

**TEMA No. 3 (10 PUNTOS)**

- a) Sean las rectas  $L_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{1}$  y  $L_2: 2x + y + 2 = 0$ , calcule su punto de intersección y la medida del ángulo entre ellas.

De  $L_1: 2y+2=x-2$   
 $x=2y+4$

Reemplazando en  $L_2: 2(2y+4)+y+2=0$   
 $4y+8+y+2=0$   
 $5y+10=0$   
 $y=-2 \Rightarrow x=0$   
 $P(0,-2)$

$\vec{n}_1 = (1, -2)$

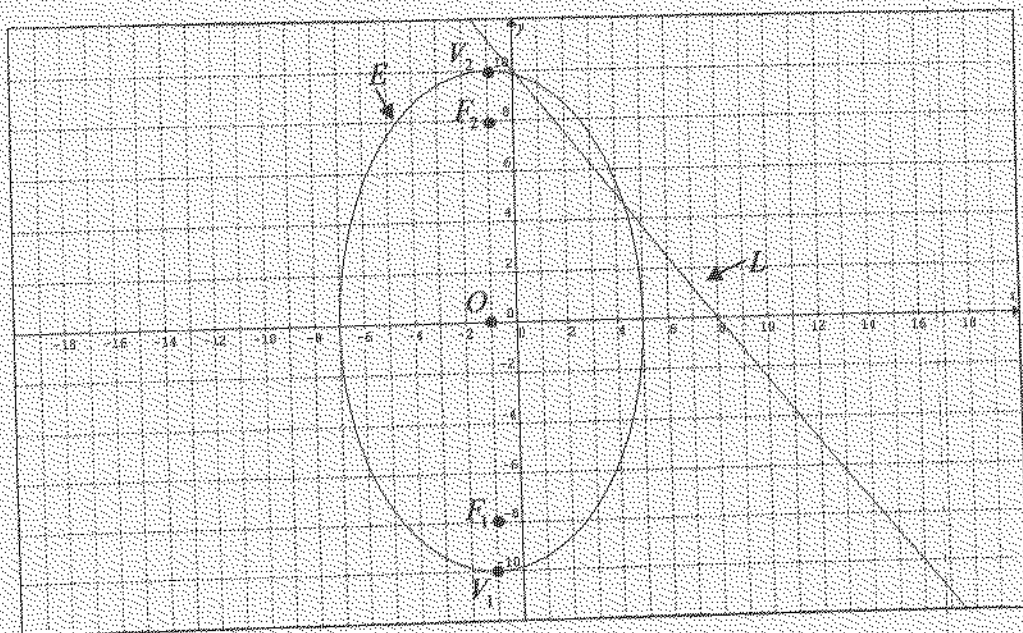
$\vec{n}_2 = (2, 1)$

$\cos(\theta) = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{\|\vec{n}_1\| \|\vec{n}_2\|}$

$\cos(\theta) = \frac{2-2}{(\sqrt{5})(\sqrt{5})} = 0$

$\theta = \frac{\pi}{2}$

- b) Determine la ecuación de la elipse  $E$  cuya suma de distancias entre un punto perteneciente a ella y los focos  $F_1(-1, -8)$  y  $F_2(-1, 8)$  es  $20u$ . Luego, calcule la distancia entre el centro de  $E$  y la recta  $L: 10x + 8y - 80 = 0$ . Grafique  $E$  y  $L$  en el plano cartesiano adjunto.



Longitud del eje mayor  $= 2a = 20u$

$V_1(-1, -10) \quad V_2(-1, 10)$

Longitud entre focos  $= 2c = 16u$

$b^2 = a^2 - c^2 = 100 - 64 = 36$

El centro de la elipse es  $O(-1, 0)$

La ecuación de la elipse será:  $\frac{(x+1)^2}{36} + \frac{y^2}{100} = 1$

$d(O, L) = \frac{|10(-1) + 8(0) - 80|}{\sqrt{(10)^2 + (8)^2}}$

$= \frac{90}{\sqrt{164}}$

$d(O, L) = \frac{45\sqrt{41}}{41} u$

La recta en forma simétrica  $L: \frac{x}{8} + \frac{y}{10} = 1$