Examen 1

Procesos Estocásticos

Profesor: Xavier Cabezas

Nombre:

1. (20 puntos) Si X, Y y Z son tres variables aleatorias independientes con distribuciones Poisson(λ), Poisson(λ) y Poisson(λ) respectivamente :

   a) Encuentre la función generadora de la variable H=X+Y+Z (HINT: Utilice la técnica de la función generadora)

   b) Cuál es la media y la varianza de H. No solo la mencione, calcúlela.

2. (20 puntos) Sea la Función Generadora $P(S)=0.2 + 0.2\ S + 0.4\ S^2 + 0.2\ S^3$ de una variable discreta X

   a) Encuentre E(X)

   b) P(X=3)

   c) P(X<3)

   d) P(X>=0)

3. (20 puntos) Considere una cadena de Markov sobre los estados {0, 1, 2} con matriz de transición:

$$P = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.3 & 0.4 \\ 0.2 & 0.7 & 0.1 \\ 0.2 & 0.3 & 0.5 \end{bmatrix}$$

   a) Calular $P[x_1=2/x_0=0]$

   b) Calcular $P[x_{16}=2/x_{14}=0]$

   c) Calcualr $P[x_{16}=2/x_{14}=0 \text{ y } x_2=2]$

   d) Calcular $P[x_{16}=2, x_{15}=2/x_{14}=2]$

HINT: $P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

4. (20 puntos) Suponga que la probabilidad de lluvia mañana es de 0.5 si hoy llueve y que la probabilidad de un día claro (sin lluvia) mañana es 0.9 si hoy está despejado. Suponga a demás que estas probabilidades no cambian si también se proporciona información sobre el clima de días anteriores a hoy.