**TEMA No. 6** (10 PUNTOS)

**a) Un círculo que contiene los puntos $A(1, 1)$, $B(0, -3)$ y $C(-2, 0)$ es la base de un cilindro, cuya altura es congruente con el diámetro de su base. Calcule su volumen.**

La ecuación de la circunferencia se la puede expresar como:

$$x^2+y^2+Bx+Cy+D=0$$

$$(1,1)\in Circunferencia \Rightarrow 1+1+B+C+D=0$$
$$B+C+D=-2$$
$$(0,-3)\in Circunferencia \Rightarrow 0+9+0-3C+D=0$$
$$-3C+D=-9$$
$$(-2,0)\in Circunferencia \Rightarrow 4+0-2B+0+D=0$$
$$-2B+D=-4$$

$$\begin{cases} B+C+D=-2 \\ -3C+D=-9 \\ -2B+D=-4 \end{cases} \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & -3 & 1 & -9 \\ -2 & 0 & 1 & -4 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -\tfrac{1}{3} & 3 \\ 0 & 2 & 3 & -8 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -\tfrac{1}{3} & 3 \\ 0 & 0 & \tfrac{11}{3} & -14 \end{array}\right)$$

$$\Rightarrow \quad D=-\tfrac{42}{11},\ C=\tfrac{19}{11},\ B=\tfrac{1}{11}$$

$$x^2+y^2+\frac{1}{11}x+\frac{19}{11}y-\frac{42}{11}=0$$

$$\left(x^2+\frac{1}{11}x+\left(\frac{1}{22}\right)^2\right)+\left(y^2+\frac{19}{11}x+\left(\frac{19}{22}\right)^2\right)=\frac{42}{11}+\left(\frac{19}{22}\right)^2+\left(\frac{1}{22}\right)^2$$

$$\left(x+\frac{1}{22}\right)^2+\left(y+\frac{19}{22}\right)^2=\frac{2210}{484}$$

$$V=\pi r^2h=\pi r^2(2r)=2\pi r^3$$

$$\underline{V=2\pi\left(\frac{1105}{242}\right)^{\frac{3}{2}}u^3}$$

También existe la posibilidad de definir un triángulo con vértices A, B y C. El problema se resolverá encontrando el circuncentro, el cual será el centro O de la circunferencia circunscrita a este triángulo. La longitud del radio se mide desde O hasta el punto medio de cualquiera de los lados de dicho triángulo.