

**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**

**INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS**

# Examen correspondiente a la 1º evaluación de optimización Combinatoria

Nombre: ....................................................................................... Fecha: Julio 08 de 2010

**1. EL MODELO DEL MAXIMO PROMEDIO (MAX-MEAN) (FUENTE: ELABORACION PROPIA)**

Se trata de estudiar el Modelo del Máximo Promedio, que puede ser formulado como un problema de programación 0-1 fraccional:

$$\max\_{xϵ\left\{0,1\right\}^{n}}\frac{\sum\_{i=1}^{n-1}\sum\_{j=i+1}^{n}d\_{ij}x\_{i}x\_{j}}{\sum\_{i=1}^{n}x\_{i}}$$

$$s.t. \sum\_{i=1}^{n}x\_{i}\geq 1$$

**Prop. 1:** Un término $x y$, donde $x$ es una variable binaria 0-1 y $y$es una variable$ \geq 0$, puede ser equivalentemente representado por las siguientes desigualdades lineales:

$z= x y$, $z\geq y-U\left(1-x\right);z\leq y;z \leq Ux;z\geq 0$, donde $U$ es una cota superior de $y$.

**Prop. 2:** Un término $x\_{1}x\_{2} y$, donde $x\_{1}, x\_{2}$ son variables binarias 0-1 y $y$es una variable real $\geq 0$, puede ser equivalentemente representado por las siguientes desigualdades lineales:

$z= x\_{1}x\_{2} y$, $z\geq y-U\left(2-x\_{1}-x\_{2}\right); z\leq y;z \leq Ux\_{1}; z \leq Ux\_{2}, z\geq 0$, donde $U$ es una cota superior de $y$

1. Demostrar la propiedad 2 (use la propiedad 1)
2. Reformule el Max-Mean como un MIP utilizando el cambio de variable: $y= \frac{1}{\sum\_{i=1}^{n}x\_{i}}$ y las proposiciones 1 y 2. (sugerencia: nombre $z\_{ij} $a las nuevas variables que reemplazan a $x\_{i}x\_{j}y$ y llame $w\_{i}$ a las variables que reemplazan a $x\_{i}y$
3. Cuál es la talla de este MIP, osea cuántas variables y restricciones tiene este modelo.
4. Resuelva el problema MAX-MEAN para los siguientes casos (Note que en el caso 1 todas las “distancias” son negativas, en el caso dos son positivas y negativas, en el caso 3 son todas positivas), que se puede concluir?

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| CASO 1 |  | CASO 2 |  | CASO 3 |
| $$d\_{ij}$$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |  | $$d\_{ij}$$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |  | $$d\_{ij}$$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 |  | -2 | -1 | -3 | -2 |  | 1 |  | -2 | 1 | -3 | 2 |  | 1 |  | 2 | 1 | 3 | 2 |
| 2 |  |  | -5 | -1 | -2 |  | 2 |  |  | 5 | -1 | -2 |  | 2 |  |  | 5 | 1 | 2 |
| 3 |  |  |  | -4 | -3 |  | 3 |  |  |  | -4 | -3 |  | 3 |  |  |  | 4 | 3 |
| 4 |  |  |  |  | -6 |  | 4 |  |  |  |  | 6 |  | 4 |  |  |  |  | 6 |
| 5 |  |  |  |  |  |  | 5 |  |  |  |  |  |  | 5 |  |  |  |  |  |

2. Muestre con un ejemplo que un subcamino de un dicamino simple más corto no es necesariamente un dicamino simple de menor costo si un circuito de costo negativo existe.

**(FUENTE: COMBINATORIAL OPTIMIZATION, W. Cook et. Al, (1998), pag. 34, J. Willey Interscience)**

3. En el grafo de la figura los números sobre las aristas son las capacidades y los números entre paréntesis los flujos.

Determine si es un flujo factible, si lo es encuentre si es que lo hay algún camino aumentante, y si no lo hay indique si se alcanzó el flujo máximo.

**(FUENTE: ELABORACION PROPIA)**

6 (5)

3 (3)

9 (6)

4 (4)

2 (2)

1 (0)

1(0)

8 (5)

1(1)

6 (6)

1 (0)

1 (1)

6 (6)

4 (4)

2 (0)

2 (2)

8 (5)

r

s

p

q

d

a

c

b

4. Con un ejemplo mostrar que el algoritmo de Dijkstra da incorrectos resultados si se permite costos negativos, y mostrar en el mismo ejemplo que el algoritmo de Ford si lo resuelve bien.

**(FUENTE: COMBINATORIAL OPTIMIZATION, W. Cook et. Al, (1998), pag. 36, J. Willey Interscience)**