

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS
PRIMERA EVALUACIÓN DE ESTADÍSTICA INFERENCIAL PARA AUDITORIA

Guayaquil, Julio 5 del 2010

Nombre _____ **Paralelo** _____

TEMA 1: (10 puntos)

Probar que si $X \sim G(1, \beta)$, $\beta > 0$, entonces es verdad que: $P(X > x + a | X > x) = P(X > a)$

TEMA 2: (10 puntos) Sea X una variable aleatoria con la siguiente distribución acumulada:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x \leq 0 \\ \frac{x}{8} & , \quad 0 < x < 2 \\ \frac{x^2}{16} & , \quad 2 \leq x < 4 \\ 1 & , \quad x \geq 4 \end{cases}$$

- Obtener $P(1 \leq x \leq 3)$, $P(x \leq 1.5)$ y $P(x > 1 | x \leq 3)$
- Determine la media y la varianza de X.

TEMA 3: (10 puntos) La función generadora de momentos de una variable aleatoria X es $M_x(t) = e^{-4t+18t^2}$ calcule: $P(X > -4)$; $P(X < -2)$; $P(X > \mu + 2\sigma)$.

TEMA 4: (15 puntos) El tiempo de vida de cierto tipo de focos es una variable aleatoria exponencial con media β y se sabe que la probabilidad de que un foco funcione por mas de 1200 horas es de 0,3012.

- ¿Cuál es la probabilidad de que un foco funcione por menos de 800 horas?
- ¿Cuál es la probabilidad de que el noveno foco seleccionado sea el tercero que funciona por más de 800 horas?
- Si se eligen al azar 100 de estos focos, ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos sesenta de ellos funcionen por menos de 800 horas?

TEMA 5: (15 puntos)

Una fábrica produce ciertas piezas metálicas cuya longitud se puede modelar como una variable aleatoria $N(\mu, \sigma^2)$. Se conoce que el percentil 67 es 5,22 cm y que el segundo decil es 4,575 cm. Si las especificaciones indican que la longitud de las piezas debe estar entre $4,9 \pm 0,8$. Determine:

- La probabilidad de que una pieza escogida al azar cumpla con las especificaciones.
- A cuanto debería de cambiar la media de las longitudes de las piezas, si se quiere maximizar la probabilidad de cumplir con las especificaciones.
- Si la media se fija en el valor que indicó en el literal previo, a cuánto debe reducir la variabilidad del proceso para que la probabilidad de cumplir con las especificaciones sea de 0,999

TEMA 6: (20 puntos)

Si X y Y son dos variables aleatorias con función de densidad de probabilidad conjunta dada por

$$f(x, y) = \begin{cases} k(1 - y) & 0 \leq x \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{en otro punto} \end{cases}$$

- Calcule $P(X < 3/4, Y > 1/2)$
- Determine las funciones de densidad marginales para las variables X y Y
- Determine media y varianza para X y Y
- Determine la covarianza entre X y Y

TEMA 7: (20 puntos)

- Usando la función del problema anterior, determine la densidad de $U = Y - X$
- Si X_1, X_2, \dots, X_n , son n variables aleatorias independientes cada una de ellas con distribución Ji-cuadrado con v_i grados de libertad y sea $Y = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ Determine la distribución de Y.

Bibliografía usada

Texto: ZURITA, G. (2008), “Probabilidad y Estadística, Fundamentos y Aplicaciones”, Ediciones del Instituto de Ciencias Matemáticas ESPOL, Guayaquil, Ecuador.

Texto: *Estadística Matemática con Aplicaciones*, Mendenhall, Wackerly, Scheaffer, Segunda edición