



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

Diseño y Simulación de un Colector Energético no lineal para generación
de energía de baja potencia

PROYECTO INTEGRADOR

Previo a la obtención del Título de:

Ingeniero Mecánico

Presentado por:

Christian Javier Rubio Chang

Carlos Eli Vera Barreiro

GUAYAQUIL - ECUADOR

Año: 2023

DEDICATORIA

Este trabajo está dedicado a mi mamá quien a pesar de ya no estar conmigo es mi inspiración para cumplir mis metas. A mis tíos que siempre me han dado el amor y apoyo en los momentos que mas los necesitado. A mi papa que siempre me apoyo y acompaño incondicionalmente cuando lo necesite. A mis hermanos, Jacqueline, Alejandro y Suri que me han dado fuerzas para seguir adelante frente a cada reto. A Yesika por acompañarme y ser un apoyo en mi vida de forma incondicional.

Christian Rubio C.

DEDICATORIA

Este trabajo está dedicado a mis padres quienes siempre me han apoyado de forma incondicional, me han dado todo su amor y todo su esfuerzo para que yo sea quien soy hoy en día. A mis hermanos Naomi y Elián por hacerme saber que siempre puedo contar con ellos y por ser los mejores hermanos que la vida me pudo dar. A mi sobrino Carlos Hernán por ser mi motivo de alegría y hacerme querer ser mejor persona día a día. A Valeria por acompañarme siempre a lo largo de mi carrera y motivarme a ser mejor estudiante y mejor profesional.

Carlos Vera B.

AGRADECIMIENTOS

Nuestro más sincero agradecimiento al Phd. Christian Silva por darnos la oportunidad de llevar a cabo este proyecto y ser un soporte vital en el desarrollo del mismo. A los investigadores de Purdue University por darnos el feedback necesario y constante soporte en los problemas que suscitaron durante el desarrollo del proyecto. A la Ing. Andrea Boero por darnos el soporte y los consejos necesarios en el trayecto del curso.

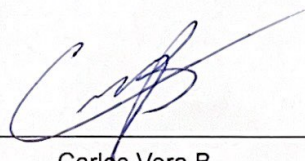
Christian Rubio C. y Carlos Vera B.

DECLARACIÓN EXPRESA

"Los derechos de titularidad y explotación, nos corresponde conforme al reglamento de propiedad intelectual de la institución; *Christian Javier Rubio Chang, Carlos Eli Vera Barreiro*, y damos nuestro consentimiento para que la ESPOL realice la comunicación pública de la obra por cualquier medio con el fin de promover la consulta, difusión y uso público de la producción intelectual"



Christian Rubio C.



Carlos Vera B.

EVALUADORES

Ing. Andrea Boero Vera, M.Sc.

PROFESOR DE LA MATERIA

Ing. Christian Silva Salazar, Ph.D.

TUTOR

RESUMEN

Ante una constante búsqueda de alternativas para obtener energía de forma renovable, en combinación con la necesidad de mitigar vibraciones no deseadas en estructuras flexibles se propone el diseño y simulación de un colector energético combinado con un sumidero de energía no lineal. Se ha aplicado un método cuantitativo y cualitativo en donde se tuvo como mejor solución aplicar ecuaciones de movimiento con ODE 45. Los resultados obtenidos muestran que se puede mitigar de manera efectiva las vibraciones y a su vez capturar energía de baja potencia transferida desde la estructura anfitriona del 'NES' por sus siglas en inglés (Nonlinear Energy Sink). El presente trabajo se encuentra en constante investigación, los resultados obtenidos afirman que es viable la futura implementación de un colector energético no lineal, pero se debe profundizar en la investigación para obtener resultados aún mas alentadores en términos de cantidad de energía colectada y que la implementación de este estudio se amplifique a otros campos.

Palabras Clave: Sumidero, Vibraciones, Colector Energético, Relación de amortiguamiento.

ABSTRACT

Faced with a constant search for alternatives to obtain energy in a renewable way, in combination with the need to mitigate unwanted vibrations in flexible structures, the design and simulation of an energy collector combined with a non-linear energy sink are proposed. A quantitative and qualitative method has been applied where the best solution was to use equations of motion with ODE 45. The results obtained show that vibrations can be effectively mitigated and, in turn, capture low-power energy transferred from the host structure of the NES. The present work is a constant investigation, the results obtained affirm that the future implementation of a non-linear energy collector is viable, but the research must be deepened to get even more encouraging results in terms of the amount of energy collected and that the implementation of this study is amplified to other fields.

Keywords: *Energy Sink, Damping Ratio, Energy Harvester, Vibrations.*

ÍNDICE GENERAL

RESUMEN	I
ABSTRACT	II
ABREVIATURAS	V
ÍNDICE DE FIGURAS	VI
ÍNDICE DE TABLAS	VII
CAPÍTULO 1	1
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1 Descripción del problema	2
1.2 Justificación del proyecto	3
1.3 Objetivos	3
1.3.1 Objetivo General	3
1.3.2 Objetivos Específicos	4
1.4 Marco teórico	4
1.4.1 Vibraciones como fuente de energía renovable de baja potencia	4
1.4.2 Descripción de un colector de energía (<i>Energy Harvester</i>)	7
1.4.3 Método de Runge-Kutta para Ecuaciones Diferenciales	8
CAPÍTULO 2	10
2. METODOLOGÍA	10
2.1 Diagrama de Flujo	10
2.2 Alternativas de Solución	11
2.2.1 Ecuaciones de movimiento con ODE 45	11
2.2.2 Método Matricial con ODE 45	11
2.2.3 Espacio de estados	12
2.3 Criterios de Selección	13
2.4 Matriz de decisión	14
2.5 Definición del Sistema	17
2.5.1 Parámetros de la simulación	21

2.5.2	Potencia amortiguada del sistema	24
2.5.3	Potencia eléctrica generada instantánea	24
2.5.4	Potencia elástica del resorte	25
CAPÍTULO 3	26
3. RESULTADOS Y ANÁLISIS	26
3.1	Resultados	26
3.1.1	Desplazamiento máximo en diferentes frecuencias	26
3.1.2	Desplazamiento con respecto al tiempo	27
3.1.3	Potencia elástica de los resortes del NES	32
3.1.4	Potencia del NES a diferentes amplitudes con respecto a la frecuencia	33
3.1.5	Potencia Generada del NES a diferentes amplitudes con respecto al tiempo	34
3.1.6	Modelo 3D	36
3.1.7	Análisis de Resultados	38
3.1.8	Cotización del Proyecto	39
CAPÍTULO 4	41
4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	41
BIBLIOGRAFÍA		
APÉNDICES		
!		
Apéndice A	
A.1	Ecuaciones de movimiento	
A.1.1	Masa Rígida	
A.1.2	NES	
Apéndice B	
B.1	Código MATLAB	

ABREVIATURAS

ESPOL	Escuela Superior Politécnica del Litoral
NES	Non linear Energy Sink
GDL	Grados de Libertad
TET	Targeted Energy Transfer
ODE	Ordinary Differential Equation
TMD	Tuned Mass Damper
DCL	Diagrama de Cuerpo Libre

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1	Diagrama de Flujo del proceso de diseño	10
Figura 2.2	Sistema Simple de Masa, Resorte y Amortiguador	11
Figura 2.3	Sistema Simple de Masa, Resorte y Amortiguador	17
Figura 2.4	Malla Eléctrica del Embobinado interno	19
Figura 3.1	Desplazamiento vs Frecuencia - Masa Rígida	26
Figura 3.2	Desplazamiento vs Frecuencia - Masa NES	27
Figura 3.3	Desplazamiento vs Tiempo - $f = 11.80[Hz]$ - Amplitud Mínima	28
Figura 3.4	Velocidad vs Tiempo - $f = 11.80[Hz]$ - Amplitud Mínima	28
Figura 3.5	Desplazamiento vs Tiempo - $f = 11.80[Hz]$ - Amplitud Máxima	29
Figura 3.6	Velocidad vs Tiempo - $f = 11.80[Hz]$ - Amplitud Máxima	29
Figura 3.7	Desplazamiento vs Tiempo - $f = 1[Hz]$ - Amplitud Mínima	30
Figura 3.8	Velocidad vs Tiempo - $f = 1[Hz]$ - Amplitud Mínima	30
Figura 3.9	Desplazamiento vs Tiempo - $f = 1[Hz]$ - Amplitud Máxima	31
Figura 3.10	Velocidad vs Tiempo - $f = 1[Hz]$ - Amplitud Máxima	31
Figura 3.11	Potencia Generada y Disipada - Amplitud Mínima	32
Figura 3.12	Potencia Elástica - Amplitud Máxima	32
Figura 3.13	Potencia Generada y Disipada - Amplitud Mínima	33
Figura 3.14	Potencia Generada y Disipada - Amplitud Máxima	33
Figura 3.15	Potencia Generada y Disipada - Amplitud Mínima	34
Figura 3.16	Potencia Generada y Disipada - Amplitud Máxima	35
Figura 3.17	Ensamble final del prototipo	36
Figura 3.18	Representación del componente NES - Masa primaria	37
Figura 3.19	Representación del componente NES - Masa primaria	37

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1	Puntuación de Criterios de Selección	14
Tabla 2.2	Criterios de selección de modelos	16
Tabla 2.3	Tiempo de Simulación	22
Tabla 2.4	Variables de iteración	23
Tabla 2.5	Parámetros de entrada	23
Tabla 3.1	Desplazamiento Máximo	27
Tabla 3.2	Potencia Generada del NES	35
Tabla 3.3	Cotización del Prototipo del Colector Energético a través de Vibraciones	40

CAPÍTULO 1

1. INTRODUCCIÓN

Una de las principales problemáticas del mundo actual es la constante búsqueda de nuevas alternativas para la obtención de energías renovables a favor de frenar los efectos del cambio climático, por lo que se toma en cuenta un recurso no aprovechado como lo son las vibraciones ambientales. La tarea de recolección de energía será posible por la implementación de un disipador de energía no lineal.

El concepto de los disipadores de energía no lineales (NES, por sus siglas en inglés) ha sido estudiado recientemente para mitigación de vibraciones. El sistema NES presenta una rápida e irreversible capacidad de disipar energía causada por vibraciones estructurales. Además las aplicaciones de un colector de energía son favorables para la generación de electricidad en estructuras mecánicas vibrantes (Araujo et al., 2022). Es intuitivo pensar que además de contribuir con la mitigación de las vibraciones, se pueda obtener energía de baja potencia a través de estos procesos y que pueda ser usada en dispositivos que no requieran de grandes cantidades de energía, como sensores. Entre los posibles arreglos y técnicas, en la literatura, el *Energy Harvester* se basa típicamente en transductores piezoeléctricos y electromagnéticos. Se observa que la combinación de NES con recolectores de energía tiene gran potencial para aplicaciones en la generación de energía. Es razonable inferir que una NES combinada con un colector de energía promovería el control pasivo de la vibración de la estructura anfitriona, mientras que el recolector capturaría la energía transferida desde la estructura anfitriona a la NES (Araujo et al., 2022).

Los recolectores de energía tienen como objetivo capturar la energía ambiental que usualmente se desperdicia en su medio y poder convertirla en energía útil. La energía capturada por pequeños colectores de energía es de baja potencia, pero suficiente para

alimentar dispositivos electrónicos pequeños como un paso hacia el desarrollo de sensores inalámbricos con verdadera autonomía energética(Farokhi and Ghayesh, 2019).

Para el modelado del sistema se tomará en consideración el uso de ecuaciones del sistema de 2 grados de libertad (GDL), sumado a la masa del NES. Se establecieron las ecuaciones de movimiento para posteriormente resolverlas utilizando un sistema de matrices, dividiendo las ecuaciones de movimiento en matrices de masa, rigidez y amortiguamiento. Para esta ecuación se debe tomar en consideración que la diferencia del apartado no lineal afectará considerablemente la forma en la que se formuló la ecuación de movimiento, ya que se tiene partes con componentes con exponente cúbico. Además de eso para realizar la ecuación de movimiento del NES se debe tomar en consideración que al tener componentes electromagnéticos se debe tener un acople o factor electromecánico a considerar, el cual es una variable que conectara la parte mecánica del sistema con la parte eléctrica que se espera generar(Pennisi et al., 2018).

1.1 Descripción del problema

Una de las principales problemáticas del mundo actual es la constante búsqueda nuevas alternativas para la obtención de energías renovables a favor de frenar los efectos del cambio climático. Existen algunos avances en metodologías para recoger y almacenar esta energía, para posteriormente utilizarla energizando sensores y otros elementos de bajo consumo energético. Dada la ubicación del Ecuador en una zona de alta actividad sísmica, resulta intuitivo pensar que los sistemas de acopio energético mediante vibraciones pueden ser una alternativa interesante de energización de baja potencia, toda vez que se disipa al ambiente sin ser aprovechada, ya sea mediante el uso de amortiguadores de vibración, o directamente mediante vibración libre. El presente proyecto busca obtener una alternativa de acopio energético pasivo a partir de vibraciones estructurales producidas naturalmente por el entorno ambiental.

1.2 Justificación del proyecto

En el campo ingenieril, la reducción de vibraciones no deseadas en estructuras flexibles es una importante consideración de diseño para el correcto desempeño de dichas estructuras. Especialmente en diseños de alto desempeño, la interacción entre vibraciones ambientales y la estructura puede dar lugar a inestabilidades o vibraciones de gran amplitud, y en el peor de los casos, estas vibraciones pueden causar fallos catastróficos, por lo que resulta fundamental la implementación de un control pasivo capaz de absorber la energía de forma no lineal.

La implementación de un colector energético mediante vibraciones resulta necesario a favor de hacer uso de una fuente de energía desaprovechada que contribuya al ahorro energético, cumpliendo de esta forma con los objetivos de desarrollo sostenible, en la utilización de medios naturales para la obtención de energía limpia, se propone el diseño de un modelo matemático para hacer posible captación de energía producida por las vibraciones ambientales y posteriormente la emisión de esta energía a otros dispositivos.

Este proyecto busca responder preguntas básicas sobre el modelo que debe usarse como base para optimizar diferentes estrategias de diseño de un prototipo de sistema de acopio de energía a baja potencia, a partir de principios no lineales como alternativa viable para energizar dispositivos de bajo consumo energético.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo General

Diseñar un modelo matemático de un sistema de acopio de energía, mediante técnicas similares a espacio de estados implementadas en Simulink/MATLAB, para generación de energía de baja potencia.

1.3.2 Objetivos Específicos

A continuación se detallan los diferentes objetivos específicos del trabajo.

- Diseñar un modelo matemático en Simulink/MATLAB mediante espacio de estados (ODE45) y estimación de parámetros.
- Desarrollar ecuaciones de movimiento y transformación a espacio de estados (ODE 45), o su similar no lineal.
- Optimizar forma para maximizar la generación de potencia eléctrica.
- Probar de forma conceptual un modelo de estructura base para el acopio de energía.

1.4 Marco teórico

1.4.1 Vibraciones como fuente de energía renovable de baja potencia

El potencial de las fuentes de energía renovable es alentador, ya que en principio, pueden ayudar a satisfacer muchas veces la demanda mundial de energía. Las fuentes de energía renovables, como la biomasa, la eólica, la solar, la hidroeléctrica y la geotérmica, pueden proporcionar servicios energéticos sostenibles, basados en el uso de recursos locales habitualmente disponibles (Herzog et al., 2001).

Entre estos recursos disponibles se puede incluir a las vibraciones producidas por actividad sísmica, que están constantemente presentes en nuestro medio y que pueden ser aprovechadas para obtener energía de baja potencia. Esto podrá ser posible mediante la implementación de un sistema de un sumidero no lineal de energía producida por vibraciones, conectado a un colector que almacene esta energía, estos temas serán abordados posteriormente. Para poder estudiar adecuadamente la factibilidad de dicho sistema, en principio se debe desarrollar un modelo matemático que refleje la respuesta y capacidad, y que permita modificar parámetros, de manera que se pueda optimizar su operación antes de construir un prototipo

En los últimos años, ha habido un interés creciente en la recolección de energía de fuentes ambientales para dispositivos auto alimentados. Entre las diferentes fuentes ambientales, las fuentes de vibración son adecuadas para la generación de energía a pequeña escala requerida por la electrónica de baja potencia y, por lo tanto, han atraído una atención cada vez mayor. Las soluciones actuales para la transducción de vibración a electricidad se logran mediante métodos electrostáticos, electromagnéticos o piezoeléctricos. Independientemente de los mecanismos de conversión, la mayoría de los recolectores están diseñados como osciladores lineales porque proporcionan respuestas de gran amplitud en resonancia(Kremer and Liu, 2017).

Teniendo en cuenta lo factible que puede llegar a ser la recolección de energía de esta forma, se presenta el caso de sensores usados en edificaciones. Los sensores en un edificio son de mucha relevancia, dado que la mayor parte de ellos se encarga de automatizar mediante los valores medidos a tiempo real de diversas mediciones que pueden hacer como: temperatura, humedad, CO₂, componentes volátiles orgánicos, ocupancia, flujo, sonido, etc. Tomando únicamente los sensores de ocupación, se podría ahorrar un promedio de 15% a 40% de la energía consumida total. y un 56% del consumo de energía por parte de sistemas HVAC. La solución de los Energy Harvester para alimentar este tipo de sensores que radica en la obtención de energía de baja potencia se vuelve una alternativa viable en alternativa de costo, no solo por su ahorro energético, dado que al tener una fuente de alimentación directa en sensores que estén ubicados en puntos estratégicos dentro de un edificio (como los nodos de sensores de internet) se puede tener una vida extensa y sin tener que recurrir a costos de intercambio de baterías. Además de que se reduce la huella de carbono al no tener que recurrir a baterías(Hidalgo-Leon et al., 2022).

Los sumideros no lineales pasivos en sistemas vibratorios lineales son subestructuras que absorben la energía vibratoria de manera unidireccional e irreversible. Los sistemas considerados están compuestos por osciladores lineales amortiguados conectados a tierra y acoplados con una unión fuertemente no lineal en el extremo. Para el caso de

un sistema de 2GDL, se demostró que el bombeo de energía no lineal coincidía con el cruce por cero de una frecuencia donde toda la información reside en la fase de la señal, sin importar la amplitud. Para el caso de una cadena de varios GDL, cargada impulsivamente (es decir con velocidad inicial finita), y con un accesorio no lineal en un extremo, se mostró que después de algunos transitorios iniciales, la respuesta del accesorio no lineal se establece en un movimiento dominado por una frecuencia "rápida" idéntica al límite inferior de la zona de propagación de la cadena lineal. Esta característica reduce el estudio del bombeo de energía en la cadena a un problema equivalente a 2GDL(Vakakis, 2001).

La atención se ha centrado típicamente en los generadores inerciales con comportamiento lineal. Además, la mayoría de estudios realizados previamente solo consideran la excitación de una sola frecuencia, a menos que se aumente la complejidad del dispositivo para incluir GDL adicionales. Una limitación principal de los generadores inerciales con rendimiento lineal es que solo funcionan bien para una banda estrecha de frecuencias; cualquier variación en las frecuencias de excitación reducirá en gran medida la capacidad del dispositivo para recolectar energía. Esto también supone un desafío de implementación, ya que suele ser difícil hacer coincidir la resonancia lineal de un dispositivo fabricado con una frecuencia ambiental(Mann and Owens, 2010).

Para la generación de energía se deberán usar imanes acoplados al NES para que se de la inducción electromagnética. Para poder realizar el diseño se tomó en consideración como referencia un sistema de 1GDL con su respectiva masa, resorte (rigidez) y amortiguador que estará acoplado a un NES conformado por una masa pequeña con un sistema elástico doble de resortes. Se deberá tomar en consideración que el apartado no lineal afectara considerablemente la forma en la que se formuló la ecuación de movimiento, ya que se tiene partes con componentes con exponente cubico. Además de eso para realizar la ecuación de movimiento del NES se debe tomar en consideración que al tener componentes electromagnéticos se debe tener un acople o factor electromecánico a considerar, el cual es una variable que conectara la parte

mecánica del sistema con la parte eléctrica que se espera generar (Pennisi et al., 2018). En los últimos 15 años, los sumideros de energía no lineales o NES han recibido mucha atención de investigación. La diferencia crítica entre un NES y un amortiguador de vibraciones no lineal es que el resorte del primero es esencialmente no lineal, es decir que su relación fuerza-deformación no está dada por el típico $F = Kx$, sino por alguna relación no lineal, usualmente cúbica. Los estudios sobre el NES se han motivado para lograr la transferencia de energía dirigida o TET (por sus siglas en inglés *Targeted Energy Transfer*) en la que la energía de vibración se transfiere de forma irreversible desde la estructura del anfitrión al NES donde se localiza y disminuye en el tiempo debido a la disipación de amortiguamiento. Se demostró que el NES puede absorber eficazmente la energía vibratoria transitoria del oscilador lineal debido a una resonancia interna de relación 1:1 en la que la frecuencia de oscilación del NES coincide con la del oscilador lineal (Kremer and Liu, 2017).

1.4.2 Descripción de un colector de energía (*Energy Harvester*)

La principal función del colector de energía es reunir y conservar la energía presente en el ambiente que normalmente no es tomada en cuenta, para su posterior uso. En el caso de las vibraciones se ha demostrado que es posible coleccionar la energía de las mismas mediante la mitigación de las vibraciones, aunque la energía coleccionada sea mínima. Es posible optimizar la reducción de vibraciones integrando un sistema electromagnético al sistema mecánico. Para su análisis preliminar, se establecen las ecuaciones dinámicas del sistema primario con el sumidero de energía no lineal mejorado, y se realiza el análisis electromagnético. La respuesta en estado estacionario del sistema se resuelve con el método de balance armónico y se verifica mediante simulaciones numéricas.

La integración del sistema electromagnético proporciona una amortiguación adicional al sumidero de energía no lineal, y se mejoran los rendimientos de reducción de vibraciones bajo las excitaciones armónica e impulsiva. Al mismo tiempo, el sistema electromagnético recoge eficazmente la energía vibratoria (Xu et al., 2022).

La energía capturada por los pequeños recolectores es de baja potencia, pero es suficiente para alimentar dispositivos electrónicos pequeños como un paso hacia el

desarrollo de verdaderos sensores inalámbricos autónomos de energía. Una de las principales limitaciones de los recolectores de energía de vibración es su estrecho ancho de banda de frecuencia operativa. La frecuencia de vibración ambiental, por otro lado, es aleatoria y no necesariamente se encuentra en un rango específico. Por lo tanto, esta limitación ha motivado una gran cantidad de investigación sobre recolectores de energía vibratoria durante la última década (Farokhi and Ghayesh, 2019).

1.4.3 Método de Runge-Kutta para Ecuaciones Diferenciales

El método de Runge–Kutta es ampliamente utilizado para resolver numéricamente, problemas de ecuaciones diferenciales ordinarias con condiciones iniciales. Este método proporciona un margen de error pequeño respecto a la solución real del problema, además de que es fácilmente programable en software para poder realizar la iteraciones que se consideren necesarias. El método Runge – Kutta es usado para resolver ecuaciones diferenciales de la forma:

$$\frac{dy(t)}{dt} = f(t, y), \quad y(t_o) = y_o, \quad (1.1)$$

Resulta bastante útil para situaciones en las que no es posible hallar la solución por los métodos convencionales. Existen variaciones del método de Runge-Kutta pero el más utilizado es el método en el cual se escoge un tamaño de paso h y un número máximo de iteraciones n tal que:

$$y_o = y(t_o) \quad (1.2)$$

$$k_1 = hf(t_i, y_i) \quad (1.3)$$

$$k_2 = hf(t_i + h/2, y_i + k_1/2) \quad (1.4)$$

$$k_3 = hf(t_i + h/2, y_i + k_2/2) \quad (1.5)$$

$$k_4 = hf(t_i + h, y_i + k_3) \quad (1.6)$$

Para $i = 0, \dots, n - 1$. La solución se da a lo largo del intervalo $(t_o, t_o + h_n)$

Donde:

- k_1 es la pendiente al principio del intervalo
- k_2 es la pendiente en el punto medio del intervalo usando k_1
- k_3 se define nuevamente como el punto medio del intervalo, pero ahora con respecto a k_2 para determinar el valor de y
- k_4 se define como la pendiente final del intervalo, con el valor de y encontrado en k_3

CAPÍTULO 2

2. METODOLOGÍA

Con el propósito de tener una mejor gestión de nuestras actividades, además de garantizar el cumplimiento de objetivos, se realizó un diagrama de flujo como se detalla en la **Fig. 2.1** de lo que sería los pasos a seguir en el avance de nuestro proyecto y para tener un mejor entendimiento de como se llevó a cabo la realización del mismo.

2.1 Diagrama de Flujo

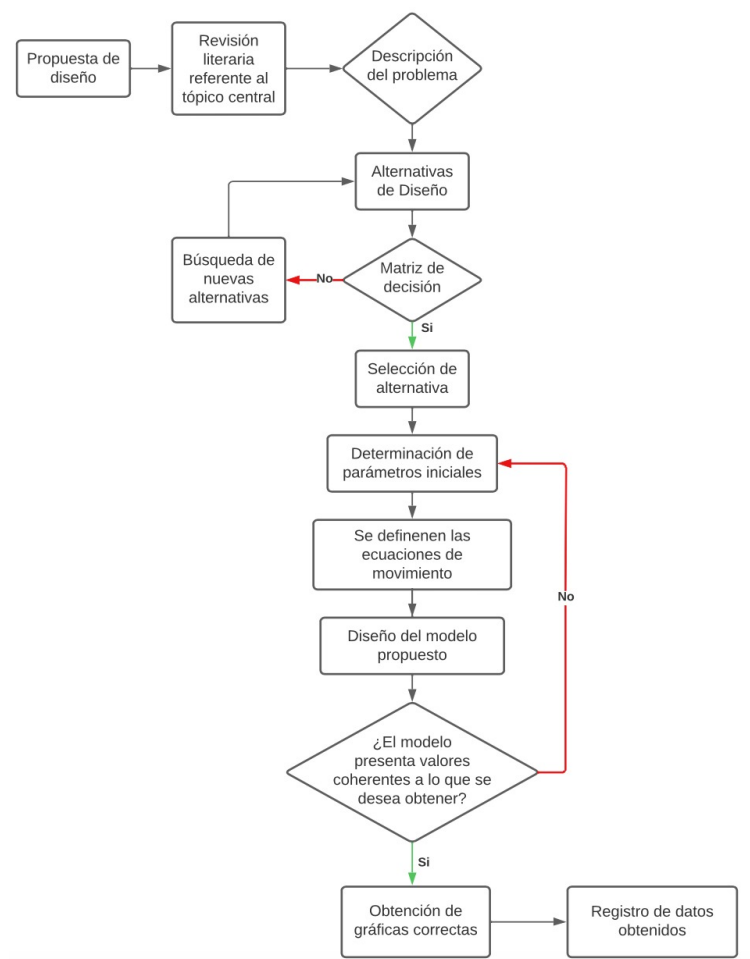


Figura 2.1. Diagrama de Flujo del proceso de diseño

2.2 Alternativas de Solución

Para el proceso de diseño del modelo matemático se tuvieron como alternativas de solución los siguientes métodos de resolución en el software MATLAB/Simulink. En las alternativas propuestas se mostrará la funcionalidad de cada método.

2.2.1 Ecuaciones de movimiento con ODE 45

El método de ecuaciones de movimiento con ODE 45, sigue el tipo de resolución planteado por Runge Kutta de 4to Orden. Este método resuelve ecuaciones diferenciales y nos ofrece los resultados junto con el tiempo establecido en la simulación.

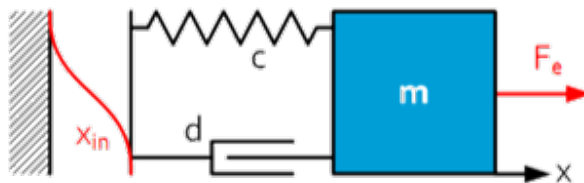


Figura 2.2. Sistema Simple de Masa, Resorte y Amortiguador

Para tomar como ejemplo, se utilizará el sistema mostrado en la Fig. 2.3, en el que se observa un sistema oscilador lineal simple de masa, resorte y amortiguador, cuya ecuación de movimiento se obtiene siguiendo el mismo proceso establecido en la Sección 2.2, y que está dada por:

$$m_1(\ddot{x}_1) + c_1(\dot{x}_1) + k_1(x_1) = m_1(\ddot{x}_b). \quad (2.1)$$

2.2.2 Método Matricial con ODE 45

Utiliza la misma metodología que las ecuaciones de movimiento con la diferencia de que a éste se le implementa un paso adicional, el cual consiste en despejar las variables de masa, amortiguador y resorte en una matriz independiente de las variables a analizar

con la finalidad de facilitar el proceso realizado por la herramienta ODE 45. Adicional a esto se implementa una matriz de las fuerzas externas al sistema como se muestra a continuación:

$$[M] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k/m & -c/m \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Se considerará el ejemplo de la alternativa de ecuaciones de movimiento para definir la forma de la ecuación que se obtendrá como se muestra a continuación:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ \dot{x}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k/m & -c/m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \dot{x}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ m_1 \end{bmatrix} \ddot{x}_b \quad (2.3)$$

2.2.3 Espacio de estados

Espacio de estados es una forma de representar un sistema dinámico compuesto por un modelo matemático, cuya expresión matemática está dada por:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + BU \\ y &= Cx + DU \end{aligned} \quad (2.4)$$

donde A es la matriz de estado, B es la matriz de entrada, C es la matriz de salida y D es la matriz de transmisión directa.

2.3 Criterios de Selección

Los criterios de selección empleados para elegir el método de resolución que mejor se ajusta a las características del modelo son los siguientes:

1. **Reusabilidad (10%):** La reusabilidad en términos de software es la capacidad del modelo implementado para poder ser usado en sistemas diferentes.
2. **Robustez frente a fallos (20%):** La robustez es una característica que permite al software resistir fallos de codificación y que el código se pueda ejecutar las veces que sea necesario sin presentar fallos.
3. **Rendimiento (20%):** El rendimiento en un software significa la velocidad con la que ejecuta su programación.
4. **Mantenibilidad (30%):** La mantenibilidad mide la facilidad de identificar y corregir fallos de codificación de forma eficaz.
5. **Compatibilidad (20%):** La compatibilidad es una característica que detalla la capacidad del sistema a poder incorporar nuevos componentes al código o cambiar las señales de entrada.

2.4 Matriz de decisión

La matriz de decisión es una herramienta que nos permite seleccionar la alternativa de solución que mejor se ajuste a las necesidades del diseño propuesto mediante un sistema de calificación, de esta forma se seleccionará la alternativa de solución que mayor puntuación tenga. Para puntuar cada una de las alternativas se usaron los valores mostrados en la **Tabla 2.1**:

Tabla 2.1. Puntuación de Criterios de Selección

Puntuación de Criterios				
Muy Malo	Malo	Normal	Bueno	Muy Bueno
1	2	3	4	5

Haciendo el análisis de la alternativa de **Ecuaciones de Movimiento [ODE 45]** se determinó que en el ámbito de **Reusabilidad** se obtuvo el mayor valor en relación a las otras alternativas, dado que su forma de codificación le permite volver a ser utilizado de manera más fácil a comparación de los demás sistemas. En el criterio de **Robustez frente a fallos**, se obtuvo una calificación alta dado a que este método de resolución es bastante permisivo con errores de codificación y ante cambios realizados, el hallazgo de fallos es mínimo. En el criterio de **Rendimiento** se obtuvo la calificación más baja de las alternativas de solución, debido a que al tener ecuaciones sin simplificar hace que el software deba calcular de manera repetitiva los valores que ralentizan el procesamiento de los datos. En el criterio de **Mantenibilidad** se tiene una calificación elevada ya que al proporcionar ecuaciones como línea de código permite al usuario darle un mejor soporte a los fallos encontrados. Y por último, en el criterio de **Compatibilidad** se determinó que este tipo de solución brinda una mayor facilidad de incorporar componentes adicionales o intercambiar valores de entrada con mayor facilidad que las demás alternativas de solución.

En el análisis de la alternativa de **Método Matricial [ODE 45]**, en el criterio de **Reusabilidad**, se obtuvo un valor bajo, dado que al tener que realizar un conjunto de matrices del sistema en específico limitara la posibilidad de implementarlo en diferentes ambientes. En el criterio de **Robustez frente a fallos** se reconoce que el sistema tiene una similitud con respecto al planteamiento de las ecuaciones de movimiento, con la diferencia de que el cálculo de las matrices es externo, lo que provocaría que si no se actualiza correctamente el sistema pueden existir errores. En el aspecto de **Rendimiento** se debe reconocer que al tener las constantes o datos determinados en un solo espacio se puede ahorrar el procesamiento reiterativo de esos datos para optimizar de mejor manera el tiempo con respecto a la alternativa anterior. En el ámbito de **Mantenibilidad**, el método matricial tiene un valor bajo, dado que al codificar una matriz no es tan explícita como si lo sería con una ecuación, por lo que darle un mantenimiento o corrección de fallos representará mayor dificultad. En el aspecto de **Compatibilidad**, la alternativa carece de éste criterio, esto se debe a que al tener una simplificación en forma de matriz, es más complejo agregar o utilizar este sistema a otro tipo de condiciones, ya sea implementar un piso adicional o incorporar un componente al sistema (Amortiguador o Resorte).

En el análisis de la alternativa de **Espacio de Estados**. En el criterio de **Reusabilidad**, se debe considerar que un diagrama de Simulink es elaborado a partir del sistema específico, por lo que utilizar componentes a excepción de los valores de entrada o ciertas variables, es poco viable para el usuario. En el aspecto de **Robustez frente a fallos** se tomó en consideración el tipo de programación al que esta basado Simulink, el cual tiene una alta resistencia a errores, los cuales pueden corregir rápidamente al momento de ejecutarlos. En el **Rendimiento**, se obtiene la calificación más alta, dado que Simulink cuenta con bloques ya programados y simplificados, por lo que un sistema elaborado en este software es considerablemente más eficaz que en otros métodos. En el criterio de **Mantenibilidad** se tiene un valor alto, dado que corregir arreglos de bloques es intuitivo y rápido. Por último, en el criterio de **Compatibilidad** se tiene la calificación más baja, debido que al ser un sistema de bloques que es específico al sistema es complicado y puede llegar a

provocar errores de programación al querer implementar un componente o utilizar una parte del sistema en otro.

Por lo que, la matriz de decisión queda de la siguiente manera:

Tabla 2.2. Criterios de selección de modelos

Matriz de Decisión						
Criterios	Ecuaciones de movimiento		Método Matricial		Espacio de Estados	
	Valor	Valor Ponderado	Valor	Valor Ponderado	Valor	Valor Ponderado
Reusabilidad [10%]	4	0.4	2	0.2	1	0.1
Robustez [20%]	4	0.8	3	0.6	4	0.8
Rendimiento [20%]	3	0.6	4	0.8	5	1
Mantenibilidad [30%]	4	1.2	2	0.6	4	1.2
Compatibilidad [20%]	4	0.8	3	0.6	2	0.4
Total	19	3.8	14	2.8	16	3.5

En la **Tabla 2.2** se puede observar que la alternativa con la mayor calificación es la solución por **Ecuaciones de Movimiento [ODE 45]** con una calificación de 3.8, por lo que se desarrollará el diseño del modelo matemático en base a este método.

2.5 Definición del Sistema

Se trata de un sistema oscilatorio de 2GDL, a partir de una masa rígida y un NES. Este tipo de sistemas se compone de una masa, un amortiguador y un resorte, los cuales serán sometidos a una excitación externa. Cada componente consistirá de un amortiguador, resorte y su respectiva masa, además de implementar resortes de comportamiento no lineal en el NES y la implementación del embobinado interno en el NES, que permite efectuar la generación de energía mediante un proceso de electromagnetismo.

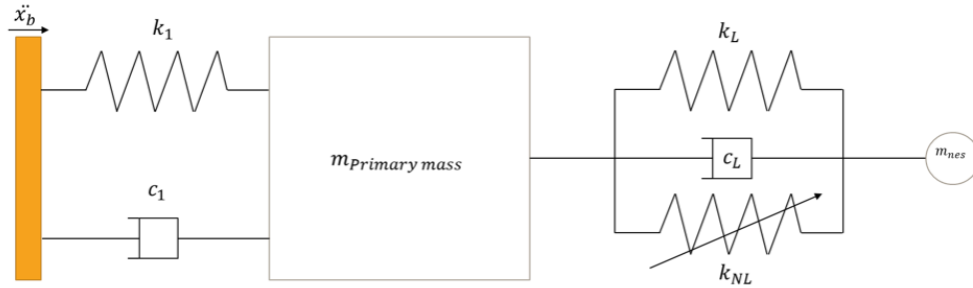


Figura 2.3. Sistema Simple de Masa, Resorte y Amortiguador

Consideremos el sistema mostrado en la **Fig. 2.3**. Una estructura base de masa m_1 , rigidez k_1 , y amortiguamiento c_1 , que es sometida a una vibración en la base dada por \ddot{x}_b , la cual está conectada a una estructura secundaria, de masa m_N , amortiguamiento c_L , y rigidez dada por la relación no lineal:

$$f_{spring} = k_L(x_{rel}) + k_{NL}(x_{rel})^3 \quad (2.5)$$

Donde x_{rel} es la diferencia entre posiciones existentes de las masas en función del tiempo t . El amortiguamiento c_L ejercerá una fuerza que impedirá el movimiento que tendrá la estructura secundaria, esta fuerza se vera definido por:

$$f_{diss} = c_L(\dot{x}_{rel}) - \mu sign(\dot{x}_{rel}) + d_d |x_{rel}| \dot{x}_{rel} \quad (2.6)$$

donde:

μ : Coeficiente de fricción

d_d : Coeficiente de resistencia

La fuerza f_{diss} se compone también por las variables μ , que implica la fricción producida por el rozar entre las estructuras, mientras que d_d representa la resistencia que produce el medio que lo rodea, en este caso el aire. A pesar de esto, se ignora estas fuerzas de disipación, dado que estos elementos no influyen considerablemente en la ecuación. Dejando la fuerza f_{diss} de la siguiente manera:

$$f_{diss} = c_L(\dot{x}_{rel}) \quad (2.7)$$

Con los elementos obtenidos referidos al acople de la segunda estructura denominada NES, se establece la fuerza de restitución.

$$f_R = f_{spring} + f_{diss} \quad (2.8)$$

Luego de realizar un diagrama de cuerpo libre del sistema, y aplicando la Segunda Ley de Newton a ambos GDL, se obtienen las ecuaciones de movimiento del sistema, como se observan a continuación:

$$\begin{aligned} -m_1\ddot{x}_1 + c_1\dot{x}_1 + k_1x_1 &= -m_1\ddot{x}_b + c_L(\dot{x}_1 - \dot{x}_N) + k_L(x_1 - x_N) + k_{NL}(x_1 - x_N)^3 \\ -m_N\ddot{x}_1 &= -m_N\ddot{x}_b - c_L(x_N - \dot{x}_1) - k_L(x_N - x_1) - k_{NL}(x_N - x_1)^3 \end{aligned} \quad (2.9)$$

donde:

m_1 : Peso de la masa primaria [kg]

c_1 : Amortiguador de la masa primaria [Ns/m]

k_1 : Rigidez del resorte de la masa primaria [N/m]

k_L : Rigidez lineal del resorte del NES [N/m]

k_{NL} : Rigidez no lineal del resorte del NES [N/m³]

c_L : Amortiguador del NES []

x_N : Desplazamiento del NES [m]

x_1 : Desplazamiento de la Masa Primaria [m]

\dot{x}_N : Velocidad del NES [m/s]

\dot{x}_1 : Velocidad de la Masa Primaria [m/s]

\ddot{x}_1 : Aceleración de la masa primaria [m/s²]

\ddot{x}_b : Aceleración de la excitación externa [m/s²]

Para la recolección de energía será necesaria la implementación de un sistema que permita realizar esta acción, por lo que el componente del NES tendrá una configuración adicional acoplada, la cual se comporta como una malla eléctrica, cuya representación esquemática se muestra en la **Fig. 2.4**:

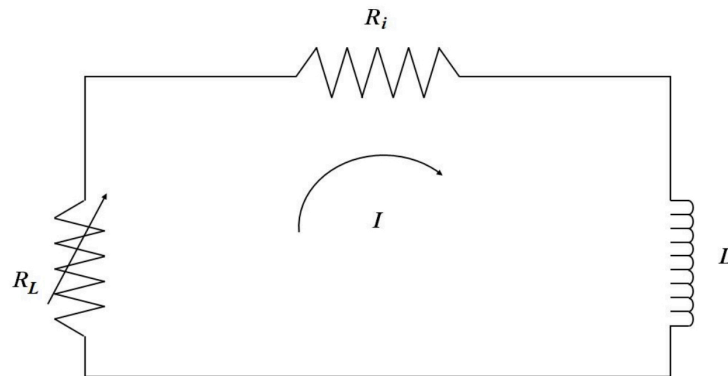


Figura 2.4. Malla Eléctrica del Embobinado interno

Utilizando el concepto de Kirchoff para hacer la sumatoria de impedancias de la malla eléctrica obtendremos la siguiente ecuación:

$$L\dot{I} + (R_L + R_i)I + \gamma(x_N - x_1) = 0, \quad (2.10)$$

donde:

\dot{I} : Derivada de la Corriente [A/s]

I : Corriente de la bobina [A]

L : Inductancia de la bobina [H]

R_L : Resistencia de la carga [Ω]

R_i : Resistencia del interior de la bobina [Ω]

γ : Acople electromecánico.

Posteriormente se tomó en consideración la implementación del coeficiente o acople electromecánico γ a la ecuación de movimiento del NES, que nos ayudará a conectar el sistema electromagnético al sistema oscilatorio mecánico:

$$-m_N \ddot{x}_1 = -m_N \ddot{x}_b - c_L(\dot{x}_N - \dot{x}_1) - k_L(x_N - x_1) - k_{NL}(x_N - x_1)^3 + \gamma I \quad (2.11)$$

La descripción del sistema en forma de ecuaciones diferenciales nos sirve para expresar dicho sistema en forma de un sistema de ecuaciones de primer orden, de forma que se puedan obtener las variables de desplazamiento y velocidad que serán fundamentales para poder estimar la energía que podrá almacenar el *energy harvester*.

El sistema no lineal a ser codificado en forma de una función de MATLAB es:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\dot{x}_1) &= -\frac{c_1}{m_1}\dot{x}_1 - \frac{k_1}{m_1}x_1 + \frac{k_{NL}}{m_1}(x_N - x_1)^3 + \frac{k_N}{m_1}(x_N - x_1) + \frac{c_N}{m_1}(\dot{x}_N - \dot{x}_1) + \ddot{x}_b \\ \frac{d}{dt}(\dot{x}_N) &= -\frac{k_{NL}}{m_N}(x_N - x_1)^3 - \frac{k_N}{m_N}(x_N - x_1) - \frac{c_N}{m_N}(\dot{x}_N - \dot{x}_1) + \ddot{x}_b \\ \frac{d}{dt}(I) &= -I/L(R_L + R_i) - \gamma/L(x_N - x_1) \end{aligned} \quad (2.12)$$

La simulación consiste en la codificación de una función de MATLAB que recibe como entrada un argumento establecido en un código, también de MATLAB en donde se detallan los parámetros mostrados en la sección **Parámetros de la simulación**.

2.5.1 Parámetros de la simulación

`ode45.m` es una función para resolver ecuaciones diferenciales que utiliza el método de resolución de Runge Kutta de 4to Orden. La declaración de esta función en MATLAB se realiza de la siguiente forma:

$$[t,y] = \text{ODE45}(\text{odefun},\text{tspan},y0)$$

donde:

t: Tiempo [seg]

y: Respuestas del sistema

odefun: Ecuaciones de entrada

tspan: Arreglo del tiempo de simulación

y0: Condiciones iniciales del sistema

Las ecuaciones de movimiento son formuladas dentro de la función argumento `odefun` aceptable para ODE45. Los parámetros de entrada para esta función son las condiciones iniciales, y la frecuencia de excitación. Las variables de estado para las que se integra las ecuaciones diferenciales son x_1 , \dot{x}_1 , x_N , y \dot{x}_N , que corresponden a las posiciones y velocidades de la masa primaria, y NES, respectivamente:

La función `ode45.m` permite definir que tipo de respuesta se requiere obtener. Las salidas deseadas en este caso son el desplazamiento, la velocidad y la corriente del sistema, con sus correspondientes derivadas en el tiempo. El vector de salidas (similar al de estados) está dado por:

$$\mathbf{y}(t) = [x_1 \quad \dot{x}_1 \quad x_N \quad \dot{x}_N \quad I \quad \dot{I}]^T \quad (2.13)$$

El tiempo de simulación de nuestro sistema fue elegido de manera arbitraria, guiándonos según el tiempo que tomaría el sistema en estabilizarse. Dejando un arreglo de tiempo

configurado como se muestra en la siguiente ecuación:

$$tspan = ([t_0 \quad t_f])$$

Tabla 2.3. Tiempo de Simulación

Tiempo de Simulación	
Tiempo Inicial t_0 [seg]	Tiempo final t_f [seg]
0	20

El tiempo demostró como se comportaba el sistema desde su estado transiente hasta que se encuentra estabilizado, asignando una carga externa constante de carácter sinusoidal, nos permitirá observar una respuesta sin cambios desde que llega a su estado estable hasta el ∞ . Dicho esto, la ecuación que define la forma de la excitación externa, en este caso en forma de aceleración en la base sera la siguiente:

$$\ddot{x}_b = -A\omega^2 \text{sen}(\omega t), \quad (2.14)$$

donde:

ω : Frecuencia del sistema [rad/sec]

A : Amplitud

En la **Ecuación 2.14** se puede determinar las variables que afectaran la señal de entrada de nuestro sistema. Dado que no se toma en consideración el tiempo, debido a que la variable únicamente definirá en que punto se estabilizara nuestro sistema, dejando a A y ωt como variables independientes de nuestro sistema. Variar la frecuencia nos ayudó a identificar la frecuencia de resonancia al que oscila nuestro sistema. La frecuencia de resonancia es un estado donde el sistema se encontrará en su máxima oscilación, por consiguiente, alcanzara las capacidades máximas de movimiento. Por otro lado, la amplitud amplifica la onda de la señal de entrada, aumentando considerablemente los valores obtenidos.

Tabla 2.4. Variables de iteración

Variables de iteración			
Frecuencia Mínima [Hz]	Frecuencia Máxima [Hz]	Amplitud Mínima	Amplitud Máxima
1	20	1×10^{-5}	1×10^{-4}

Los rangos de frecuencia y amplitud se varían en un lazo, utilizando los valores de la **Tabla 2.4**. Se realizaron 2 lazos, el primero consiste en determinar el máximo desplazamiento del sistema a cada frecuencia, para determinar su frecuencia de resonancia. Posterior, se realiza el segundo lazo, iterando la variación de frecuencia, pero con una diferente amplitud. Para poder obtener una correcta aplicación de las iteraciones, se tomará en cuenta las condiciones iniciales, las cuales empezaran en:

$$IC = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (2.15)$$

Pero conforme se aumenta la frecuencia se tomara como condición inicial, las respuestas máximas obtenidas del sistema posterior a alcanzar el estado estable.

Tabla 2.5. Parámetros de entrada

Parámetros de entrada					
Masa Rígida		NES		Sistema Eléctrico	
m_1 [kg]	0.917	m_N [kg]	0.061	R_i [Ω]	6
k_1 [N/m]	4870	k_L [N/m]	50.81	R_L [Ω]	10
ζ_1	0.03	ζ_2	0.2	L [H]	1.52×10^{-3}
c_1	4.37	c_L	11.54	γ	-3.2572
		k_{NL} [N/m ³]	9.53×10^7		

Es importante destacar la **Tabla 2.5**, dado que nos presenta los parámetros utilizados en la simulación. Variables como ζ_1 y ζ_2 , las cuales se definen como el coeficiente de amortiguamiento que tendrá cada elemento dentro de nuestro sistema. Los valores ζ_1 y

ζ_2 definirán el comportamiento que tendrá el sistema a una excitación constante, estos coeficientes tienen valores cercanos a 0, lo que implicaría un movimiento netamente oscilatorio. Esto se justifica debido a que el sistema propuesto requiere la mayor cantidad de movimiento posible.

Por lo que nos quedan los valores de c_1 y c_L , las cuales son variables dependientes que varían en función de la masa, rigidez y coeficiente de amortiguamiento. Determinados por la siguiente ecuación:

$$c = 2\zeta\sqrt{k/m} \quad (2.16)$$

Se debe esclarecer que para el componente NES, se considero el uso de la rigidez lineal k_L , dado que el valor de amortiguamiento c_L es de carácter lineal.

2.5.2 Potencia amortiguada del sistema

Es la potencia disipada por la viscosidad propia del amortiguador de la constante c_L entre la masa primaria del sistema y el NES y está representada en la siguiente ecuación:

$$P_{diss} = c_L(\dot{x}_N - \dot{x}_1)^2 \quad (2.17)$$

2.5.3 Potencia eléctrica generada instantánea

Es la potencia eléctrica entregada a la carga Resistiva R_L que se genera por el movimiento del NES y se obtiene de la siguiente ecuación:

$$P_{gen} = R_L I^2 \quad (2.18)$$

2.5.4 Potencia elástica del resorte

Es la potencia que se genera al realizar una deformación en los resortes lineales y no lineales del NES.

$$P_{el} = \frac{1}{2}k_L(x_N - x_1)^2 + \frac{1}{4}k_{NL}(x_N - x_1)^4 \quad (2.19)$$

CAPÍTULO 3

3. RESULTADOS Y ANÁLISIS

3.1 Resultados

A continuación se presentaran los resultados obtenidos con el software MATLAB. Estos se dividirán en diferentes secciones para esclarecer los pasos necesarios para optimizar la obtención de la potencia generada por el sistema.

3.1.1 Desplazamiento máximo en diferentes frecuencias

La **Figs. 3.1 y 3.2** presentan los valores máximos obtenidos de desplazamiento de ambos sistemas, Masa Rígida y NES dentro del rango de frecuencia de análisis, además de que cada curva presenta una aplicación del sistema a una diferente amplitud. Esto se realizó con la finalidad de obtener la frecuencia de resonancia, la cual sirve para determinar los valores máximos que se pueden obtener en éste sistema.

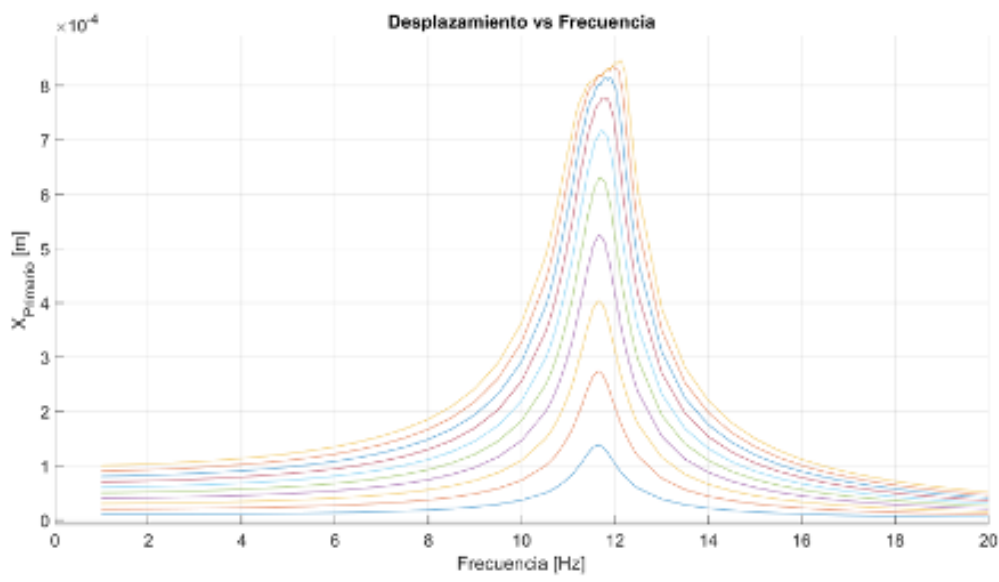


Figura 3.1. Desplazamiento vs Frecuencia - Masa Rígida

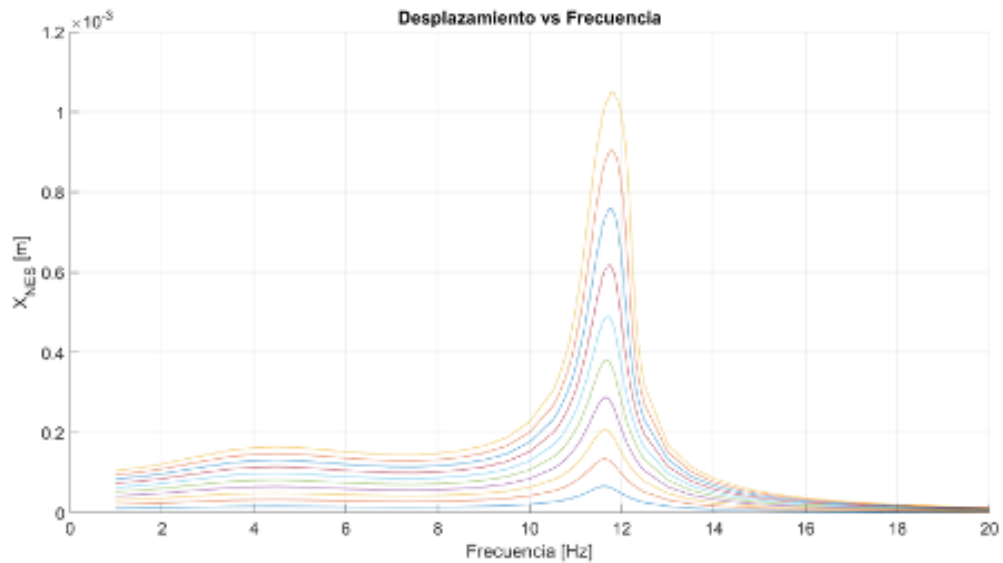


Figura 3.2. Desplazamiento vs Frecuencia - Masa NES

Los valores que corresponden al máximo desplazamiento en condiciones de amplitud mínima y máxima, junto con las frecuencias de resonancia se muestran en la **Tabla 3.1**:

Tabla 3.1. Desplazamiento Máximo

Desplazamiento Máximo – $A = 1 \times 10^{-4}$			
Masa Rígida		NES	
Desplazamiento Máximo	Frecuencia Resonancia	Desplazamiento Máximo	Frecuencia Resonancia
8.27×10^{-4} [m]	11.66 [Hz]	0.0011 [m]	11.80 [Hz]

3.1.2 Desplazamiento con respecto al tiempo

Se obtuvieron las curvas del desplazamiento x y velocidad \dot{x} del sistema con respecto al tiempo t . Es importante definir el comportamiento del sistema, además del tiempo que le toma al mismo pasar de la fase transiente hasta llegar a la fase estable. Se realizaron las gráficas en base a las condiciones de la **Sección 3.1.1**, lo que consiste en usar la frecuencia de resonancia previamente hallada, utilizando una amplitud máxima. Para esta respuesta se utilizó la frecuencia de resonancia del NES de 11.80 [Hz], dado que al ser el componente donde irán conectados los acoples para la generación eléctrica, se

debe considerar las condiciones óptimas de funcionamiento.

Las Fig. 3.3, 3.4, 3.4, 3.5 y 3.6 representan las condiciones que tendría el sistema en la frecuencia de resonancia del NES.

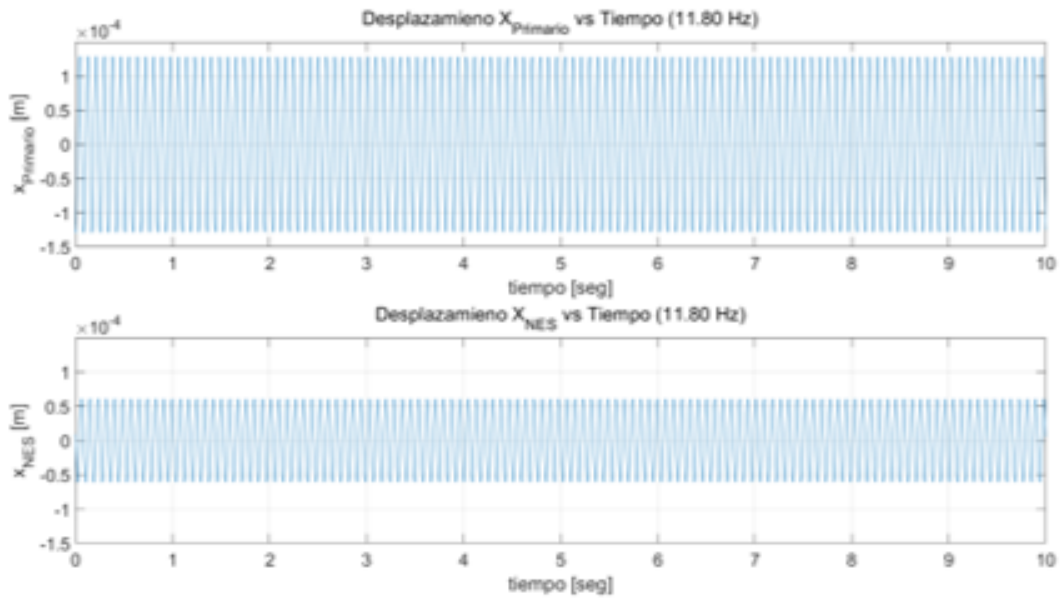


Figura 3.3. Desplazamiento vs Tiempo - $f = 11.80[Hz]$ - Amplitud Mínima

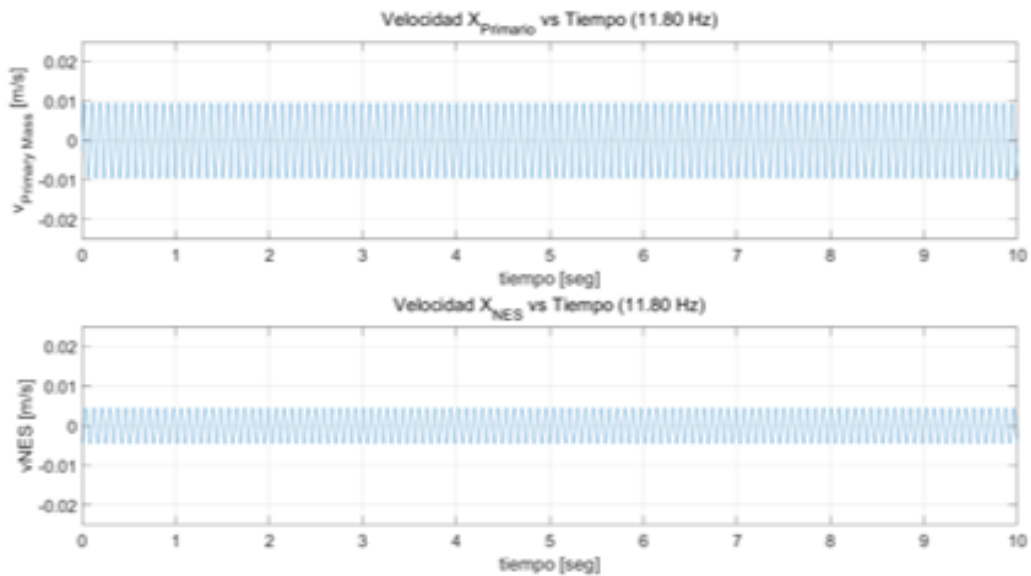


Figura 3.4. Velocidad vs Tiempo - $f = 11.80[Hz]$ - Amplitud Mínima

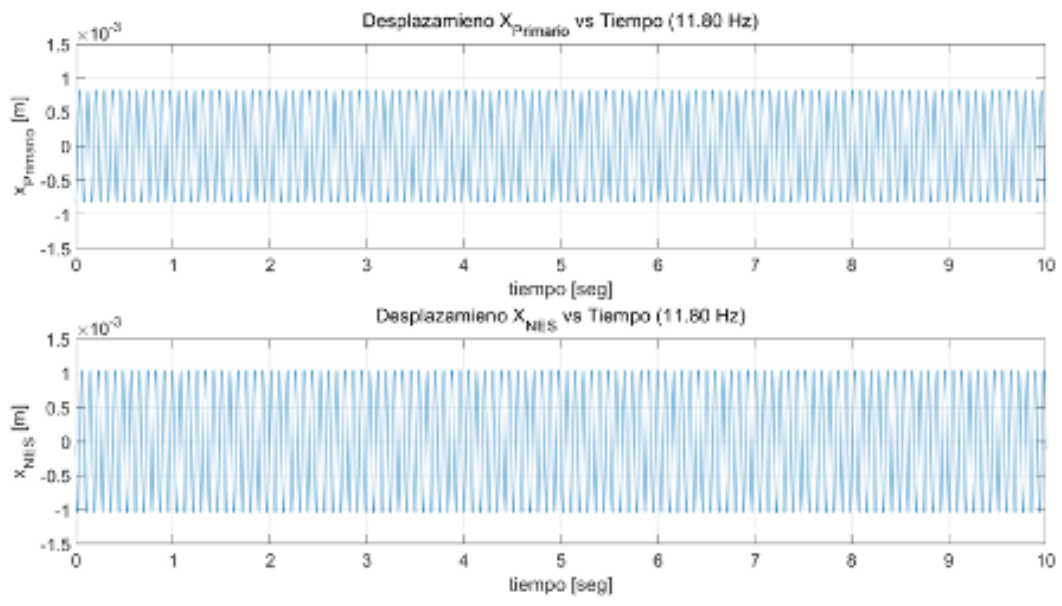


Figura 3.5. Desplazamiento vs Tiempo - $f = 11.80[Hz]$ - Amplitud Máxima

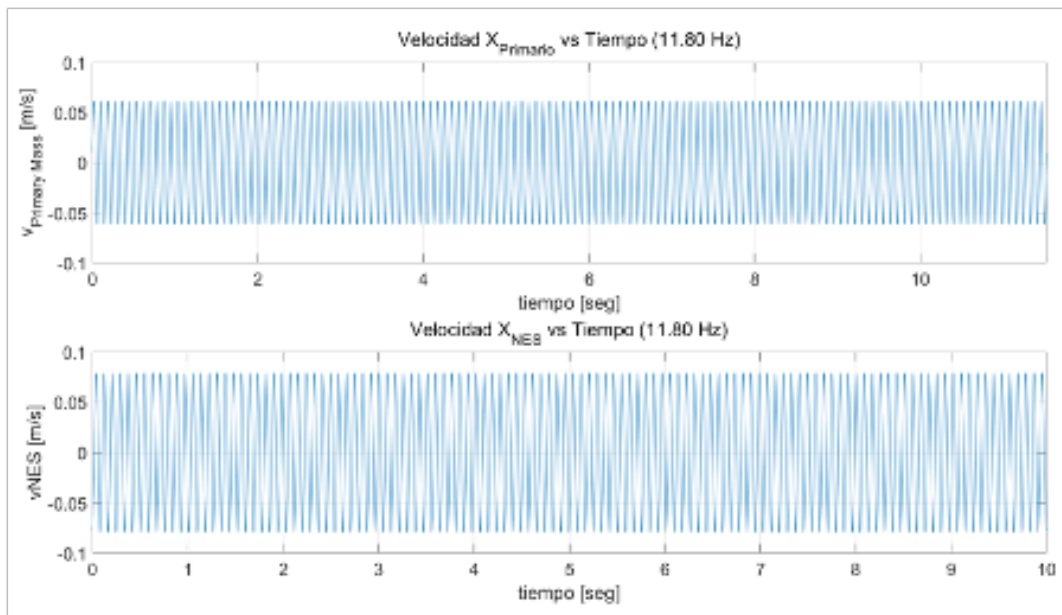


Figura 3.6. Velocidad vs Tiempo - $f = 11.80[Hz]$ - Amplitud Máxima

De esta forma se puede contrastar la importancia de utilizar la frecuencia de resonancia a diferencia de una frecuencia inicial de 1 [Hz], como se muestra en las **Figs. 3.7,3.8,3.9** y **3.10** donde se observa claramente un aumento en la longitud de onda:

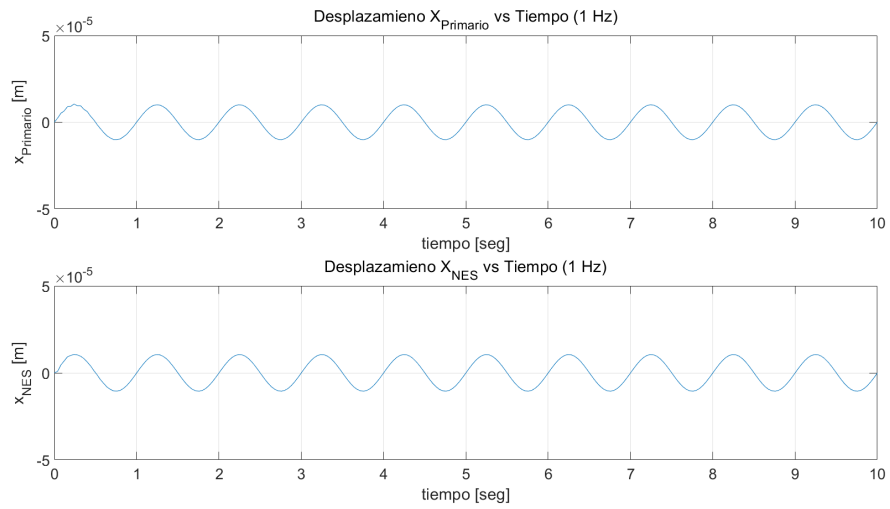


Figura 3.7. Desplazamiento vs Tiempo - $f = 1[Hz]$ - Amplitud Mínima

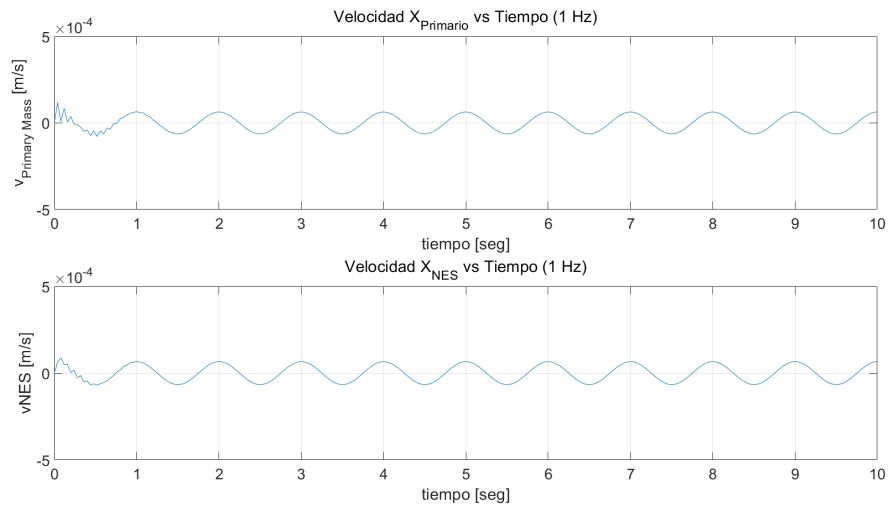


Figura 3.8. Velocidad vs Tiempo - $f = 1[Hz]$ - Amplitud Mínima

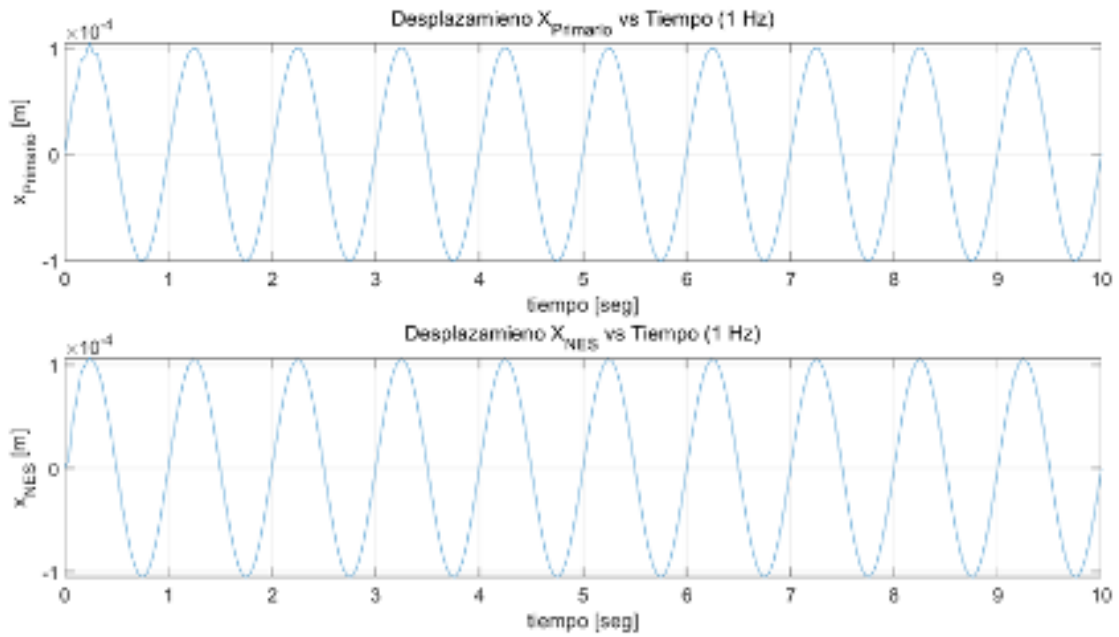


Figura 3.9. Desplazamiento vs Tiempo - $f = 1[Hz]$ - Amplitud Máxima

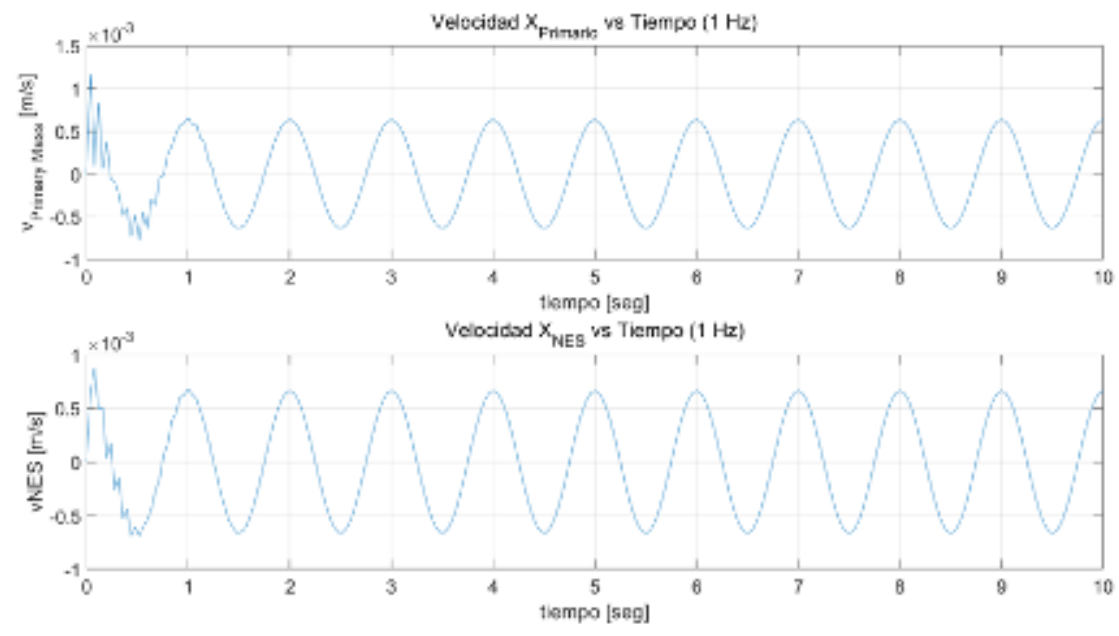


Figura 3.10. Velocidad vs Tiempo - $f = 1[Hz]$ - Amplitud Máxima

3.1.3 Potencia elástica de los resortes del NES

La potencia elástica es la representación de la energía almacenada por compresión de los resortes. La utilización de esta variable en nuestro sistema nos indica cuánto es la capacidad de elongación permisible en el sistema del NES a ciertas condiciones de la señal de entrada y variación de amplitudes. Se obtuvieron las **Figs. 3.11 y 3.12** que nos muestran la potencia elástica a mínima y máxima amplitud respectivamente:

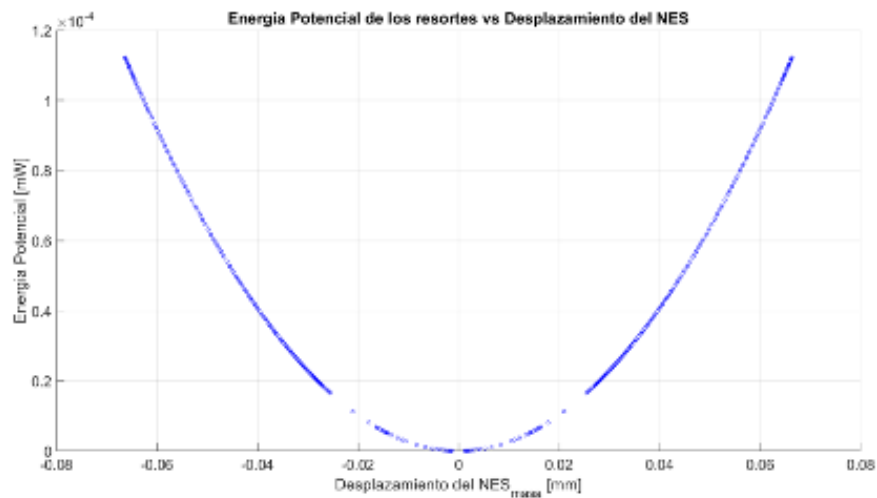


Figura 3.11. Potencia Generada y Disipada - Amplitud Mínima

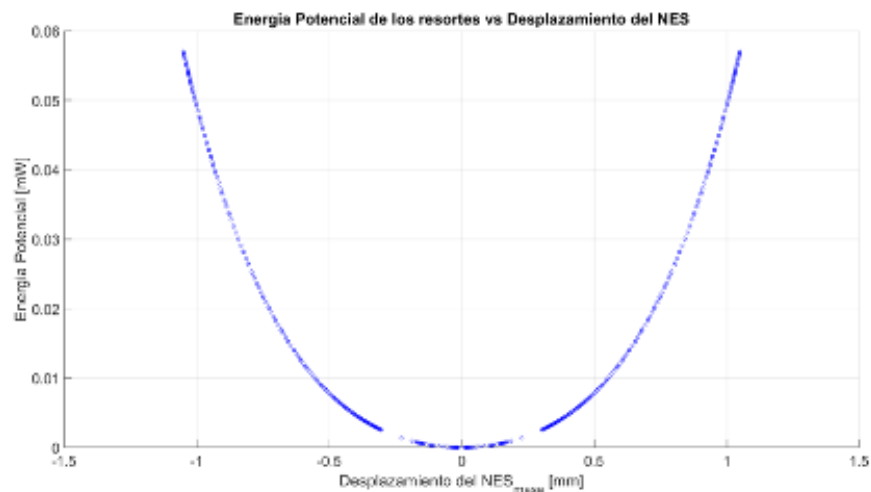


Figura 3.12. Potencia Elástica - Amplitud Máxima

3.1.4 Potencia del NES a diferentes amplitudes con respecto a la frecuencia

La Potencia P_{gen} y P_{diss} representan el eje clave del presente proyecto, por lo que se realizó una toma de datos para observar y confirmar que la frecuencia donde se obtienen los valores más altos se presentan en la frecuencia de resonancia, además de poder observar cuánta energía generó y disipó el sistema.

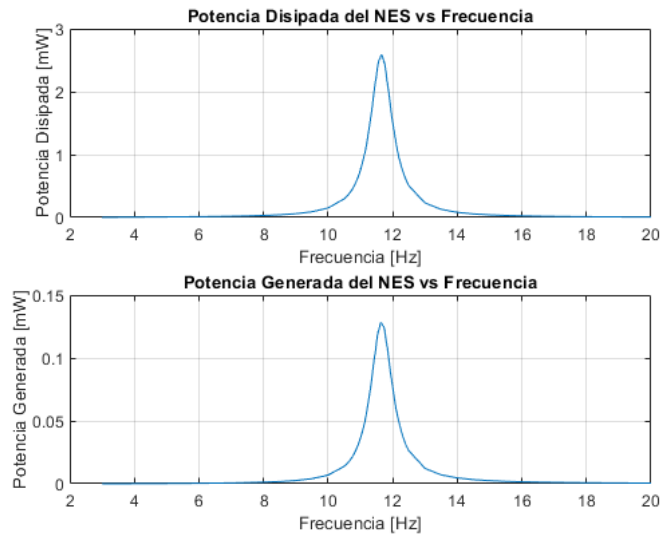


Figura 3.13. Potencia Generada y Disipada - Amplitud Mínima

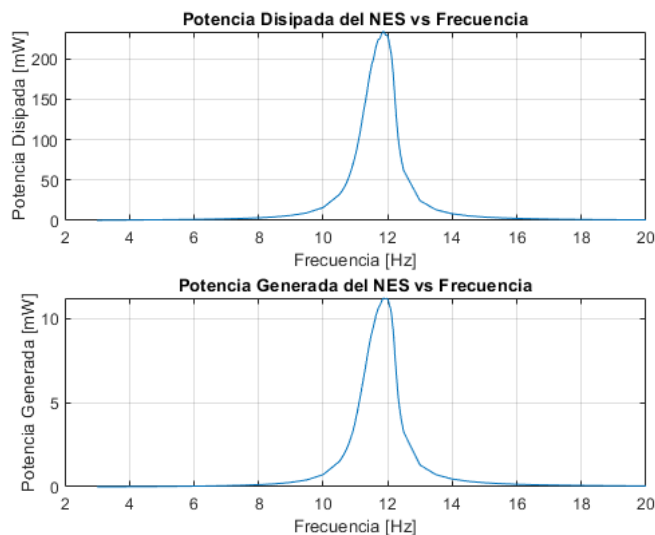


Figura 3.14. Potencia Generada y Disipada - Amplitud Máxima

3.1.5 Potencia Generada del NES a diferentes amplitudes con respecto al tiempo

El comportamiento que tiene la curva de potencia P_{gen} con respecto al tiempo t es clave para determinar si es viable este método de aplicación y a qué condiciones resulta más favorable la aplicación del sistema. La Figs. 3.15 y 3.16 presentan los valores obtenidos durante la simulación en las condiciones de amplitud que fueron establecidos en la sección de **Parámetros de Solución**.

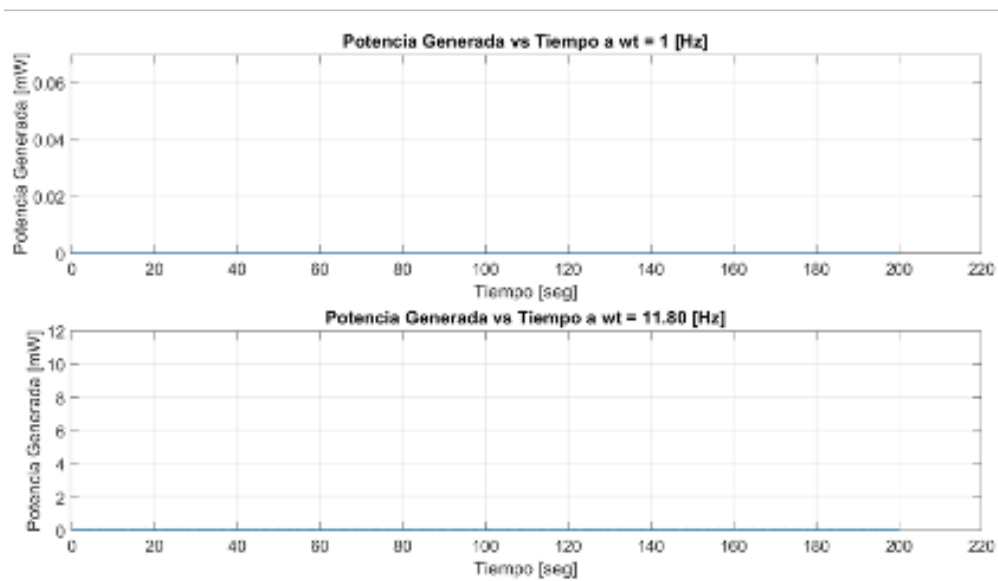


Figura 3.15. Potencia Generada y Disipada - Amplitud Mínima

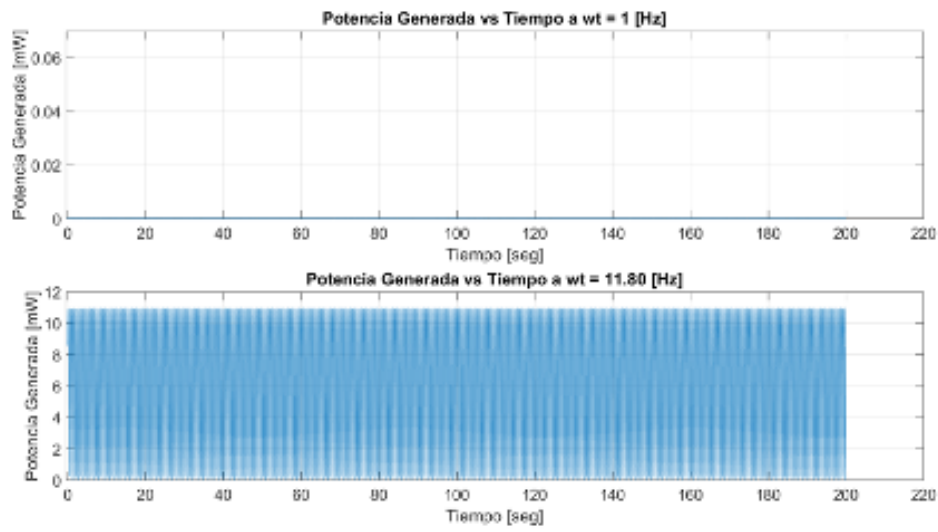


Figura 3.16. Potencia Generada y Disipada - Amplitud Máxima

Para una mejor visualización de los valores obtenidos de P_{gen} en diferentes escenarios se realizó la **Tabla 3.2**.

Tabla 3.2. Potencia Generada del NES

Potencia Generada del NES			
Mínima Amplitud		Máxima Amplitud	
Frecuencia 1 [Hz]	Frecuencia Resonancia	Frecuencia 1 [Hz]	Frecuencia Resonancia
7.06×10^{-6} [mW]	0.1157 [mW]	4.56×10^{-6} [mW]	11.17 [mW]

3.1.6 Modelo 3D

Con el propósito de dar un mayor entendimiento sobre el sistema que se realizó, se presenta una ilustración del sistema mediante el uso de un software de diseño llamado **Fusion 360**. En el cual permitió realizar piezas para luego formar el ensamble final del prototipo como se muestra en la **Fig. 3.17**

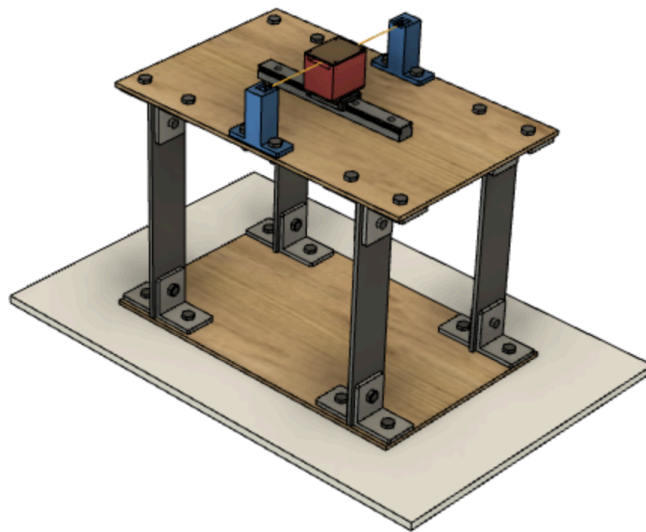


Figura 3.17. Ensamble final del prototipo

El principio de operación consiste en una masa conectada a dos soportes unidos a la estructura base mediante un cable que atraviesa la masa del NES, el cual tendrá un recorrido sobre un rodamiento lineal para simular el movimiento, mientras que el cable actuará como amortiguador debido al movimiento transversal del NES por las propiedades físicas del sistema (Silva et al., 2019).

Para realizar el ensamble se separó el sistema en dos componentes, el NES y la masa primaria, los cuales conforman la pieza principal que se va a mover de forma transversal a lo largo del riel cuando se produzcan vibraciones externas. Este componente es fundamental para el funcionamiento del sistema y está representado en la **Fig. 3.18**

Por otra parte el riel está compuesto por un rodamiento lineal, que es el que permite traducir el movimiento producido por las vibraciones a un movimiento lineal a lo largo

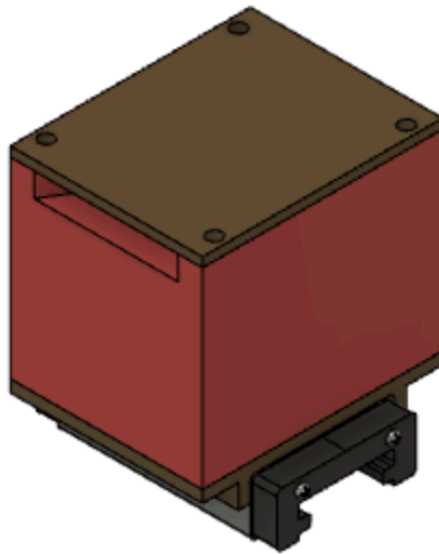


Figura 3.18. Representación del componente NES - Masa primaria

del mismo y mediante el cual se va a poder lograr la generación de energía a través de electromagnetismo, la representación del riel se muestra en la **Fig. 3.17**.

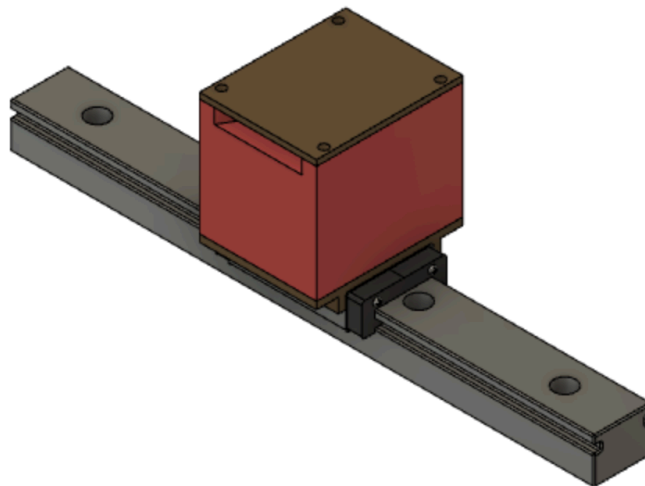


Figura 3.19. Representación del componente NES - Masa primaria

3.1.7 Análisis de Resultados

A partir de los resultados mostrados en las **Figs. 3.1 y 3.2** se determinó el comportamiento de la masa rígida y del NES a diferentes frecuencias. La frecuencia de resonancia para la masa rígida m_1 fue de 11.66 [Hz] enfocándose en un único punto de crecimiento, mientras que el NES x_N tiene un leve incremento alrededor de los 4 [Hz], a pesar de que se logra observar que la frecuencia de resonancia se ubicaría a los 11.80 [Hz], esto se debe a que el sistema está formado de componentes de carácter no lineal, el NES no podría llegar a oscilar mas allá de la frecuencia de resonancia. Las diferentes curvas mostradas representan una simulación realizada a una amplitud diferente, por lo que se puede observar en la **Fig. 3.1** que conforme se aumenta la amplitud, el desplazamiento máximo alcanzado aumenta, pero al aumentar la amplitud el incremento que se percibe disminuye con cada iteración, esto se debe a que el sistema alcanza su límite físico, esto se entiende que al hacer una experimentación física del proyecto al aplicar mas allá de estas amplitudes el sistema llegara a romperse. A pesar de esto, se aprecia en la **Fig. 3.2** como el sistema del NES aun no llega a su límite permisible, a pesar de que esto ocurra, se limita al movimiento de la Masa Rígida.

La potencia elástica g_{el} mostrada en las **Fig. 3.11 y 3.12** nos muestran los puntos máximos de elongación producidos el NES mostrado en el eje x . Esto se ve ampliamente afectado por el efecto del incremento de la amplitud, por lo que al aumentar la amplitud el resorte se tensionará considerablemente. La potencia disipada y generada mostradas en las **Fig. 3.13 y 3.14** nos muestran una curva de comportamiento similar observada en las **Fig. 3.1 y 3.2** esto se debe a que el análisis de frecuencia de resonancia busca determinar el punto de máximo desempeño del sistema, por lo consiguiente los puntos de mayor generación y disipación se encontraran en la resonancia. La potencia disipada siempre sera mayor que la generada, dado que el sistema siempre llega a tener perdidas y no toda la energía que se puede disipar puede ser convertida. Las **Fig. 3.15 y 3.16** nos muestran el comportamiento que tiene la potencia generada del NES con respecto al tiempo, en diferentes situaciones, con una máxima y mínima amplitud y en una frecuencia inicial 1

[Hz] y con la frecuencia de resonancia del NES de 11.80 [Hz]. Se observa una poca visualización con respecto a los valores obtenidos en la **Fig. 3.15**, por lo que para esclarecer las diferencias obtenidas se utilizaron los valores registrados en la **Tabla 3.2**, donde se muestra los valores alcanzados en las diferentes circunstancias. Donde se observa que la variación en los resultados de potencia generada en frecuencia de resonancia va desde 0.1157 [mW] en mínima amplitud hasta el valor obtenido en máxima amplitud de 11.17 [mW], esto refuerza la importancia de cuanto podremos utilizar de nuestro sistema si se lo pone en lo limite de lo permisible.

3.1.8 Cotización del Proyecto

En la siguiente tabla se detalla la cotización para cada uno de los componentes del sistema diseñado, esta cotización incluye materiales y equipos. Cabe recalcar que al ser una propuesta que aún se encuentra en investigación no se puede establecer una cotización de la implementación del proyecto y su relación costo/beneficio como tal, por otra parte, lo que se muestra en la **Tabla 3.2** es una cotización aproximada del prototipo experimental del colector de energía, para tener una idea de los costos de experimentación que el proyecto supone para una futura implementación.

Tabla 3.3. Cotización del Prototipo del Colector Energético a través de Vibraciones

Base del Mecanismo					
Item	Descripción	Unidad	Cantidad	Precio Unitario	Precio Total
1.1	Pilares	Unid	4	\$2.00	\$8.00
1.2	Planchas de madera	Unid	2	\$3.00	\$6.00
1.3	Tornillos Allen M8	Caja	1	\$11.00	\$11.00
1.4	Sujetadores	Caja	1	\$10.00	\$10.00
1.5	Trabajo de Mecanizado	N/A	N/A	\$1000.00	\$1000.00
Subtotal					\$1035.00
Base del Mecanismo					
Item	Descripción	Unidad	Cantidad	Precio Unitario	Precio Total
2.1	Rodamiento Lineal	Unid	1	\$20.00	\$20.00
2.2	Riel	Unid	1	\$30.00	\$30.00
2.3	Bloque de Aluminio	Unid	1	\$25.00	\$25.00
2.4	Tapa de Aluminio	Unid	1	\$10.00	\$10.00
2.5	Tornillos Allen	Caja	1	\$15.00	\$15.00
Subtotal					\$100.00
Total sin IVA					\$1135.00
IVA (12%)					\$136.20
Total					\$1271.20

CAPÍTULO 4

4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Conclusiones

- El estudio se enfoca principalmente en el diseño de un modelo matemático para la recolección de energía a través de vibraciones ambientales, para conocer el rendimiento y la cantidad de energía que se puede coleccionar de manera teórica con el diseño propuesto. La investigación teórica muestra que existen regiones coexistentes donde hay mayor o menor recolección de energía en los barridos de frecuencia y amplitud.
- El rendimiento del NES fue evaluado en dos situaciones, excitación de baja amplitud y excitación de alta amplitud, donde se halló que para el primer caso el NES presenta una buena absorción de vibración manteniendo una considerable recolección de energía, mientras que para el segundo caso el NES presenta una baja supresión de vibraciones pero un incremento considerable en la energía recolectada.
- Los resultados obtenidos en este proyecto se muestran con gran potencial para ser un camino a seguir en futuras investigaciones. El presente estudio unifica los campos de investigación de la amortiguación de vibraciones y la recolección de energía de las vibraciones, mostrando los beneficios de una aplicación combinada. Haciendo énfasis en que se requiere un proceso de optimización en el rendimiento del NES y del colector de energía.

Recomendaciones

- Para futuros análisis es recomendable optar por la implementación del prototipo en mecanismos de vibración forzada para recolectar una mayor cantidad de energía en el colector y comparar dichos valores.

- Es recomendable un análisis previo de frecuencia para conocer los picos máximos de desplazamiento ya que en esos puntos se va a obtener la mayor captación de energía y se puede hacer el enfoque en esos puntos únicamente.
- En función de no consumir tantos recursos de la computadora al correr el código en MATLAB, es recomendable identificar el rango donde se encuentra la frecuencia de resonancia, para poder realizar las iteraciones únicamente sobre la porción y no realizar iteraciones sobre frecuencias innecesarias.
- Es recomendable realizar una experimentación física con el propósito de validar los valores obtenidos durante la simulación.

BIBLIOGRAFÍA

- Araujo, G. P., da Silva, J. A. I., and Marques, F. D. (2022). Energy harvesting from a rotational nonlinear energy sink in vortex-induced vibrations. *Journal of Fluids and Structures*, 113:103656.
- Farokhi, H. and Ghayesh, M. H. (2019). A constrained broadband nonlinear energy harvester. *Energy Conversion and Management*, 197:111828.
- Herzog, A. V., Lipman, T. E., Kammen, D. M., et al. (2001). Renewable energy sources. *Encyclopedia of life support systems (EOLSS). Forerunner Volume-‘Perspectives and overview of life support systems and sustainable development*, 76.
- Hidalgo-Leon, R., Urquizo, J., Silva, C. E., Silva-Leon, J., Wu, J., Singh, P., and Soriano, G. (2022). Powering nodes of wireless sensor networks with energy harvesters for intelligent buildings: A review. *Energy Reports*, 8:3809–3826.
- Kremer, D. and Liu, K. (2017). A nonlinear energy sink with an energy harvester: harmonically forced responses. *Journal of Sound and Vibration*, 410:287–302.
- Mann, B. and Owens, B. (2010). Investigations of a nonlinear energy harvester with a bistable potential well. *Journal of Sound and Vibration*, 329(9):1215–1226.
- Pennisi, G., Mann, B., Naclerio, N., Stephan, C., and Michon, G. (2018). Design and experimental study of a nonlinear energy sink coupled to an electromagnetic energy harvester. *Journal of Sound and Vibration*, 437:340–357.
- Silva, C. E., Maghareh, A., Tao, H., Dyke, S. J., and Gibert, J. (2019). Evaluation of energy and power flow in a nonlinear energy sink attached to a linear primary oscillator. *Journal of Vibration and Acoustics*, 141(6).
- Vakakis, A. F. (2001). Inducing passive nonlinear energy sinks in vibrating systems. *J. Vib. Acoust.*, 123(3):324–332.

Xu, K.-F., Zhang, Y.-W., Niu, M.-Q., Zang, J., Xue, J., and Chen, L.-Q. (2022). An improved nonlinear energy sink with electromagnetic damping and energy harvesting. *International Journal of Applied Mechanics*, 14(6):2250055.

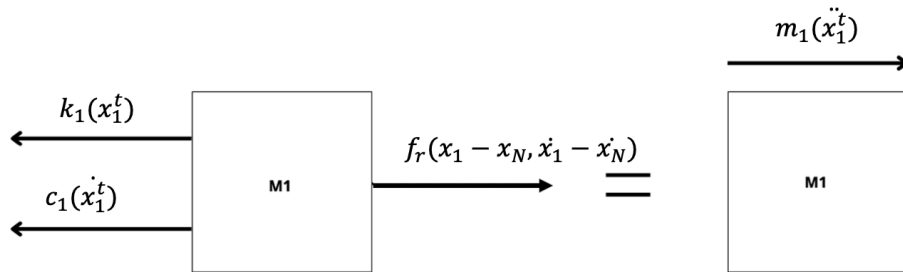
APÉNDICES

APÉNDICE A

A.1 Ecuaciones de movimiento

Las ecuaciones de movimiento se realizaron utilizando sumatoria de fuerzas para los componentes de Masa Rígida y NES,

A.1.1 Masa Rígida



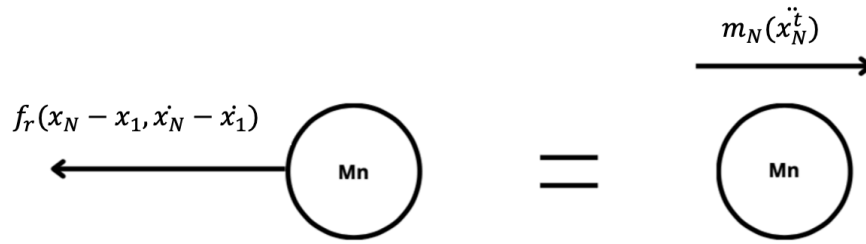
$$\Sigma F_x = \Sigma ma_x \quad (\text{A.1})$$

$$-k_1(x_1^t) - c_1(\dot{x}_1^t) - f_R(x_1 - x_N, \dot{x}_1 - \dot{x}_N) = m_1(\ddot{x}_1^t) \quad (\text{A.2})$$

$$-k_1(x_1) - c_1(\dot{x}_1) - (k_L(x_1 - x_N) + k_{NL}(x_1 - x_N)^3 + c_L(\dot{x}_1 - \dot{x}_N)) = m_1(\ddot{x}_1 - \ddot{x}_b) \quad (\text{A.3})$$

$$m_1\ddot{x}_1 + c_1\dot{x}_1 + k_1x_1 + k_L(x_1 - x_N) + k_{NL}(x_1 - x_N)^3 + c_L(\dot{x}_1 - \dot{x}_N) = -m_1\ddot{x}_b \quad (\text{A.4})$$

A.1.2 NES



$$\Sigma F_x = \Sigma m a_x \quad (\text{A.5})$$

$$-f_R(x_N - x_1, \dot{x}_N - \dot{x}_1) = m_N(\ddot{x}_N^t) \quad (\text{A.6})$$

$$-k_L(x_N - x_1) - k_{NL}(x_N - x_1)^3 - c_L(\dot{x}_N - \dot{x}_1) = m_N(\ddot{x}_N - \ddot{x}_b) \quad (\text{A.7})$$

$$m_N \ddot{x}_N + k_L(x_N - x_1) + k_{NL}(x_N - x_1)^3 + c_L(\dot{x}_N - \dot{x}_1) = -m_N(\ddot{x}_b) \quad (\text{A.8})$$

APÉNDICE B

B.1 Código MATLAB

```

%Christian Rubio y Carlos Vera%
clear all
close all
clc
%Project%
%Primary Mass
m = 0.917; %kg
k = 4870; %N/m
z1 = 0.03;
c = 2*z1*sqrt(k/m);
%c = 1.3747; %damping ratio
%NES%
m_n = 0.061; %kg
z2 = 0.20;
ka = 50.81;
kn = 9.539e7;
cam = 2*z2*sqrt(ka/m_n);
%cam = 11.17;

%Electrical variables%
L = 1.52e-3;
rl = 10;
ri = 6;
a = 5.29;
b = 1.474e4;
%%
MM = diag([m,m_n]);
KK = [ka+k,-ka;-ka,ka];
[modes,eigenTemp] = eigs(MM\KK);
resonFreqs = sqrt(diag(eigenTemp)) /2 /pi;
resonFreqHighEnergy = sqrt(k/(m+m_n)) /2 /pi;

%% Changed -----
% natural frequencies: 11.670 Hz, 4.565 Hz
A = 10E-5 %40E-5

IC = [0 0 0 0 0];
n = 1;

%ODE45%
for wt = 1:0.5:10.5 %0.01
    wt
    t_start = 0;
    t_end = 1/wt*200;
    Fs = wt*25;
    dt = 1/Fs;
    options = odeset('RelTol',1e-5, 'AbsTol', 1e-5, 'MaxStep', dt);
    [t{n},x{n}] = ode45(@(t,x)...
        Proyecto_Funcion_1(t,x,wt,A),[t_start:dt:t_end],IC,options);
    maxlog = [max(x{n}(end-1000:end,1)),max(x{n}(end-1000:end,2)),
max(x{n}(end-1000:end,3)), max(x{n}(end-1000:end,4)), max(x{n}(end-
1000:end,5))];
    non(n,:) = [wt, maxlog];
    IC = [x{n}(end,:)];
    figure(300)
    hold on;

```

```

        plot(wt,max(x{n}(end-1000:end,1)), 'ok'), grid on
        title('Desplazamiento vs Frecuencia')
        xlabel('Frecuencia [Hz]');ylabel('X_{Primario} [m]')
        pause(.005)
        n = n+1;
    end

    for wt = 10.5:0.01:12.5 %0.01
        wt
        t_start = 0;
        t_end = 1/wt*200;
        Fs = wt*25;
        dt = 1/Fs;
        options = odeset('RelTol',1e-5, 'AbsTol', 1e-5, 'MaxStep', dt);
        [t{n},x{n}] = ode45(@(t,x)...
            Proyecto_Funcion_1(t,x,wt,A),[t_start:dt:t_end],IC,options);
        maxlog = [max(x{n}(end-1000:end,1)),max(x{n}(end-1000:end,2)),
max(x{n}(end-1000:end,3)), max(x{n}(end-1000:end,4)), max(x{n}(end-
1000:end,5))];
        non(n,:) = [wt, maxlog];
        IC = [x{n}(end,:)];
        figure(300)
        hold on;
        plot(wt,max(x{n}(end-1000:end,1)), 'ok'), grid on
        title('Desplazamiento vs Frecuencia')
        xlabel('Frecuencia [Hz]');ylabel('X_{Primario} [m]')
        pause(.005)
        n = n+1;
    end

    for wt = 12.5:0.5:20 %0.01
        wt
        t_start = 0;
        t_end = 1/wt*200;
        Fs = wt*25;
        dt = 1/Fs;
        options = odeset('RelTol',1e-5, 'AbsTol', 1e-5, 'MaxStep', dt);
        [t{n},x{n}] = ode45(@(t,x)...
            Proyecto_Funcion_1(t,x,wt,A),[t_start:dt:t_end],IC,options);
        maxlog = [max(x{n}(end-1000:end,1)),max(x{n}(end-1000:end,2)),
max(x{n}(end-1000:end,3)), max(x{n}(end-1000:end,4)), max(x{n}(end-
1000:end,5))];
        non(n,:) = [wt, maxlog];
        IC = [x{n}(end,:)];
        figure(300)
        hold on;
        plot(wt,max(x{n}(end-1000:end,1)), 'ok'), grid on
        title('Desplazamiento vs Frecuencia')
        xlabel('Frecuencia [Hz]');ylabel('X_{Primario} [m]')
        pause(.005)
        n = n+1;
    end

    %%
    %%Prueba

    P_dis = cam*((non(:,5)+non(:,3)).^2); %Frecuencia
    P = (1/2*ka*non(:,4).^2 + 1/4*kn*non(:,4).^4);

```

```

%P_el(n) = max(r1*x{n}(:,5));
P_e= r1*non(:,6).^2;

figure(21)
hold on;
plot(non(:,1),non(:,2),'-'), grid on
title('Desplazamiento vs Frecuencia')
xlabel('Frecuencia [Hz]');ylabel('X_{Primario} [m]')

figure(22)
hold on;
plot(non(:,1),non(:,4),'-'), grid on
title('Desplazamiento vs Frecuencia')
xlabel('Frecuencia [Hz]');ylabel('X_{NES} [m]')
%%

figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t{1}(:,1),x{1}(:,1)), grid on
subtitle('Desplazamiento X_{Primario} vs Tiempo (1 Hz)')
xlabel('tiempo [seg]');ylabel('x_{Primario} [m]')
xlim([t_start,t_end]), grid on
ylim([-0.00005,0.00005])

subplot(2,1,2)
plot(t{1}(:,1),x{1}(:,3)), grid on
subtitle('Desplazamiento X_{NES} vs Tiempo (1 Hz)')
xlabel('tiempo [seg]');ylabel('x_{NES} [m]')
xlim([t_start,t_end]), grid on
ylim([-0.00005,0.00005])

figure(200)
subplot(2,1,1)
plot(t{1}(:,1),x{1}(:,2)), grid on
subtitle('Velocidad X_{Primario} vs Tiempo (1 Hz)')
xlabel('tiempo [seg]');ylabel('v_{Primary Mass} [m/s]')
xlim([t_start,t_end]), grid on
ylim([-0.0005,0.0005])

subplot(2,1,2)
plot(t{1}(:,1),x{1}(:,4)), grid on
subtitle('Velocidad X_{NES} vs Tiempo (1 Hz)')
xlabel('tiempo [seg]');ylabel('v_{NES} [m/s]')
xlim([t_start,t_end]), grid on
ylim([-0.0005,0.0005])

figure(3)
plot(non(:,1),P_dis), hold on, grid on
xlabel('Frecuencia [Hz]');ylabel('Potencia disipada [W]')
title('Potencia Disipada del NES vs Frecuencia')
%
figure(4)
scatter(non(:,4)*1000,P*1000,20,'blue'), hold on, grid on

```



```

scatter(-non(:,4)*1000,P*1000,20,'blue'), hold on, grid on
xlabel('Desplazamiento del NES_{masa} [mm]');ylabel('Energia Potencial [mW]')
title('Energia Potencial de los resortes vs Desplazamiento del NES')

```

```
%%
```

```
%Cambios del 28/10/2022
```

```
%subplot%
```

```

figure(6)
subplot(2,1,1)
plot(non(:,1),P_dis*1000), grid on
xlabel('Frecuencia [Hz]');ylabel('Potencia Disipada [mW]')
title('Potencia Disipada del NES vs Frecuencia')
ylim([0,250]), grid on

```

```

subplot(2,1,2)
plot(non(:,1),P_e*1000), grid on
xlabel('Frecuencia [Hz]');ylabel('Potencia Generada [mW]')
title('Potencia Generada del NES vs Frecuencia')
ylim([0,15]), grid on

```

```

P_d_last = cam*((x{151}(:,4)+x{151}(:,2)).^2);%Tiempo
P_e_last = r1*x{151}(:,5).^2;
P_d_first = cam*((x{1}(:,4)+x{1}(:,2)).^2); %Tiempo
P_e_first = r1*x{1}(:,5).^2;

```

```

figure(7)
subplot(2,1,1)
plot(t{1}(:,1),P_e_first*1000),grid on
xlabel('Tiempo [seg]');ylabel('Potencia Generada [mW]')
title('Potencia Generada vs Tiempo a wt = 1 [Hz]')
ylim([0,5E-3])
xlim([-0.50,220]), grid on

```

```

subplot(2,1,2)
plot(t{1}(:,1),P_e_last*1000),grid on
xlabel('Tiempo [seg]');ylabel('Potencia Generada [mW]')
title('Potencia Generada vs Tiempo a wt = 11.80 [Hz]')
ylim([0,12]), grid on
xlim([-0.5,220]), grid on

```

```

function dx = Proyecto_Funcion_1(t,x,wt,A)
%Project%
%Primary Mass
m = 0.917; %kg
k = 4870; %N/m
z1 = 0.30 * 0.1; % ----- Reduced Damping
c = 2*z1*sqrt(k/m);
%c = 1.3747; %damping ratio
%NES%
m_n = 0.061; %kg
ka = 50.81;
kn = 9.539e7;
z2 = 0.020 * 0.1; % ----- Reduced Damping
cam = 2*z2*sqrt(ka/m_n);
% F(z) = ka*z + kn*z^3
%Electrical variables%
L = 1.52e-3;
rl = 10;
ri = 6;
a = 5.29;
b = 1.474e4;
%Elastic energy%
y = -3.2572;

%Amplitude%
% A = 0.001;
dx = zeros(5,1);
%x(1) = Posicion 1, Primary Mass
%x(2) = Posicion 2, NES
%Para este analisis se tomara en consideracion que tanto la posicion 1 y
la
%velocidad 1 corresponderan al Primary Mass y la posicion 2 y la
velocidad
%2 corresponderan al NES
%Sinosoidal force
XX = A*sin(2*pi*wt*t);
VV = A*(2*pi*wt)*cos(2*pi*wt*t);
AA = -A*(2*pi*wt)^2*sin(2*pi*wt*t);

dx(1) = x(2); %Velocidad 1, Primary Mass

dx(2) = -AA -c/m*(x(2)-VV) -k/m*(x(1)-XX) - ka/m*(x(3)-x(1)) -
kn/m*(x(3)-x(1))^3 - cam*(x(4)-x(2))/m; %Primera ecuacion, correcto

dx(2) = -c/m*(x(2)-VV) -k/m*(x(1)-XX) + ka/m*(x(3)-x(1)) +
kn/m*(x(3)-x(1))^3 + cam*(x(4)-x(2))/m; % <----- Change to

kt = a*exp(b*(x(3)-x(1))^2);
dx(3) = x(4); %Velocidad 2, NES
%%Magnetic Force%%
Fm = kt*x(5);
dx(4) = - cam/m_n*(x(4)-x(2)) - ka/m_n*(x(3)-x(1)) - kn/m_n*(x(3)-x(1))^3
+ Fm/m_n; %Segunda ecuacion, correcto
dx(5) = -1/L*(kt*(x(4)-x(2))) - 1/L*(ri+rl)*x(5);

end

```