ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
EXAMEN DE UBICACIÓN DE MATEMÁTICAS
CARRERAS DE INGENIERÍAS
2010-2011

INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS

Guayaquil, 28 de diciembre de 2009

NOMBRE: ____

No. DE CÉDULA DE IDENTIDAD: ________________

FIRMA:_______________

INSTRUCCIONES

- Escriba sus datos de acuerdo a lo solicitado en esta hoja y la de respuestas.
- Esta prueba consta de 40 preguntas de opción múltiple.
- Cada pregunta tiene un valor de 2.5 puntos.
- Para desarrollar esta prueba tiene un tiempo de 2 horas.
- Puede escribir en cualquier parte del bloque de la prueba con esferográfica o lápiz, pero en la hoja de respuestas sólo debe marcar una “X” en la opción que Ud. considere correcta.
- En esta prueba no se permite el uso de calculadoras.
- La prueba es estrictamente personal.

1. Una de las siguientes proposiciones es FALSA, identifíquela:
   a) La conjunción entre dos proposiciones es verdadera sólo cuando ambas proposiciones son verdaderas.
   b) Si $3+1=4$ entonces $1+3=4$.
   c) La disyunción inclusiva entre dos proposiciones es falsa sólo cuando ambas proposiciones son falsas.
   d) Si $4(3+1)=11$ entonces $4(1+3)=11$.
   e) Si $2+3=5$ entonces $2-3=5$.

2. Se realizó una encuesta a un grupo de 50 estudiantes sobre la preferencia de los idiomas INGLES y FRANCÉS; 35 dijeron que preferían INGLES, 17 preferían el FRANCÉS y 10 preferían los DOS IDIOMAS. Entonces el número de estudiantes que no preferían idioma alguno, es:
   a) 7
   b) 8
   c) 9
   d) 10
   e) 0

3. Sean los conjuntos $\mathrm{Re}=\{a,b,c,d,e\}$, $A=\{a,c,e\}$, $B=\{b,d\}$ y $C=\{a,b\}$, entonces el conjunto $\left[(A\cap C)\cup B\right]^C$ es:
   a) $\{a,b,d\}$
   b) $\{c,e\}$
   c) Φ
   d) $\{b,d\}$
   e) Re

4. Sean los conjuntos $A=\{1,2,3,4\}$ y $B=\{a,b,c\}$. Una de las siguientes proposiciones es VERDADERA, identifíquela:
   a) Se puede construir una función biyectiva de A en B.
   b) Se puede construir una función biyectiva de B en A.
   c) Se puede construir una función inyectiva de A en B.
   d) Se puede construir una función inyectiva de B en A.
   e) Se puede construir una función Sobreyectiva de B en A.

5. Sea el conjunto $S=\mathbb{N}$ y sea $*$ una operación binaria tal que $a*b=a+2b$, $\forall a,b\in S$. Entonces $3*5$ es igual a:
   a) 8
   b) 10
   c) 11
   d) 13
   e) 15

6. Al simplificar la expresión: $\dfrac{(25)^{2n}\ 5^{1-n}}{\left(5^2\right)^n}$ se obtiene:

a) 5^{n+1}
b) 5^{2n}
c) 5^{2n-1}
d) 5^{n+3}
e) 5^{n-2}

7. Todos los valores de k para que la ecuación $x^2+4x+k=0$, tenga dos soluciones reales, son:

a) $k>4$
b) $k>0$
c) $k<4$
d) $k<0$
e) $-4<k<4$

8. Sea $\mathrm{Re}=\mathbb{R}$. El conjunto de verdad $Ap(x)$ del predicado $p(x): 2x^2+5x\le 3$ es:

a) $Ap(x)=\left[-3,\frac{1}{2}\right]$
b) $Ap(x)=\left(-3,\frac{1}{2}\right)$
c) $Ap(x)=[-3,2]$
d) $Ap(x)=(-3,2)$
e) $Ap(x)=\left[-\frac{1}{2},3\right]$

9. Sea f una función de variable real tal que $f(x)=\sqrt{2x+1}$. Entonces el DOMINIO MÁXIMO POSIBLE de f, es el intervalo:

a) $\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right]$
b) $\left(-\infty,\dfrac{1}{2}\right]$
c) $\left[\dfrac{1}{2},\infty\right)$
d) $\left[-\dfrac{1}{2},\infty\right)$
e) $\left(\dfrac{1}{2},\infty\right)$

10. Sea f una función de variable real tal que $f(x)=x^3$. Entonces es FALSO que:

a) f es creciente en todo su dominio.

b) f es impar.

c) f es inyectiva.

d) f es decreciente en todo su dominio.

e) $rg\ f=\mathbb{R}$.

11. Sea f una función de variable real. Una de las siguientes proposiciones es FALSA , identifíquela:

a) Si $f(x)$ es inyectiva entonces $f(x-2)$ es inyectiva.

b) Si $f(x)$ es impar entonces $f(x)-2$ es impar.

c) Si $f(x)$ es creciente entonces $f(x)-2$ es creciente.

d) Si $f(x)$ es par entonces $f(x)-2$ es par.

e) Si $f(x)$ es impar entonces $|f(x)|$ es par.

12. Sean f y g, funciones de variable real tales que:

$$f(x)=\begin{cases} x^2+1 & ; \quad x\geq 3 \\ 2x+1 & ; \quad x<3 \end{cases} \qquad \text{y} \qquad g(x)=\begin{cases} x^2+x+1 & ; \quad x<-2 \\ x+3 & ; \quad x\geq -2 \end{cases}$$

Entonces $(f+g)(x)$ está dada por:

a) $(f+g)(x)=\begin{cases} x^2+3x+2 & ; \quad x<-2 \\ 3x+4 & ; -2\leq x<3 \\ x^2+x+4 & ; \quad x\geq 3 \end{cases}$

b) $(f+g)(x)=\begin{cases} 3x+4 & ; \quad x<-2 \\ x^2+3x+2 & ; -2\leq x<3 \\ 2x^2+x+2 & ; \quad x\geq 3 \end{cases}$

c) $(f+g)(x)=\begin{cases} x^2+3x+2 & ; \quad x<2 \\ 3x+4 & ; 2\leq x<3 \\ x^2+x+4 & ; \quad x\geq 3 \end{cases}$

d) $(f+g)(x)=\begin{cases} x^2+x+4 & ; \quad x<-2 \\ 3x+4 & ; -2\leq x<3 \\ x^2+3x+2 & ; \quad x\geq 3 \end{cases}$

e) $(f+g)(x)=\begin{cases} x^2+x+4 & ; \quad x<-2 \\ 2x^2+x+2 & ; -2\leq x<3 \\ x^2+3x+2 & ; \quad x\geq 3 \end{cases}$

13. Sea f una función de variable real tal que $f(x)=e^{x-1}+2$. Entonces el rango de f, es el intervalo:

a) $[-2,\infty)$

b) $[2,\infty)$

c) $(2,\infty)$

d) $(-2,\infty)$

e) $(-\infty,\infty)$

14. Sea $\mathrm{Re}=\mathbb{R}$ y $p(x):\log_2(2x+3)=2$, entonces su conjunto solución $Ap(x)$ es:

a) $Ap(x)=\{2\}$

b) $Ap(x)=\{4\}$

c) $Ap(x)=\left\{\frac{1}{2}\right\}$

d) $Ap(x)=\left\{\frac{1}{4}\right\}$

e) $Ap(x)=\left\{-\frac{1}{2}\right\}$

15. La gráfica adjunta tiene como regla de correspondencia en $[0,2\pi]$:

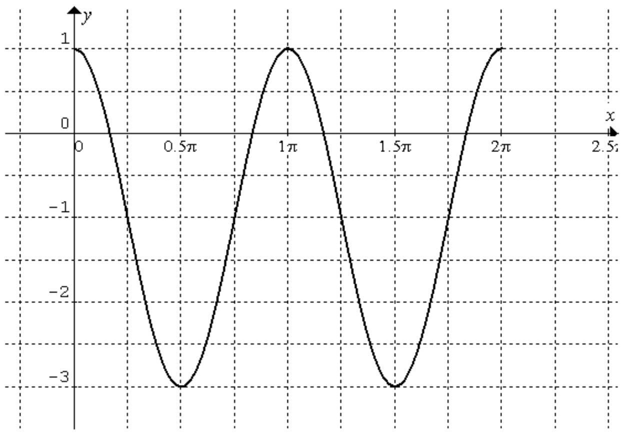
a) $f(x)=2\cos 2x+1$

b) $f(x)=1-3\cos 2x$

c) $f(x)=-2\cos 2x-1$

d) $f(x)=2\cos 2x-1$

e) $f(x)=-2\cos 2x-1$



16. Si $\cos\theta=-\frac{4}{5}$ para $\pi<\theta<3\frac{\pi}{2}$. Entonces el valor de $\cos(\pi+\theta)$ es:

a) $\frac{3}{5}$ b) $-\frac{3}{5}$ c) $-\frac{4}{5}$ d) $\frac{2}{5}$ e) $\frac{4}{5}$

17. Sea la matriz $A=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}$ entonces la matriz A^3 es:

a) $\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix}0 & -1\\ -1 & 0\end{bmatrix}$

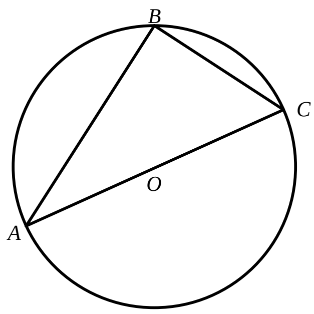
d) $\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$ e) $\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}$

18. Los valores de a y b para que el sistema $\begin{cases}3x+ay=2\\ -6x+4y=b\end{cases}$

Tenga un CONJUNTO INFINITO DE SOLUCIONES son:

a) $a=-2$ y $b=-4$
b) $a=-2$ y $b\neq-4$
c) $a\neq-2$ y $b=-4$
d) $a\neq-2$ y $b\neq-4$
e) $a=0$ y $b=-2$

19. En la circunferencia se tiene inscrito un triángulo como se muestra en la figura. Si O es el centro, entonces la medida del ángulo ABC es:



a) $\dfrac{\pi}{6}$
b) $\dfrac{\pi}{3}$
c) $\dfrac{\pi}{4}$
d) π
e) $\dfrac{\pi}{2}$

20. Un cilindro circular recto tiene una altura de igual medida que el radio de su base. Si el radio de su base mide r entonces su ÁREA TOTAL es:

a) $A_T=\pi r^2$
b) $A_T=2\pi r^2$
c) $A_T=3\pi r^2$
d) $A_T=4\pi r^2$
e) $A_T=5\pi r^2$

21. Sean p, q dos variables proposicionales. La forma proposicional $\neg(p \to \neg q)$ es equivalente a:

a) $\neg p \vee q$ b) $\neg p \to q$ c) $p \wedge q$ d) $\neg q \to p$ e) $p \vee q$

22. Sean A, B, C tres conjuntos no vacíos de un mismo referencial. Identifique cuál de las siguientes afirmaciones es CORRECTA:

a) $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$
b) $(A \cup B \cup C)^c = A^c \cup B^c \cup C^c$
c) $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$
d) $(A - B) \cap C = A \cup (B^c \cap C)$
e) $A - (B - C) = (A - B) - C$

23. Un soda bar dispone de 7 frutas diferentes para ofrecer a sus clientes variedades de jugos mezclando dos de ellas. El número de estos jugos que pueden elegir los clientes es:

a) 42 b) 36 c) 21 d) 13 e) 7

24. El término central del desarrollo del binomio $\left(1 - \frac{1}{x}\right)^{10}$ es:

a) $\frac{210}{x^6}$ b) $-\frac{252}{x^5}$ c) $\frac{252}{x^5}$ d) $-\frac{210}{x^6}$ e) $\frac{210}{x^4}$

25. Considere la sucesión infinita con término general $f(n) = \frac{4}{5^n}; n \in \mathbb{N}$. La suma de los términos de esta sucesión es:

a) 5 b) 4 c) 3 d) 2 e) 1

26. Sea la función de variable real $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R} \,/\, f(x) = 1 - sgn(x-2)$. Se puede AFIRMAR que:

a) f es inyectiva
b) f es monótona creciente
c) $rg\, f = \{-1, 0, 1\}$
d) f es impar
e) f es acotada

27. Si $f^{-1}:(-\infty,4]\mapsto[0,+\infty)\,/\,f^{-1}(x)=\sqrt{4-x}$, entonces f está dada por:

a) $f:[0,+\infty)\mapsto(-\infty,4]\,/\,f(x)=x^2-4$
b) $f:[0,+\infty)\mapsto(-\infty,4]\,/\,f(x)=4-x^2$
c) $f:(-\infty,4]\mapsto[0,+\infty)\,/\,f(x)=x^2+4$
d) $f:(-\infty,4]\mapsto[0,+\infty)\,/\,f(x)=4-x^2$
e) $f:[0,+\infty)\mapsto[4,+\infty)\,/\,f(x)=x^2-4$

28. El polinomio p de grado tres, que en –3 tiene un cero de multiplicidad 2, 5 es otro cero de multiplicidad 1 y $p(0)=90$, es:

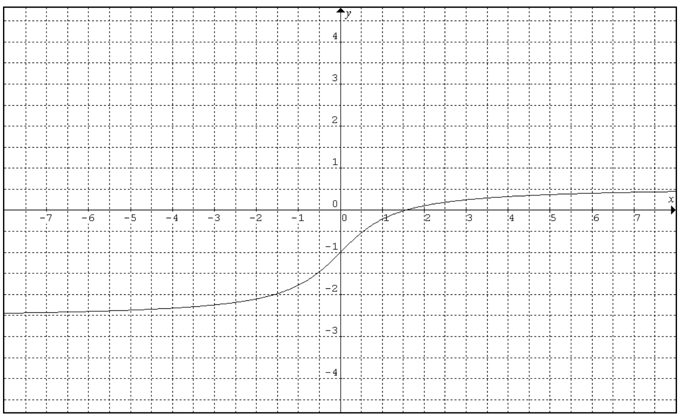
a) $-(x+3)^2(x-5)$
b) $2(x-3)^2(x+5)$
c) $2(x+3)^2(x+5)$
d) $-2(x+3)^2(x-5)$
e) $-(x-3)^2(x-5)$

29. Si $Re=[0,2\pi]$ y $p(x)$: $sen(2x)-cos(x)=0$, la suma de los elementos de $Ap(x)$ es:

a) 0 b) π c) 2π d) 3π e) 4π

30. La regla de correspondencia de la función f de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$, cuya gráfica se adjunta, es:

a) $f(x)=1-arctan(x)$
b) $f(x)=arctan(x)-1$
c) $f(x)=arctan(x)$
d) $f(x)=arctan(x-1)$
e) $f(x)=arctan(|x|-1)$

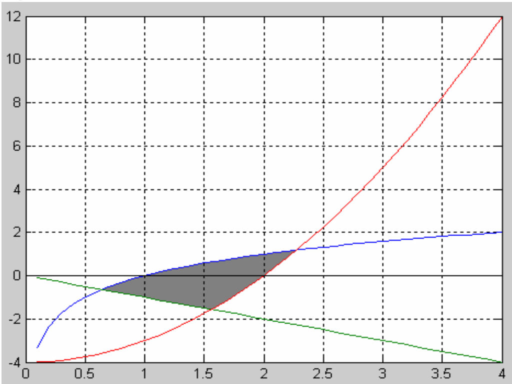


31. Sean $x, y \in \mathbb{R}$. La región sombreada del plano que corresponde al conjunto solución del sistema de inecuaciones:

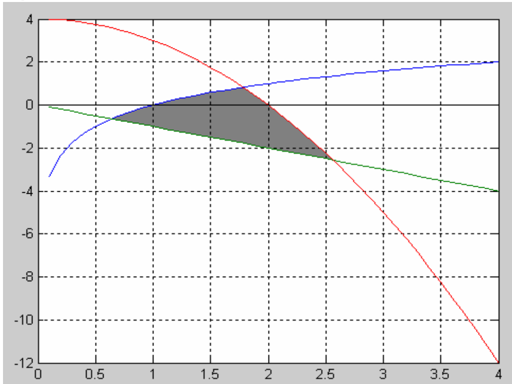
$$\begin{cases} y \leq log_2(x) \\ x + y \geq 0 \\ y \leq 4 - x^2 \end{cases}$$

es:

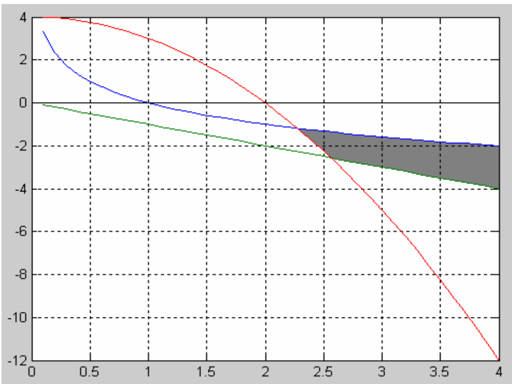
a)



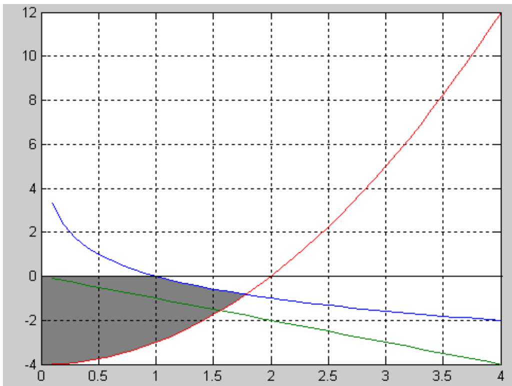
b)



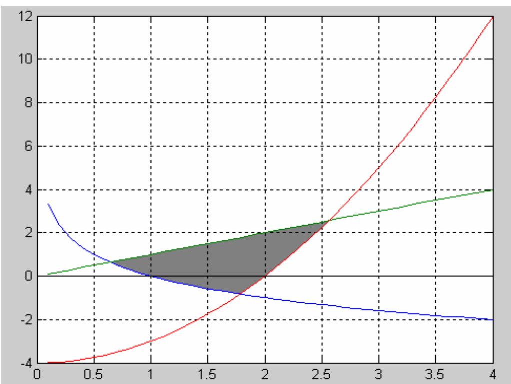
c)



d)



e)

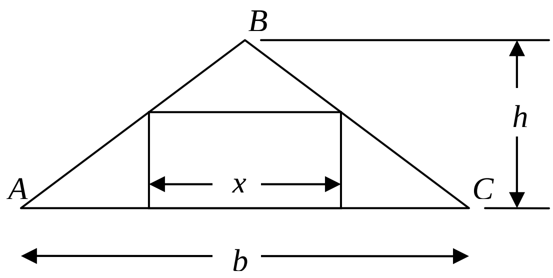


32. Sea $i=\sqrt{-1}$. Al simplificar la expresión $\left(cos\left(\frac{\pi}{6}\right)+isen\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)^3$ se tiene:

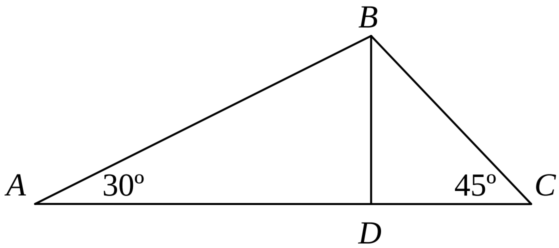
a) 1
b) 1 + i/2
c) i
d) 1 – i/2
e) $-i$

33. En la figura mostrada, el rectángulo está inscrito en el triángulo ABC, $\overline{AB}=\overline{BC}$ y la altura del rectángulo es la mitad de su base, exprese x en función de b y h.

a) $x=\dfrac{2bh}{2b+h}$
b) $x=\dfrac{2bh}{2h+b}$
c) $x=\dfrac{2b^2}{2h+b}$
d) $x=\dfrac{2h^2}{2h+b}$
e) $x=\dfrac{2bh}{h+2b}$



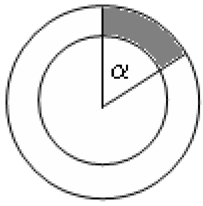
34. En el gráfico adjunto se conoce que $\overline{AC}=30\ cm$ y $BD \perp AC$,



Entonces el segmento BD mide:

a) $\dfrac{15}{\sqrt{2}+1}$ b) $\dfrac{20}{\sqrt{5}+1}$ c) $\dfrac{10}{\sqrt{3}+3}$ d) $\dfrac{10}{\sqrt{3}-1}$ e) $\dfrac{30}{\sqrt{3}+1}$

35. Se colocan dos circunferencias concéntricas de radios 1 m y 2 m de longitud respectivamente, tal como se muestra en la figura. La medida del ángulo central es $\pi/3$ radianes.



Entonces, el área de la región sombreada es:

a) 3π m^2 b) $\pi/4$ m^2 c) $\pi/3$ m^2 d) $\pi/2$ m^2 e) π m^2

36. Sean $V_1 = i + 4j - 2k$, $V_2 = i - j + 3k$, dos vectores en $\mathbb{R}^3$, la proyección escalar de V_1 en la dirección de V_2, es:

a) $\frac{8}{\sqrt{11}}$ b) $\frac{-9}{\sqrt{11}}$ c) $\frac{2}{\sqrt{2}}$ d) 4 e) $\frac{2}{\sqrt{11}}$

37. Sean $V_1 = (1,1,0)$, $V_2 = (0,1,1)$, $V_3 = (1,1,1)$, tres vectores en $\mathbb{R}^3$, el volumen en unidades cúbicas, del paralelepípedo sustentado por estos vectores es:

a) 2 u^3 b) 1 u^3 c) 1/2 u^3 d) 2/3 u^3 e) 3 u^3

38. Sean $x, y \in \mathbb{R}$, l una recta cuya ecuación es $2x - y + 3 = 0$ y C la circunferencia con ecuación $x^2 + y^2 - 3x - 4y + 3 = 0$. Identifique la proposición verdadera.

a) l es secante a C
b) l es tangente a C
c) l es externa a C
d) l y C se intersecan en 4 puntos
e) l y C se intersecan en infinitos puntos

39. La ecuación $3x^2 - 4y^2 + 16y - 18 = 0$ representa:

a) Una hipérbola con centro en $(0,2)$

b) Una elipse con focos en $(0,0)$ y $(0,4)$

c) Una circunferencia con centro en $(0,2)$

d) Una elipse con semieje mayor de 4 unidades de longitud

e) Una circunferencia con radio de 2 unidades de longitud

40. Sean $x, y \in \mathbb{R}$, y el sistema de ecuaciones no lineales:

$$\begin{cases} 2^x - 2^y = 20 \\ 2^{x+y} = 64 \end{cases}$$

a) El sistema no tiene solución
b) El sistema tiene dos soluciones
c) La suma de las abscisas de las soluciones es 0
d) La suma de las ordenadas de las soluciones es 0
e) El sistema tiene infinitas soluciones