[W/m²-K]

#### Tabla 3.1. Resultados obtenidos para la implementación del espacio de estados.

#### 3.2. Modelo Realizado en Espacio de Estados

El modelo de espacio de estados se realizó a partir de la Ecuación 2.46 hasta la Ecuación 2.48, dejando las expresiones analíticas obtenidas con los parámetros calculados de la siguiente forma:

$$\frac{dm_{rvp}}{dt} = -0.32m_{rvp} + 0.46T_{cond} - 0.46T_t + m_{rv-in}$$
(3.1.)

$$\frac{dT_t}{dt} = -0.12T_t + 0.061\overline{T}_{air} + 0.574T_{cond}$$
(3.2.)

$$\frac{d\bar{T}_{air}}{dt} = 0.31T_t - 0.69\bar{T}_{air} + 0.38T_{air-in}$$
(3.3.)

A partir de estas ecuaciones tanto de diseño térmico como las relaciones para la obtención de ecuaciones, se obtuvieron las siguientes matrices de coeficientes de espacio de estados, las cuales se obtienen de las propiedades y áreas obtenidas en la subsección anterior.

$$A = \begin{bmatrix} -0.3205 & 0.4583 & 0\\ 0 & -0.1205 & 0.0619\\ 0 & 0.3132 & -0.6883 \end{bmatrix}$$
(3.4.)

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -0.4583 & 0\\ 0 & 0.0586 & 0\\ 0 & 0 & 0.3751 \end{bmatrix}$$
(3.5.)

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(3.6.)

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(3.7.)

A través de estas matrices, se obtuvo el modelo en espacio de estados en Simulink, que tiene como entradas el flujo másico de vapor saturado, la temperatura de condensación y la temperatura ambiente, mientras que las variables de estado son la masa de vapor condensado, la temperatura de los tubos y la temperatura del aire exterior promedio respectivamente. Este esquema se visualiza con más detalle en la sección de Apéndices A, colocado después de los códigos usados para la obtención de la planta.

#### 3.3. Polinomios de aproximación

Para la aproximación de la presión con respecto a la cantidad de masa condensada, se tuvo que realizar un polinomio a partir del volumen específico del fluido y así con el volumen interno de los tubos se obtuvo el valor de masa correspondiente a una presión parcial de condensación. Así mismo, se estimó la relación de presión con respecto a la temperatura de saturación del fluido a

través de interpolaciones polinomiales. A continuación, se visualizan los dos polinomios obtenidos.

$$P = 312.003878m + 4.180792004 \tag{3.8.}$$

$$T = 8.2791 \times 10^{-8} P^3 - 0.0001913 P^2 + 0.19124 P - 42.01692$$
(3.9)

Donde m es la masa de vapor condensada, P es la presión de saturación a la que se encuentra la masa condensada y T es la temperatura de saturación a la que se encuentra el sistema mostrado.

#### 3.4. Resultados de Simulación

En la Figura 3.1, se muestra la respuesta al escalón de la masa de vapor condensada. Se puede observar que el sistema inicia con un valor de 1.2 [kg] debido a que la naturaleza del refrigerante no permite tener presiones inferiores a 51.25 [kPa]. Por eso al ingresar al intercambiador posee esa masa inicial. Sin embargo, conforme pasa el tiempo se observa como la masa tiene el comportamiento de una función de transferencia de primer orden, alcanzado un valor estable a los 200 [s] con un valor aproximado de 2.95 [kg].



Figura 3.1 Gráfico del comportamiento de la masa condensada en el condensador realizado hasta llegar al nivel de la máxima masa condensada.

Esto es consistente con la respuesta de temperatura de condensación del fluido mostrada en la Figura 3.2., donde la temperatura alcanza los 35.45 [°C]

debido a las relaciones de la Ecuación 3.8 y la Ecuación 3.9, que permitieron obtener la presión y temperatura de saturación con referencia a la masa de vapor condensada, cuyas relaciones se hallaron a partir de las propiedades termodinámicas que fueron extraídas del programa EES.



Figura 3.2 Gráfico del comportamiento de la temperatura de condensación del refrigeranteR134A en el interior del serpentín realizado hasta llegar a la estabilización de temperatura de condensación.

La temperatura del aire promedio de salida que se muestra en la figura 3.3 muestra como el aire que circula por la superficie del intercambiador de calor se va calentando hasta llegar a una temperatura promedio de 24.45 [°C], que representa aproximadamente 28.90 [°C] a la temperatura con la que sale el aire del intercambiador de calor debido a la relación  $T_{prom} = \frac{T_{salidad} + T_{entrada}}{2}$ .



Figura 3.3 Gráfico del comportamiento de la temperatura promedio del aire sobre la superficie del tubo aleteado del condensador realizado hasta llegar al equilibrio térmico.

Por otro lado, la temperatura del tubo mostrada en la Figura 3.4 confirma los valores obtenidos anteriormente ya que, al producirse la transferencia de calor entre los fluidos internos y externos, el aire debió tener una temperatura inferior a la del tubo, mientras que el refrigerante se tuvo que mantener superior a la del tubo, cumpliéndose porque el tubo llegó a una temperatura aproximada de 29.8 [°C].



Figura 3.4 Gráfico del comportamiento de la temperatura del tubo aleteado del condensador realizado hasta llegar al equilibrio térmico.

#### 3.5. Sintonización del controlador

Una vez obtenido los resultados de la planta se estimó una función de transferencia con la entrada y salida que se desea controlar. Para ello se empleó la función tfest.m, la cual estima una función de transferencia en el dominio del tiempo al ingresar los datos de entrada que corresponden al caudal másico de refrigerante en estado de vapor saturado, y la salida que es la masa de refrigerante que se condensa en el interior del intercambiador. La función de transferencia obtenida es la siguiente:

$$G_p(s) = \frac{0.0003294}{s^3 + 0.1313s^2 + 0.01524s + 0.0004024}$$
(3.10.)

En el Apéndice D de los Anexos se encuentra el cálculo detallado de la ganancia proporcional critica mediante el criterio de estabilidad de Routh. De acuerdo con el método de sintonización de Ziegler-Nichols se mantiene fijo las ganancias integrales y derivativas para luego conseguir un sistema marginalmente estable únicamente con la ganancia proporcional. De manera teórica se puede obtener si se conoce la función de la planta mediante la

ecuación característica para un sistema en lazo cerrado, siendo la siguiente para la planta correspondiente a esta tesis:

 $s^3 + 0.1313s^2 + 0.01524s + 0.0004024 + 0.0003294K_p = 0$ 

Siendo el valor de  $K_p$  correspondiente al  $K_{cr}$  siempre y cuando se cumpla que el sistema sea marginalmente estable. El valor teórico obtenido para el  $K_{cr}$  es igual a 4.85 unidades.

En la Figura 3.5 se observa el comportamiento oscilatorio sostenido al momento de aplicar el  $K_{cr}$  obtenido teóricamente. En el Apéndice D de la sección de Anexos también se detalla el cálculo de la frecuencia de oscilación para después determinar el periodo de oscilación teórico, siendo de 49.4 [s].





Una vez conocido los parámetros a usarse se procedió con el diseño de 2 tipos de controladores mediante el método de Ziegler-Nichols, el primero un PI cuyas ganancias de proporcional, integral y derivativa se obtuvieron de la siguiente manera:

$$K_p = 0.45K_{cr} = 0.45(4.85) = 2.18$$
  
 $T_i = 1.2P_{cr} = 1.2(49.4) = 59.28$   
 $T_d = 0$ 

Dando como resultado el siguiente controlador:

$$G_c(s) = 2.18 \left( 1 + \frac{1}{59.28 \, s} \right) \tag{3.11.}$$

En la Figura 3.6 se observa la salida del sistema a una entrada escalón al implementar el controlador PI diseñado.



Figura 3.6 Gráfico resultante al implementar un controlador PI con parámetros obtenido por el método de Ziegler Nichols

Posteriormente se diseña un controlador PID por el mismo método de Ziegler-Nichols, cuyos parámetros se los determinó de la siguiente manera:

$$K_{p} = 0.6K_{cr} = 0.6(4.85) = 2.21$$

$$T_{i} = 0.5P_{cr} = 0.5(49.4) = 24.7$$

$$T_{d} = 0.125P_{cr} = 0.125(49.4) = 6.175$$

$$G_{c} = 2.21\left(1 + \frac{1}{24.7 s} + 6.175 s\right)$$
(3.12.)

En la Figura 3.7 se observa la salida del sistema al implementar el controlador PID calculado por el método de Ziegler-Nichols a una entrada escalón.



Figura 3.7 Gráfico resultante al implementar un controlador PID con parámetros obtenido por el método de Ziegler Nichols [Autoría propia].

Con el controlador PI obtenido por el método de Ziegler-Nichols se determinaron las siguientes especificaciones transientes expuestas en la Tabla 3.2 las cuales se obtiene de la Figura D.2 del apéndice D.

Tabla 3.2 Especificaciones transientes del controlador PI a través del método deZiegler – Nichols.

Especificaciones Transientes	Valor	Unidad
Tiempo pico	41.60	[S]
Porcentaje Overshoot	8.91	%
Tiempo de subida	19.90	[s]
Tiempo de estabilización	254.00	[s]

De igual manera con el controlador PID obtenido por el método de Ziegler-Nichols se obtuvieron las siguientes especificaciones transientes:

Especificaciones Transientes	Valor	Unidad
Tiempo pico	38.10	[s]
Porcentaje Overshoot	11.10	%
Tiempo de subida	18.50	[s]
Tiempo de estabilización	105.00	[s]

Tabla 3.3 Especificaciones transientes del controlador PID a través del método de Ziegler – Nichols.

Al comparar las especificaciones transientes de ambos controladores se observa una reducción en el tiempo de estabilización para el caso del controlador PID, lo que significa una mejoría de la planta al implementarse el controladore en lazo cerrado.

#### 3.6. Optimización del controlador

En primera instancia con los controladores PID y PI implementados se procedió con la optimización de estos mediante la herramienta de MATLAB llamada SISOTOOL (The Math Works Inc., 2020). Para el caso del controlador PI en la Figura D.3 de la sección de Anexos se encontró por medio del lugar geométrico de las raíces la respuesta de la planta al aplicar un controlador PI optimizado ante una entrada escalón. Con el cuál se pudo obtener un mejor tiempo de estabilización y un menor porcentaje Overshoot comparado con el PI calculado por medio del método de Ziegler-Nichols. El controlador PI optimizado se describe a continuación:

$$G_p(s) = 0.92905 \left( 1 + \frac{1}{140.046S} \right)$$
(3.13.)

Al implementarlo con la planta en lazo cerrado se obtuvieron las siguientes especificaciones transientes, las cuales se describen en la Tabla 3.4.

Especificaciones Transientes	Valor	Unidad
Tiempo pico	38.1	[s]
Porcentaje Overshoot	11.1	%
Tiempo de subida	18.5	[s]
Tiempo de estabilización	105	[s]

 Tabla 3.4 Especificaciones transientes del controlador PI optimizado mediante la herramienta SISOTOOL

De igual manera se realizó la optimización del controlador PID mediante el uso de la herramienta SISOTOOL para obtener mejores especificaciones transientes comparado con el controlador obtenido mediante el método de Ziegler -Nichols. Le respuesta del sistema al implementar el controlador PID sin optimizarlo produjo un porcentaje del 11.10% de Overshoot, un tiempo pico de 38.10 [s], 38.1 [seg]. Y un tiempo de estabilización de 105 [seg]. Se desea obtener una mejora en las especificaciones transientes antes mencionadas, por lo cual en la Figura D.4 de la sección de Anexos se observa el diseño del controlador PID mediante la herramienta Sisotool. El controlador PID optimizado se describe a continuación:

$$G_p(s) = 2.7504 \left( 1 + \frac{1}{34.90s} + 8.7265 s \right)$$
(3.14.)

La salida del sistema con respecto a una entrada escalón nos da como resultado las siguientes especificaciones transientes al aplicar el controlador PID optimizados en lazo cerrado (Ecuación 3.14.), las cuales se detallan en la Tabla 3.5

Especificaciones Transientes	Valor	Unidad
Tiempo pico	76.7	[S]
Porcentaje Overshoot	3.97	%
Tiempo de subida	16.3	[s]
Tiempo de estabilización	85.5	[S]

 Tabla 3.5 Especificaciones transientes del controlador PID optimizado mediante la herramienta SISOTOOL

Una vez obtenido todas las funciones de transferencia de los controladores en cuestión se obtiene la salida de estos para la respectiva comparación. Para una mejor visualización de los resultados la respuesta del sistema ante una misma entrada escalón para cada uno de los controladores diseñados se graficará en un mismo plano, tal como se visualiza en la Figura 3.8.



Figura 3.8 Gráfico comparativo entre los diferentes controladores diseñados [Autoría propia].

#### 3.7. Análisis de Costos

Durante la designación, se realizó la cotización de elementos necesarios para la futura implementación del controlador, obteniendo como capital de inversión inicial el valor indicado en el total de la Tabla 3.6.

Cotización de un controlador de temperatura								
ltem	Descripción	Unidad	Cantidad	Precio Unitario	Precio Total			
Equipos usados en la Instalación								
1.1	Controlador PID	1	1	\$ 228.78	\$ 228.78			
1.2	Regulador de Caudal	1	1	\$ 254.20	\$ 254.20			
1.3	Sensor RTD	1	1	\$ 70.20	\$ 70.20			
1.3	Condensador adiabático	1	1	\$ 80,000.00	\$ 80,000.00			
	7	\$ 80,553.18						
	Mano de obra							
2.1	Mano de obra por instalación del controlador	1	1	\$ 350.00	\$ 350.00			
2.2	Mano de obra por programación del controlador	1	1	\$ 800.00	\$ 800.00			
	Tota		\$ 1,150.00					
	Sul	btotal Pro	yecto		\$ 81,703.18			
		IVA (12%	<i>6)</i>		\$ 9,804.38			
		\$ 91,507.56						

Tabla 3	3.6 Tab	la de d	costos	iniciales	para la	obtención	del	capital	de	inversión

Por otro lado, se realizaron los costos anuales después del año de inversión cuyo valor como propuesta tiene un ahorro de \$18,216.00, debido a que posee un menor consumo de electricidad y de agua, aunque en Ecuador, este segundo valor no tiene un gran impacto debido a que el consumo de un metro cubico apenas bordea 83 centavos de dólar. A continuación, se presenta en la Tabla 3.7 de los costos anuales por mantenimiento, agua, energía eléctrica y refrigerante.

Tabla 3.7 Costos anuales de la propuesta vs un equipo comercial (Condensador

Costos Anuales	Propuesta	Equipo Comercial
Mantenimiento del equipo	\$ 2,000.00	\$ 2,000.00
Consumo Energético	\$ 8,568.00	\$ 10,080.00
Consumo de Agua	\$ 1,494.00	\$ 1,500.00
Refrigerante	\$ 648.60	\$ 648.60
Total mes	\$ 12,710.60	\$ 14,228.60
Total Año	\$ 136,527.20	\$ 154,743.20

Evaporativo).

Debido a que no se obtienen datos reales de los ingresos de una empresa, se decidió calcular el VAN y TIR a través de los egresos, asumiendo que los ingresos obtenidos son iguales a los egresos con el sistema del equipo comercial, mientras que los egresos fueron acordes a los de la propuesta actual, manteniendo un margen de flujo de \$18,216.00. Debido a que las tasas de consumo energético y de agua potable no son fijas anualmente, se consideró un crecimiento del 5% anual tanto en ingresos como egresos. Donde se obtuvieron los valores de VAN y TIR que se muestran en la Tabla 3.8.

Tabla 3.8 VAN y TIR proyectados con un margen de ingresos de \$ 18216.00

VAN	\$ 50,848.20
TIR	20%

#### 3.8. Discusión

Como se visualiza en las secciones del capítulo se tuvieron que realizar distintos cálculos referentes a dimensionamiento, diseño térmico y diseño del controlador. Para el primer tópico se realizaron los cálculos de las áreas del intercambiador de calor, obteniendo resultados para que sea un intercambiador de 4 pasadas de 80 tubos cada una, con los diámetros propuestos. Estos cálculos fueron base fundamental para la obtención de los

coeficientes de convección del refrigerante y el aire circundante, cuyos valores dieron 1348.80 [W/m2 K] y 52.10 [W/m2 K] respectivamente, teniendo en cuenta que estos parámetros son necesarios e indispensables en el cálculo de los coeficientes de las ecuaciones obtenidas a través del balance energético. Como se mencionó, al obtener los valores a través del dimensionamiento y el diseño térmico, se realizaron las ecuaciones pertinentes para determinar el modelado en espacio de estados, donde se obtuvieron tres entradas y tres salidas, siendo la variable de entrada más importante el caudal masico de vapor condensado. Esta entrada fue fundamental para realizar el controlador PID, para el caso de la salida, el análisis de la planta se basó en la masa de refrigerante condensado en el interior del serpentín.

En la Figura 3.1 se tiene la relación de masa de vapor condensada en función del tiempo, donde se observa que va aumentando desde los 1.20 [kg] hasta llegar a aproximadamente a 2.95 [kg], cuyos valores están en el rango permitido debido a que esta masa se relaciona directamente con la presión y la temperatura de saturación del refrigerante R134A, siendo importante ya que permite conocer la temperatura de saturación y presión de saturación con la cual debe de operar el intercambiador de calor. Durante esto, se puede observar que teóricamente el valor de la masa que se debe condensar es de 3.08 [kg] por cada hilera del intercambiador debido a la relación de masa con respecto al volumen y densidad debido a que el ingreso únicamente se realiza a través de los primeros 80 tubos, dando como resultado una condensación total de 12.35 [kg], mientras que nuestro sistema posee una capacidad total de 11.80 [kg], representando un error del 4.45%. El cuál es aceptable dadas las ilimitaciones del modelo y las asunciones realizadas para generar la planta a controlar.

Para la Figura 3.2 se observa la relación del comportamiento de la temperatura de condensación con respecto al tiempo, obteniendo un curva similar a la de la masa condensada, debido a que se relacionan por las ecuaciones de presión y temperatura de saturación, generando un comportamiento creciente hasta llegar a una temperatura aproximada de 35.44 [°C], siendo su valor teórico igual a 38 [°C], representando un error del del 6.84%, estos errores se deben a que el modelo posee diferencias con respecto a uno ideal debido a

47

las presencia de caídas de presión generadas por el fluido cuando recorre las tuberías, haciendo que el mismo disminuya levemente la temperatura al salir del condensador.

En la Figura 3.3 se observa cómo se comporta la temperatura del tubo con respecto al tiempo transcurrido, donde se comprueba que el tubo tiene que estar en una temperatura entre la temperatura de condensación del refrigerante y la temperatura de salida del aire. Con un valor de 29.8 [°C], se verifica la temperatura que posee el Acero AISI-302, es coherente ya que la temperatura del aire se encuentra por debajo de este valor, y este descenso de temperatura se observa debido a que el flujo másico del aire es mucho mayor que el del fluido interior, causando un descenso de temperatura de más de 6.00 [°C] al compararlo con su valor inicial.

Finalmente, en la Figura 3.4 se pudo observar la temperatura promedio del aire con respecto al tiempo, conociendo su valor inicial y sabiendo que nos referimos a un promedio, se puede obtener la temperatura de salida del aire con un valor igual 28.90 [°C], comprobando así lo mencionado anteriormente ya que se encuentra por debajo de la temperatura del tubo, haciendo que su valor obtenido tenga un incremento de 8.90 [°C] debido a que este adquiere el calor disipado por el refrigerante.

Teniendo en cuenta las gráficas originales, se centró en la ilustración de flujo másico del vapor saturado, ya que permitió realizar un controlador para poder mejorar el tiempo de respuesta del sistema de condensación. Por esto, se realizó el método de Ziegler Nichols para la obtención de dos controladores, donde se puede visualizar el comportamiento de cada uno de ellos en la Figura 3.6 y Figura 3.7, se visualiza que el tiempo de estabilización es mayor al de la planta, por lo que este parámetro es fundamental optimizarlo.

Por aquello, se tuvieron que reducir las respuestas del sistema controlado, por lo que se tuvieron que modificar las especificaciones requeridas al inicio, tal como se visualiza en anexos el proceso se llevó a cabo en SISOTOOL, con el fin de reducir tanto el porcentaje de Overshoot y el tiempo de estabilización del sistema. Durante el proceso, se pudo comprobar que a medida que se variaba la constante de proporcionalidad, menos tardaba el sistema en responder, cuya relación, permite un mejor tiempo de estabilización, reduciéndose a 85.4 [s]

## **CAPÍTULO 4**

### 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### 4.1. Conclusiones

- El calor disipado teórico por el condensador adiabático es de aproximadamente de 575.00 [KW], cuyo valor es el calor latente del refrigerante R134A a una temperatura de 38 [°C], en contraste, el modelo matemático realizado consideró, insignificantes ciertas pérdidas de calor como lo son las de conducción radial, causando un porcentaje de error inferior al 10%, por lo que las suposiciones propuestas están dentro del margen permitido, ya sea para una práctica de laboratorio o para fines académicos.
- Esto se visualizó durante el proceso donde el vapor saturado pasa por el intercambiador de calor del condensador, siendo la parte más crítica del diseño, ya que se tiene aire humedecido obtenido a partir de la unión de partículas de agua y aire en un panel hidrofóbico ubicado antes del intercambiador, causando así, que el aire tenga una temperatura inferior a los 25 [°C] (ambiental). Por lo tanto, se ha visto un incremento en la temperatura del aire, llegando casi a los 28.9 [°C] en promedio. Por otro lado, las pérdidas o desperdicio de agua se han visto reducidas, en comparación a otros condensadores, como lo son las torres de enfriamiento y los condensadores evaporativos, cuyo uso se basa en agua bombeada para lograr la condensación del refrigerante.
- El tiempo de estabilización para condensar la masa completa de vapor saturado que pasa por el condensador ha sido considerablemente alta, por lo que, se ha realizado la implementación de un controlador PID para la mejora tanto en tiempos de respuesta del sistema y optimización del equipo ante perturbaciones externas, siendo de gran ayuda para que la planta se mantenga funcional ante distintos factores considerables como las caídas de presión, permitiendo una estabilización de la temperatura de condensación en un menor tiempo y convirtiendo la masa del refrigerante

a líquido saturado en igual proporción al tiempo de la temperatura de condensación.

 Se ha logrado los objetivos propuestos durante el semestre para la elaboración tanto de un sistema robusto de un condensador adiabático, como para la implementación de un controlador, que permita disminuir perturbaciones del sistema en estado estacionario, mejorando las respuestas que brinda la planta realizada.

#### 4.2. Recomendaciones

Se debería expandir el proyecto para la obtención de valores más aproximados a la realidad, ya que ahí se incluirían las pérdidas de presión que generan otros elementos importantes como válvulas y bombas de succión para la humidificación del aire.

Además, para futuros proyectos de titulación y/o investigación, si se desea mejorar el modelo propuesto, se puede añadir un ventilador para la controlabilidad del flujo másico o volumétrico del aire, sin establecer que es constante. Al realizar aquello, hay que recordar que se está convirtiendo en un sistema no lineal.

Se recomienda usar otro tipo de refrigerante en la simulación de la planta para comprobar que los valores obtenidos estén acordes a la realidad, recordando que el proyecto está enfocado a fines académicos debido al margen de error obtenido

## **BIBLIOGRAFÍA**

Bonilla Novillo, S. M., Castelo Valdivieso, J. C., Orozco Cantos, L. S., & Jácome Domínguez, E. Á. (2008). Sistemas de Refrigeración. *Observatorio de la Economía Latinoamericana*.

Çengel, Y. A., Boles, M. A., & Kanoğlu, M. (2016). Termodinámica. Mc Graw Hill.

Comstock, W. S. (2016). ASHRAE Handbook. ASHRAE, 687 - 720.

E. Hajidavalloo, H. E. (2010). Performance improvement of air-cooled refrigeration.

Hewitt, G. F., Shires, G. L., & Bott, T. R. (1994). *Process Heat Transfer.* Wahsington DC: CRC Press LLC.

Hortelano Capetillo, J. G., Gallegos Muñoz, A., Belman Flores, J. M., & Alfaro Ayala, J.
A. (2014). Análisis teórico y experimental de un condensador para un sistema de refrigeración. *Congreso Internacional de Investigación Academia Journals*.

- Janna, William;. (2015). *Design of Fluid Thermal Systems.* CENGAGE Learning. Recuperado el 27 de August de 2022
- Liu, G. P., & S. D. (2001). Optimal-tuning PID control for industrial systems. *Elsevier*, 1185 1195.
- Ogata, K. (2010). Ingeniería de control moderna. México: Pearson Educación S.A.
- Rui Camargo, J., Ebinuma, C. D., & Silveira, J. L. (2005). Experimental performance of a direct evaporative cooler operating during summer in a Brazilian city. *International Journal of Refrigeration*, 1124 1132.

Sterling SIHI. (2003). Sterling Fluid Systems Group.

Torres Agudelo, A. (1996). Diseño de un Condensador de Aire Forzado.

- UNESCO. (2019). Informe mundial de las Naciones Unidas sobre el desarrollo de los recursos hídricos 2019.
- White, F. M. (2004). Academia.edu. Recuperado el 20 de Junio de 2021, de https://www.academia.edu/35477659/Mecanica\_de\_los\_Fluidos\_White\_5ta\_Edic i%C3%B3n

Xing Xue, X. F. (2012). Modeling and Simulation of an Air-cooling Condenser under.

# **APÉNDICES**

## **APÉNDICE A**

#### CÓDIGO REALIZADO PARA LA SIMULACIÓN (MATLAB)

```
clear all
close all
clc
%% Entradas
T in aire = 20; %[K]
m air dot = 47.47; %[Kg/s]
m R134A dot = 3.5; %[Kg/s]
T in R134A = 38; %[K]
T sat in = T in R134A - 9;
%% Parametros de diseño
% Calores Específicos
Cp air = 1007; %[J/kg-K]
Cp R134A g = 1104; %[J/kg-K]
Cp R134A l = 1487; %[J/kg-K]
Cp tubo = 490; %[J/kg-K]
% Entalpias
h vap = 165.1*1000; %[J/kg]
% Propiedades
rho_vapor = 47.35;
rho_liquido = 1155;
q = 9.81;
K liquido = 0.07675;
viscosidad liquido = 0.0001653;
di = 0.0186;
% Coeficientes de convección
Ja = Cp R134A 1*(T in R134A - T sat in)/h vap;
hcond prim = h vap*(1+3/8*Ja);
alpha i = 0.555*((rho liquido*(rho liquido -
rho vapor)*g*K liquido^3*hcond prim)/(viscosidad liquido*di*(T in R134A -
T sat in)))^0.25; %[W/m^2-K]
alpha e = 52.1; %[W/m^2-K]
% Areas
A int = 320*pi*di*3;%[m^2]
A_t = 76.6; \ \[m^2]
A_f = 1745;
A = 1808;
% Aletas
n aletas = 0.8421;
n aletas superficie = 1-(1-n aletas) *A f/A e;
% Masas
m_R134A = 320*rho_vapor*pi*di^2/4*3; %[kg]
m_air = m_R134A*h_vap/(Cp_air*8); %[kg]
m tubo = 5.6*320*1.5; %[kg]
%% Constantes Diagrama de bloques
% Ecuación 1
```

```
C 1 = ((alpha i*A int/(m R134A*h vap))*(+T in R134A - 37) +
(m R134A dot/m R134A));
C\overline{2} = alpha i*\overline{A} int/h vap;
C^{-3} = 1;
C 4 = alpha i*A int/h vap;
%Ecuación 2
C 5 = alpha e*n aletas superficie*A e/(m tubo*Cp tubo);
C 6 = alpha i*A_int/(m_tubo*Cp_tubo);
C^{7} = C^{5} + C^{6};
%Ecuación 3
C 8 = alpha e*n aletas superficie*A e/(m air*Cp air);
C^9 = 2 \times m \text{ air } dot/m \text{ air;}
C^{-}10 = C \overline{8} + \overline{C} 9;
%% matrices Espacio de estados
A = [-C 1 C 2 0; 0 -C 7 C 5; 0 C 8 -C 10]; % [mvsc Tt Ta]
B = [C_3 - C_4 0; 0 C 6 0; 0 0 C 9]; % [MVSET TC TAE]
C = [1 \ 0 \ 0; \ 0 \ 1 \ 0; \ 0 \ 1];
D = [0 \ 0 \ 0; \ 0 \ 0; \ 0 \ 0];
%% Simulación
Fs = 1024;
dt = 1/Fs;
tsim = 300;
 out = sim("CONDENSADOR.slx",tsim);
%% GRAFICOS
figure(1)
plot(time,Temp out)
grid on
xlabel("Tiempo [s]")
ylabel("Temperatura de condensación del fluido [°C]")
figure(2)
plot(time, masa_cond)
grid on
xlabel("Tiempo [s]")
ylabel("Masa condensada [Kg]")
figure(3)
plot(time,Temp_tubo)
grid on
xlabel("Tiempo [s]")
ylabel("Temperatura del tubo [°C]")
figure(4)
plot(time,Temp aire)
grid on
xlabel("Tiempo [s]")
ylabel("Temperatura del aire [°C]")
%% Definición de las funciones de transferencia
% Funcion de transferencia para la entrada de masa de vapor
Matriz in = repmat(m R134A dot, size(Temp out, 1), 1);
```
```
np = 3;
tt =iddata(masa_cond,Matriz_in,dt);
sys = tfest(tt,np);
opt = stepDataOptions('StepAmplitude',m_R134A_dot);
step(sys,opt)
```

# CÓDIGO REALIZADO PARA OBTENCIÓN DE ÁREAS Y COEF EXTERIOR DE CONVECCIÓN

```
clear all
close all
clc
rho vapor = 47.35;
rho liquido = 1155;
rho aire = 1.18;
mu aire = 0.00001893;
cond aire = 0.02625;
Pr = 0.71;
cond aletas = 206;
%% TUBOS
n t hilera = 80;
n t total = 320;
%% Especificaciones
di = 0.0186;
de = 0.0254;
d = 0.0572;
e<sup>=</sup> 0.00041;
sep aletas = 0.0019;
sep_vertical = 0.06033;
sep horizontal = 0.05207;
altura = 0.0159;
Longitud = 3;
A = n t total*Longitud*pi*(0.5*(d a^2-de^2)+d a*e +
de*sep aletas)/(sep aletas + e);
Af = n_t_total*Longitud*pi*(0.5*(d a^2-de^2)+d a*e)/(sep aletas + e);
Aw = n t total*Longitud*pi*(de*sep aletas)/(sep aletas + e);
At = n t total*Longitud*pi*de;
A At = A/At;
Smin = n t hilera*Longitud*(sep vertical- de - 2*e*altura/(sep aletas + e));
S 0 = (n t hilera+0.5)*sep vertical*Longitud;
exilon = Smin/S 0;
%Velocidad
M dot = 47.47;
vmax = M dot/(Smin*rho aire);
%% FLUJO MASICO
m air dot = vmax*Smin*rho aire;
Re = vmax*de*rho aire/mu aire;
```

```
Nu =
0.242*Re^0.688*(sep_aletas/altura)^0.297*(sep_vertical/sep_horizontal)^(-
0.091)*Pr^(1/3);
alpha = cond_aire/de*Nu;

y = de*0.5*(d_a/de - 1)*(1 + 0.35*log(d_a/de));
coeff = (2*alpha/(e*cond_aletas))^0.5*y;
nfins = tanh(coeff)/coeff;
n_aletas_superficie = 1-(1-nfins)*Af/A;
alpha_eff = ((nfins*Af + Aw)/A)*alpha;
alpha_real = alpha_eff*A_At;
```

#### CÓDIGO REALIZADO PARA COEFICIENTE INTERNO DE CONVECCIÓN

m\_R134A\_dot = 3.5; %[kg] m\_ind\_dot = m\_R134A\_dot/(80\*pi\*0.0186^2/4); Re\_LO = m\_ind\_dot\*0.0186/0.0001653; Pr\_L = 3.203; alpha\_LO = 0.021\*0.07675/0.0186\*Re\_LO^0.8\*Pr\_L^0.43; rho\_vapor = 47.35; rho\_liquido = 1155; alpha\_in = alpha\_LO\*(1+1\*(rho\_liquido/rho\_vapor - 1))^0.5; alpha\_out = alpha\_LO\*(1+0\*(rho\_liquido/rho\_vapor - 1))^0.5; alpha\_prom = (alpha\_out + alpha\_in)/2;

#### MODELO EN SIMULINK DEL CONDENSADOR



## APÉNDICE B

### **PLANOS**





### **APENDICE C**

#### **APENDICE D**

## CÁLCULOS DE BULBO HÚMEDO

El aire ambiente promedio en Guayaquil se encuentra 27 [°C] y su humedad relativa más baja es del 52.4%. Con estos parámetros se realizó la estimación de la temperatura del bulbo húmedo, cuyo desarrollo se muestra a continuación:

Introducir temperatura y a	altitud:	
Temperatura:	27	°C
Altitud:	0	m

Introducir el parámetro conocido:



Valor: 20

Diagrama psicrométrico interactivo:



#### CÁLCULOS DE CONTROLADOR

 $s^3 + 0.1313s^2 + 0.01524s + 0.004024 + 0.0003294K$ 

 $s = j\omega$ 

$$(j\omega)^3 + 0.1313(j\omega)^2 + 0.01524(j\omega) + 0.004024 + 0.0003294K$$
$$j\omega(0.01524 - \omega^2) + (0.001999 - 0.1313\omega^2) = 0$$

$$\omega = \sqrt{0.01524} = 0.1234 \left[\frac{rad}{s}\right]$$
$$P_{cr} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{0.1234} = 50.91 [s]$$

Aplicando:

 $s^{3} + 0.13135s^{2} + 0.015245s + 0.004024 + 0.0003294K$ 



 $\frac{0.002001012 - 0.00402 - 0.0003294K}{0.1313} = 0$ 

0.001598612 - 0.0003294K = 0

 $K_{cr} = 4.85$ 



Figura D.1. Especificaciones transientes para el controlador PID obtenido a través del método de Ziegler Nichols.



Figura D.2. Especificaciones transientes para el controlador PI obtenido a través del método de Ziegler Nichols.



Figura D.3. Diseño del controlador PI optimizado mediante la herramienta Sisotool.



Figura D.4. Diseño del controlador PID optimizado mediante la herramienta Sisotool.