

**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**  
**EXAMEN DE UBICACIÓN DE MATEMÁTICAS**  
**CARRERAS DE INGENIERÍAS**  
**2011-2012**



Guayaquil, 27 de diciembre de 2010

**NOMBRE:** \_\_\_\_\_

**No. DE CÉDULA DE IDENTIDAD:** \_\_\_\_\_

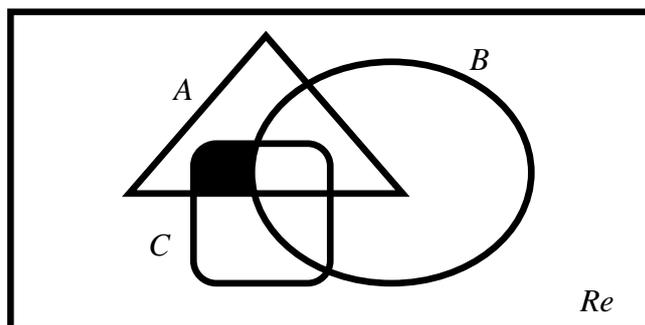
**FIRMA:** \_\_\_\_\_

**INSTRUCCIONES**

- Escriba sus datos de acuerdo a lo solicitado en esta hoja y la de respuestas.
- Esta prueba consta de 40 preguntas de opción múltiple.
- Cada pregunta tiene un valor de 2.5 puntos.
- Para desarrollar esta prueba tiene un tiempo de 2 horas.
- Puede escribir en cualquier parte del bloque de la prueba con esferográfica o lápiz, pero en la hoja de respuestas sólo debe marcar la opción que Ud. considere correcta.
- En esta prueba no se permite el uso de calculadoras.
- La prueba es estrictamente personal.

1. Si  $A, B$  y  $C$  son subconjuntos no vacíos del conjunto  $Re$ , entonces la región sombreada del diagrama de Venn adjunto representa el conjunto:

- a)  $A \cap B - C$
- b)  $A \cap B - A$
- c)  $A \cup B - C$
- d)  $A - B \cap C$
- e)  $B - A \cup C$



2. Si  $A = \{a, a, a\}$ , entonces es VERDAD que:

- a)  $N(A) = 1$
- b)  $a \in P(A) \cap A$
- c)  $a, a \in P(A)$
- d)  $N(P(A)) = 2$
- e)  $\{a\} \in P(A)$

3. Sean los conjuntos  $A$  y  $B$  tales que  $N(A) = m$  y  $N(B) = n$ , entonces es VERDAD que:

- a) Si  $f$  es una función inyectiva de  $A$  en  $B$ , entonces  $n \leq m$
- b) Si  $f$  es una función sobreyectiva de  $A$  en  $B$ , entonces  $m \leq n$
- c) Si  $m \leq n$ , entonces  $f$  es una función inyectiva de  $A$  en  $B$
- d) Si  $f$  es una función biyectiva de  $A$  en  $B$ , entonces  $n = m$
- e) Si  $n \leq m$ , entonces  $f$  es una función sobreyectiva de  $A$  en  $B$

4. Una de las siguientes proposiciones es VERDADERA, identifícala:

- a) Si  $a$  es una proposición verdadera y  $b$  es una proposición falsa, entonces la proposición  $\neg a \rightarrow b$  es falsa.
- b) Si la disyunción entre dos proposiciones es falsa, entonces solo de una de las proposiciones es falsa.
- c) La bicondicional entre dos proposiciones son verdaderas si y sólo si ambas proposiciones tienen el mismo valor de verdad.
- d) Si la conjunción de dos proposiciones es verdadera entonces la disyunción entre ellas es falsa.
- e) Si la enunciación hipotética entre dos proposiciones es verdadera entonces la disyunción entre ellas es verdadera.

5. Sea  $\mathbb{R}e = \mathbb{R}$ . El conjunto de verdad  $A_{p(x)}$  del predicado  $p(x) : 2x^2 + 3x \geq 2$  es:

a)  $-\infty, -2 \cup \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$

b)  $\left(-2, \frac{1}{2}\right)^c$

c)  $\left[-2, \frac{1}{2}\right]^c$

d)  $A_{p(x)}$

e)  $\emptyset$

6. Los valores de  $k$  para que la ecuación  $x^2 - 4x + (k+2) = 0$ , tenga soluciones reales, son:

a)  $k < 2$

b)  $k > 2$

c)  $k > -2$

d)  $k = -2$

e)  $\mathbb{R} - 2$

7. Al simplificar la expresión:  $\frac{3^{2n} 81^{-n}}{9^{-2-n}}$  se obtiene:

a) 3

b) 81

c) 27

d) 9

e) 1

8. Sea el conjunto  $S = \mathbb{Z}$  y sea  $*$  una operación binaria tal que  $a*b = a + b - 2ab$ ,  $\forall a, b \in S$ . Entonces  $2*((-2)*0)$  es igual a:

a) 0

b) -4

c) 8

d) -8

e) 4

9. Sea  $f$  una función de variable real donde su rango es el intervalo  $[-2, 3]$ .  
Entonces el rango de la función  $g$  definida por  $g(x) = -2f(x+2) + 1$ . Es:
- $[-3, 7]$
  - $[-5, 5]$
  - $[-7, 3]$
  - $[-5, 5]$
  - $[-3, 7]$
10. Sea  $f$  una función de variable real tal que  $f(x) = \sqrt{2x-3}$ . Entonces el DOMINIO MÁXIMO POSIBLE de  $f$ , es el intervalo:
- $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right]$
  - $\left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$
  - $\left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$
  - $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right)$
  - $\mathbb{R}$
11. Sea  $f$  una función de variable real tal que  $f(x) = 2 - x^2$ . Entonces es VERDAD que:
- $f$  es creciente en todo su dominio
  - $f$  es impar
  - El vértice de  $f$  es el punto  $(2, 0)$
  - $f$  es decreciente en  $[0, +\infty)$ .
  - $\text{rg } f = [2, +\infty)$ .
12. Sea  $f$  una función de variable real tal que  $f(x) = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$ . Entonces el rango de  $f$ , es el intervalo:
- $[1, +\infty)$
  - $[-1, +\infty)$
  - $[-\infty, 1]$
  - $[-\infty, -1]$
  - $[1, +\infty)$

13. Sean  $f$  y  $g$ , funciones de variable real tales que:

$$f(x) = \begin{cases} 2 & , x \leq -1 \\ 1-x & , x > -1 \end{cases} \quad \text{y} \quad g(x) = \begin{cases} x^2 & , x < 2 \\ -1 & , x \geq 2 \end{cases}$$

Entonces  $(f-g)(x)$  está dada por:

a)  $(f-g)(x) = \begin{cases} 2-x^2 & , x \leq -1 \\ 1-x-x^2 & , -1 < x < 2 \\ 2-x & , x \geq 2 \end{cases}$

b)  $(f-g)(x) = \begin{cases} 2+x^2 & , x \leq -1 \\ 1-x+x^2 & , -1 < x < 2 \\ -x & , x \geq 2 \end{cases}$

c)  $(f-g)(x) = \begin{cases} 2-x^2 & , x \leq -1 \\ 2-x & , x > -1 \end{cases}$

d)  $(f-g)(x) = \begin{cases} 2-x^2 & , x < 2 \\ 2-x & , x \geq 2 \end{cases}$

e)  $(f-g)(x) = \begin{cases} 2+x^2 & , x \leq -1 \\ 2+x & , x > -1 \end{cases}$

14. Sea  $\operatorname{Re} = \square$  y  $p \ x : \ln 5 - 2x = 0$ , entonces su conjunto solución

$Ap \ x$  es:

a)  $Ap \ x = 1$

b)  $Ap \ x = e$

c)  $Ap \ x = -2$

d)  $Ap \ x = -1$

e)  $Ap \ x = 2$

15. Si  $\operatorname{sen} \theta = -\frac{3}{5}$  para  $\pi < \theta < 3\frac{\pi}{2}$ . Entonces el valor de  $25 \operatorname{sen} 2\theta$  es:

a) -24

b) 24

c) -30

d) 30

e) -15

16. Sea la matriz  $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$  entonces la matriz

$B = \frac{1}{0} A + \frac{0}{1} A$  es:

a) -1 4

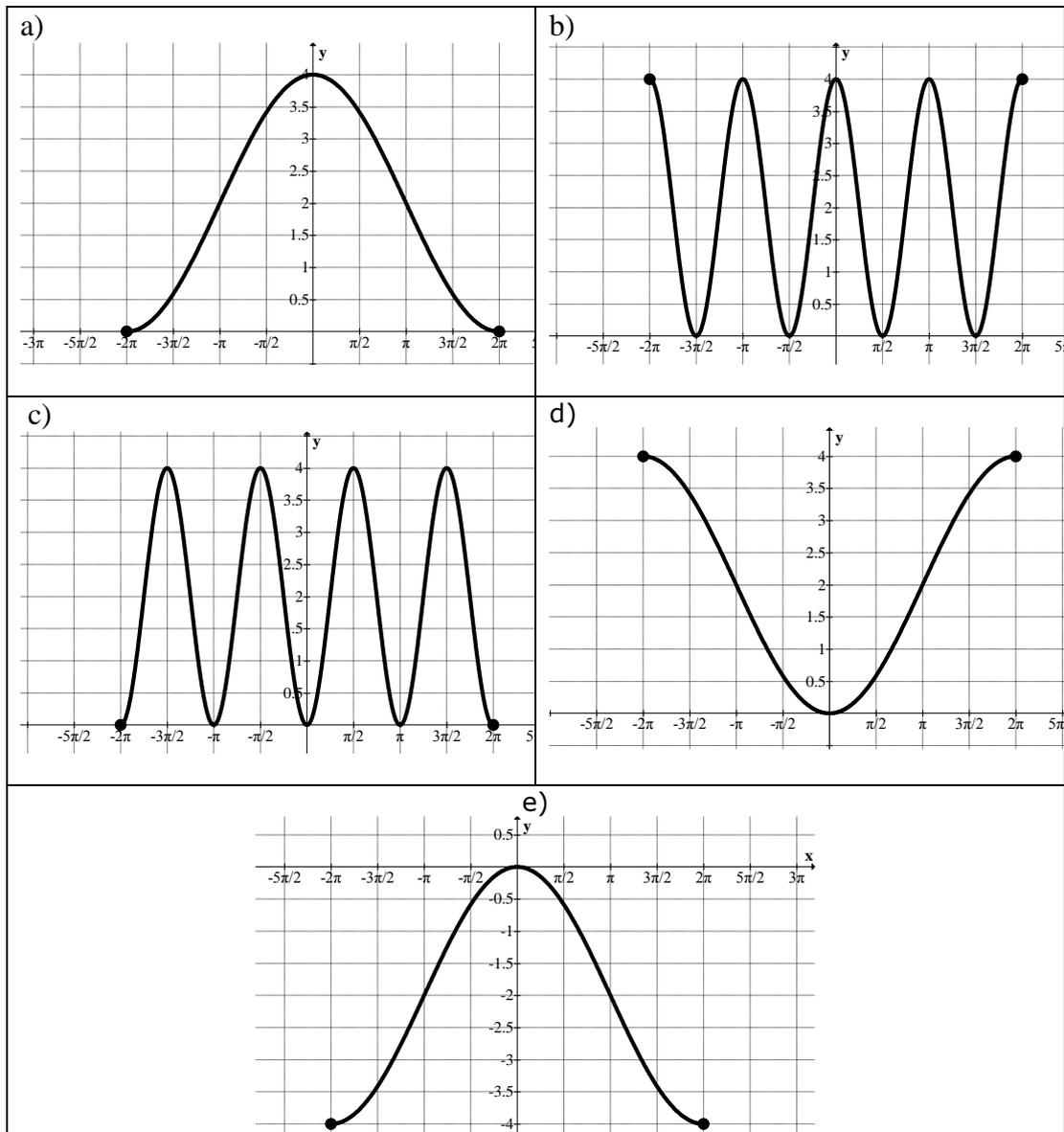
b) -4 -1

c) 0 -3

d) 4 1

e) 0 3

17. Una de las gráficas adjuntas corresponde al de la función definida en  $-2\pi, 2\pi$  por  $f(x) = 2 \cos\left(\frac{x}{2}\right) + 2$ . Identifícala:



18. Un cilindro circular recto y un cono circular recto tienen a  $r$  como el radio de sus bases y ambos cuerpos tienen el mismo volumen, entonces la relación entre la altura del cilindro y la altura del cono circular recto es:

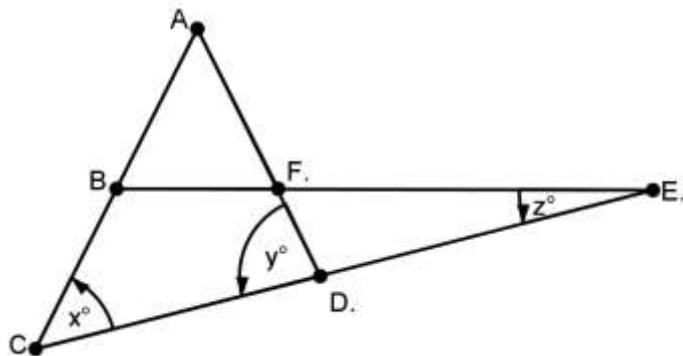
- a) 3
- b) 4
- c)  $\frac{1}{3}$
- d)  $\frac{1}{4}$
- e) 2

19. Los valores de  $a$  y  $b$  para que el sistema 
$$\begin{cases} x - y = a \\ -2x + 2y = b \end{cases}$$
 Tenga un CONJUNTO INFINITO DE SOLUCIONES son:

- a)  $a = 2b, b \in \mathbb{R}$
- b)  $a = -2b, b \in \mathbb{R}$
- c)  $b = 2a, a \in \mathbb{R}$
- d)  $b = -2a, a \in \mathbb{R}$
- e)  $b = a, a \in \mathbb{R}$

20. En el diagrama adjunto,  $\widehat{AB} = \widehat{AF}$ . Entonces es VERDAD que:

- a)  $z = \frac{y-x}{2}$
- b)  $z = y - \frac{x}{2}$
- c)  $z = \frac{y-x}{3}$
- d)  $z = y - \frac{x}{3}$
- e)  $z = y - x$



21. Sean  $p, q, r$  variables proposicionales. La forma proposicional  $p \rightarrow \neg q \wedge r$  es equivalente a:

- a)  $p \vee q \vee r$
- b)  $\neg p \wedge q \wedge r$
- c)  $p \wedge q \wedge r$
- d)  $\neg p \vee q \vee r$
- e)  $p \vee \neg q \wedge r$

22. Sean  $A, B, C$  tres conjuntos no vacíos de un mismo referencial. Identifique cuál de los siguientes conjuntos es igual a  $A - B - C$ .

- a)  $A - B \cup A - C$
- b)  $A \cap B \cap C^c$
- c)  $A - B \cup C$
- d)  $A - B \cap C$
- e)  $A - B - C^c$

23. Una clave está formada por cuatro dígitos del sistema decimal cada uno. Una persona recuerda que el primer dígito es impar y el tercero es 2 o 7. Asimismo recuerda que el último dígito es 6. El número de posibles claves que la persona debería probar es:

- a) 100      b) 200      c) 300      d) 400      e) 500

24. El coeficiente del término del desarrollo del binomio  $(1-2u^2)^8$  que contiene la décima potencia de  $u$  es:

- a) 1792      b) -56      c) 32      d) -1792      e) 56

25. Se conoce que la suma de los  $n$  primeros términos de una progresión geométrica de razón 2 es 750; y, además su primer término es 50. El número  $n$  es:

- a) 2      b) 4      c) 5      d) 3      e) 6

26. La función de variable real  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = x|1-x^2|$  es:

- a) Inyectiva
- b) Impar
- c) Monótona creciente
- d) Periódica
- e) Acotada

27. Si  $f: 2, +\infty \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = \log_2 (2x-4)$ , la inversa de  $f$  está dada por:

- a)  $f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow 2, +\infty / f^{-1}(x) = 2^x + 2$
- b)  $f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow 2, +\infty / f^{-1}(x) = 2^x - 4$
- c)  $f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow 2, +\infty / f^{-1}(x) = 2^{x-1} - 4$
- d)  $f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow 2, +\infty / f^{-1}(x) = 2^{x-1} + 2$
- e)  $f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow 2, +\infty / f^{-1}(x) = 2^{x-1} - 2$

28. Respecto a los valores de  $a, b \in \mathbb{R}$ , tales que  $(x-1)$  es factor de  $ax^2+2bx+(a+b)$ , se puede afirmar que:

- a)  $a+b=1$
- b)  $2a+3b=0$
- c)  $a+3b=0$
- d)  $2a-b=0$
- e)  $a-3b=0$

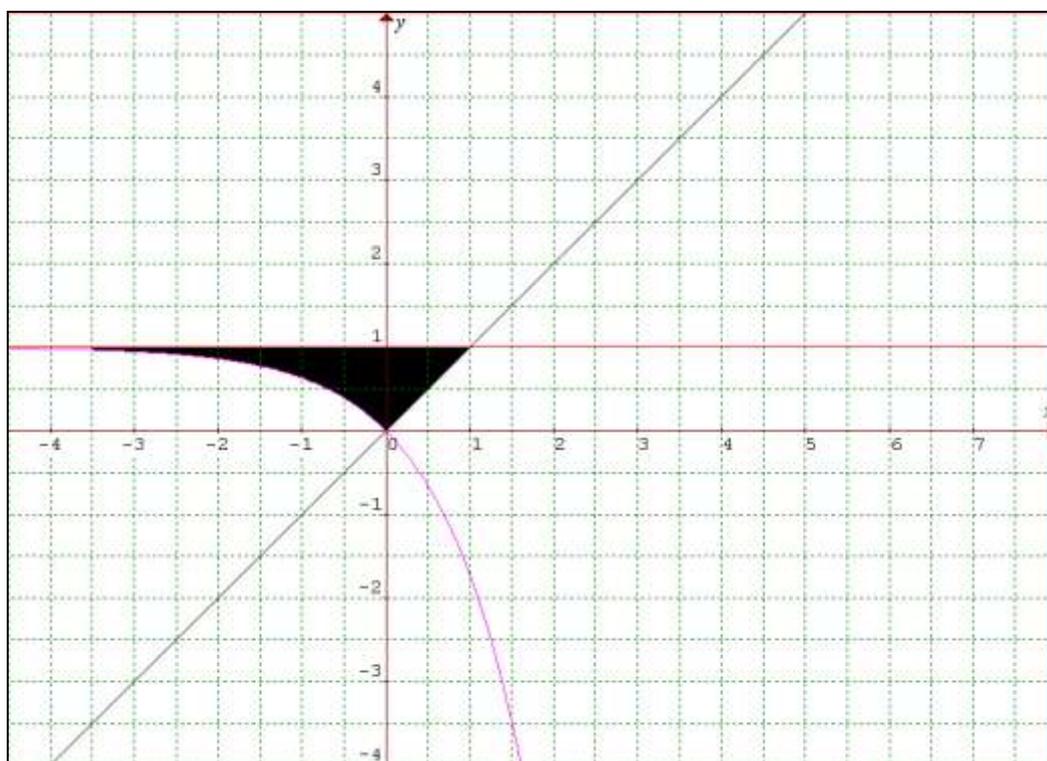
29. Si  $Re=[0, \pi]$  y  $p(x): \tan(2x)-\sec(2x)=0$ , el número de elementos de  $Ap(x)$  es:

- a) 4                      b) 3                      c) 2                      d) 1                      e) 0

30. Un dominio  $A$  de la función  $f : A \mapsto \mathbb{R} / f(x) = \arccos(1-x^2)$ , es:

- a)  $[0, 2]$   
 b)  $[-2, 2]$   
 c)  $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$   
 d)  $[\sqrt{2}, 2]$   
 e)  $[-\sqrt{2}+1, \sqrt{2}+1]$

31. Sean  $x, y \in \mathbb{R}$ . La región sombreada del plano mostrada, corresponde al conjunto solución del sistema de inecuaciones:



- a)  $\begin{cases} y \leq 1 - e^x \\ y \geq x \\ y \leq 1 \end{cases}$                       b)  $\begin{cases} y \leq 1 - e^x \\ x + y \geq 0 \\ y \leq 1 \end{cases}$                       c)  $\begin{cases} y \geq 1 - e^x \\ y \leq x \\ x \leq 1 \end{cases}$
- d)  $\begin{cases} y \leq 1 - e^x \\ y - x \leq 0 \\ x \leq 1 \end{cases}$                       e)  $\begin{cases} y \geq 1 - e^x \\ y - x \geq 0 \\ y \leq 1 \end{cases}$

32. Sean  $x, y \in \mathbb{R}$ . Respecto al sistema de ecuaciones no lineales 
$$\begin{cases} 3x^2 + 2x - y = 0 \\ 3y^2 + 2y - x = 0 \end{cases}$$
 es CIERTO que:

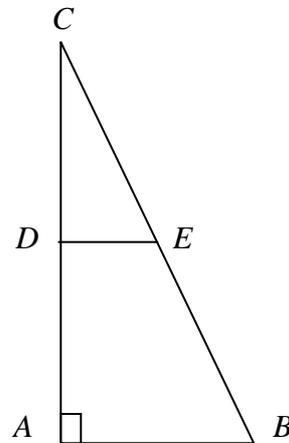
- a) El sistema tiene infinitas soluciones.
- b) El sistema no tiene solución.
- c) El sistema tiene solución única.
- d) El sistema tiene dos soluciones.
- e) El sistema tiene tres soluciones.

33. Sea  $z \in \mathbb{C}$ . Si una de las raíces cúbicas de  $z$  es  $(1+i)$ ,  $z$  es:

- a)  $2+2i$
- b)  $-2+2i$
- c)  $-2-2i$
- d)  $2-2i$
- e)  $2i$

34. En la figura mostrada,  $DE$  es paralelo a  $AB$ . La longitud de  $DE$  es  $r$ , la de  $AB$  es  $R$  y la de  $AC$  es  $H$ . Una expresión para determinar la longitud de  $AD$  es:

- a)  $\frac{H}{R} r - R$
- b)  $\frac{H}{R} R - r$
- c)  $\frac{R}{H} R - r$
- d)  $\frac{R}{H} r + R$
- e)  $\frac{H}{R} R + r$



35. En un triángulo se conoce que dos de sus lados miden 10 y 5 cm, respectivamente. Si la medida del ángulo opuesto al lado de longitud 10 cm es  $30^\circ$ , el seno del ángulo opuesto al lado de 5 cm es:

- a)  $\frac{1}{4}$
- b) 2
- c)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- d) 1
- e)  $\frac{1}{2}$

36. La longitud del radio que debe tener un círculo, tal que el área de un sector circular con medida de ángulo central de  $\pi/6$  radianes es  $4\pi u^2$ , es:

- a)  $3u$                       b)  $4\sqrt{3}u$                       c)  $2\sqrt{6}u$                       d)  $4u$                       e)  $2u$

37. Sean  $(0, 1, 0)$ ,  $(1, 1, 2)$  y  $(2, 1, 1)$  los vértices de un triángulo en el espacio. El área de dicho triángulo, expresada en  $u^2$ , es:

- a) 1.5                      b) 5                      c) 3                      d) 2                      e) 4.5

38. Respecto a  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{w}$  tres vectores de  $\mathbb{R}^3$ , es VERDAD que:

- a)  $\mathbf{u} + \mathbf{v} = -(\mathbf{v} + \mathbf{u})$   
 b)  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$  si y sólo si  $\mathbf{u} = \mathbf{v} = \mathbf{0}$   
 c)  $\mathbf{u} \times (\mathbf{v} + \mathbf{w}) = \mathbf{u} \times \mathbf{v} + \mathbf{w} \times \mathbf{u}$   
 d)  $\mathbf{u} \cdot (\mathbf{v} + \mathbf{w}) = \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} + \mathbf{u} \cdot \mathbf{w}$   
 e)  $\mathbf{u} \times (\mathbf{v} \times \mathbf{w}) = (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \times \mathbf{w}$

39. Sean  $x, y \in \mathbb{R}$ ,  $L$  una recta cuya ecuación es  $3x + 4y - 5 = 0$ . La ecuación de la recta perpendicular a  $L$  y que contiene al punto  $(2, 0)$  es:

- a)  $4x - 3y - 8 = 0$   
 b)  $3x - 4y - 6 = 0$   
 c)  $-4x + 3y - 8 = 0$   
 d)  $-3x + 4y + 8 = 0$   
 e)  $3x + 4y - 6 = 0$

40. La ecuación  $2x^2 + y^2 + 4x - 6y + 10 = 0$  representa:

- a) Una circunferencia con radio 1 unidad de longitud.  
 b) Una parábola con recta directriz paralela al eje X.  
 c) Una elipse con centro en  $(-1, 3)$ .  
 d) Un conjunto vacío.  
 e) Una hipérbola con centro en  $(1, 3)$ .