ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
FACULTAD DE ECONOMÍA Y NEGOCIOS
MÉTODOS CUANTITATIVOS III
SEGUNDA EVALUACIÓN
01/SEPTIEMBRE/2010

ALUMNO:_______________________________ **PARALELO:** _______

PROFESOR: ____________________________

TEMA 1 **5 PUNTOS**

Defina:

a) Matriz Semejante
b) Base de un espacio vectorial

TEMA 2 **20 PUNTOS**

Califique las siguientes proposiciones como **verdaderas** o **falsas.** Justifique su respuesta.

a) Sea T: $V \longrightarrow W$ una transformación lineal tal que dim V =dim W. Entonces T es un isomorfismo.

b) Sea T: $\mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ una transformación con regla de correspondencia $T\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-y \\ 1 \\ x+y \end{pmatrix}$ Entonces T no es una transformación lineal.

c) Sea V= $\mathbb{R}^3$ y sea S=$\{v_1, v_2, v_3\}$ un conjunto ortogonal en V, entonces S genera V

d) Sea H=$\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \epsilon \mathbb{R}^3 \middle| \begin{matrix} x = 2t \\ y = 3t; \; t \,\epsilon\, \mathbb{R} \\ z = 4t \end{matrix} \right\}$ un subespacio vectorial de $\mathbb{R}^3$ y sea $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ un vector de $\mathbb{R}^3$ Entonces $\overrightarrow{proy_H \vec{v}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

e) Sea A una matriz de dimensión 3X4 y $\gamma(A) = 2$. Entonces Im(A)=$\mathbb{R}^2$

TEMA 3 **20 PUNTOS**

Sea T: $\mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ una transformación lineal y sean las siguientes bases para $\mathbb{R}^3$

$$B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \qquad B_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Si se sabe que:

$$T\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix};\qquad T\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix};\qquad T\begin{pmatrix}0\\-1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$$

Determinar:

a) La regla de correspondencia de T.

b) La representación matricial de T con respecto a la Base B

c) Nuc(T), Im(T), $\gamma(T)$ y $\rho(T)$.

d) $\left[T\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}\right]_{B_1}$

e) ¿Constituye T un isomorfismo? Justifique su respuesta. De ser isomorfismo determine la regla de correspondencia de la transformación inversa de T (T^{-1})

TEMA 4 **20 PUNTOS**

Sea la matriz $A=\begin{pmatrix}5&0&-1\\0&4&0\\-1&0&5\end{pmatrix}$

a) Determine los valores y vectores propios de A con sus respectivas multiplicidades algebraicas y geométricas.

b) Determine si la matriz A es diagonalizable. Si lo es, encuentre la matriz C que diagonaliza a A y verifique que se cumpla CD=AC

c) Determine si la matriz A es diagonalizable ortogonalmente. Si lo es encuentre la matriz ortogonal Q que diagonaliza ortogonalmente a A.

d) Verifique que $D=Q^TAQ$

TEMA 5 **5 PUNTOS**

Dada la matriz $A=\begin{pmatrix}1&-1\\2&3\\3&2\end{pmatrix}$. Determine Nuc(A), Im(A), $\gamma(A)$ y $\rho(A)$.