

Escuela Superior Politécnica del Litoral

Examen de Mejoramiento de Procesos Estocásticos

15 de septiembre de 2010

Profesor: Xavier Cabezas

Nombre: _____

1. En un lugar en África sólo existen dos posibilidades en el clima, seco o mojado. Los meteorólogos del sector conocen que la probabilidad de que el clima sea seco hoy (por lo que sucedió el año anterior) es a y la probabilidad de que en dos días consecutivos el clima sea el mismo es p . Si β_n es la probabilidad de clima seco el n -ésimo día después de hoy, con $n = 0, 1, 2, \dots$ ($n = 0$ corresponde al día de hoy), entonces:

- a) Escriba la matriz de transición y el diagrama de transición.
- b) Escriba las clases de equivalencia de este proceso e indique los estados transitorios y recurrentes.
- c) Demuestre que P^n es:

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + (2p - 1)^n & 1 - (2p - 1)^n \\ 1 - (2p - 1)^n & 1 + (2p - 1)^n \end{pmatrix}$$

- d) Encuentre una forma general para β_n .
- e) Cuál es la probabilidad absoluta de que el clima sea mojado en el tercer día si $p = 0,5$ y $a = 0,5$.

2. Considere la siguiente matriz de transición, con estados $S = \{1, 2, 3, 4\}$:

$$\begin{pmatrix} 0,6 & 0,1 & 0,2 & 0,1 \\ 0,1 & 0,7 & 0,1 & 0,1 \\ 0,2 & 0,2 & 0,5 & 0,5 \\ 0,1 & 0,3 & 0,1 & 0,7 \end{pmatrix}$$

- a) Encuentre las clases de equivalencia.
- b) Identifique los estados transitorios y recurrentes.
- c) Bajo qué condiciones a partir de esta matriz se puede encontrar probabilidades de estado estable?
- d) Encuentre las probabilidades de que el proceso se encuentre en el estado 3 después de mucho tiempo.
- e) Cuánto tiempo en promedio le tomará al proceso partiendo del estado 3 volver a estar en el estado 3 por primera vez?

3. Una revista prestigiosa obtiene la siguiente información desde sus suscriptores: Durante el primer año como suscriptores, 20% de todos los suscriptores cancelan la suscripción. De quienes están suscritos por un año, 10% cancelan durante el segundo año, De quienes están suscritos por más de dos años, 4% cancelan su suscripción durante cualquier año. ¿Cuál es el número promedio de años que un cliente permanecerá suscrito?

4. Sea la siguiente función generadora $P(S) = 0,2S + 0,3S^2 + 0,5S^3$ de una variable aleatoria X , encuentre:

a) $P(X = 0)$

b) $P(X > 0)$

c) $P(X = 2)$

d) $P(X < 3)$