

## 4.6 ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES

El Análisis de Componentes Principales es un método Multivariado de reducción de datos, cuyo objetivo es explicar la mayor proporción de la varianza de un conjunto de  $n$  variables observables por medio de un conjunto de  $p$  variables no observables donde  $p < n$ . A continuación se define esta técnica.

Sea el vector aleatorio  $p$ -variado,  $X^t = [X_1, X_2, \dots, X_p]$  con matriz de varianzas y covarianzas  $\Sigma$ , donde  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p \geq 0$  y  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_p$  son los valores y vectores propios correspondientes a  $\Sigma$ , considere las siguientes combinaciones lineales:

$$\begin{aligned} Y_1 &= \mathbf{a}_1^t \mathbf{X} = a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \dots + a_{1p}X_p \\ Y_2 &= \mathbf{a}_2^t \mathbf{X} = a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \dots + a_{2p}X_p \\ &\vdots \\ Y_p &= \mathbf{a}_p^t \mathbf{X} = a_{p1}X_1 + a_{p2}X_2 + \dots + a_{pp}X_p \end{aligned}$$

Se puede probar que:

$$\begin{aligned} \text{Var}(Y_i) &= \mathbf{a}_i^t \Sigma \mathbf{a}_i \quad i = 1, 2, \dots, p \\ \text{Co var}(Y_i, Y_j) &= \mathbf{a}_i^t \Sigma \mathbf{a}_j \quad i, j = 1, 2, \dots, p \end{aligned}$$

Las componentes principales son las combinaciones lineales  $Y_1, Y_2, \dots, Y_p$  que no están relacionadas entre sí, son ortonormales entre ellas y cuyas varianzas cumplen que  $\text{Var}(Y_1) \geq \text{Var}(Y_2) \geq \dots \geq \text{Var}(Y_p) \geq 0$ .

Así, la primera componente principal es la combinación lineal  $Y_1 = \mathbf{a}_1^t \mathbf{X}$  que maximiza  $\text{Var}(\mathbf{a}_1^t \mathbf{X})$  sujeto a  $\langle \mathbf{a}_1, \mathbf{a}_1 \rangle = 1$ .

La segunda componente principal es la combinación lineal  $Y_2 = \mathbf{a}_2^t \mathbf{X}$  que maximiza  $\text{Var}(\mathbf{a}_2^t \mathbf{X})$  sujeto a  $\langle \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_2 \rangle = 1$  y  $\text{Cov}(Y_1, Y_2) = 0$ .

En general la  $i$ -ésima componente principal ( $i \leq n$ ) es la combinación lineal  $Y_i = \mathbf{a}_i^t \mathbf{X}$  que maximiza  $\text{Var}(\mathbf{a}_i^t \mathbf{X})$  sujeto a  $\langle \mathbf{a}_i, \mathbf{a}_i \rangle = 1$  y  $\text{Cov}(Y_k, Y_i) = 0$  para  $k < i$ .

Las componentes principales están sujetas a las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} \text{Var}(Y_i) &= \mathbf{a}_i^t \Sigma \mathbf{a}_i = \lambda_i \quad i = 1, 2, \dots, p \\ \text{Cov}(Y_i, Y_j) &= \mathbf{a}_i^t \Sigma \mathbf{a}_j = 0 \quad i \neq j \end{aligned}$$

La mayor proporción del total de varianza de la población explicada por las componentes principales está dada por:

$$\frac{\lambda_k}{\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_k} \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, p$$

El número de componentes principales escogidas dependerá del porcentaje de varianza que se desee explicar.

Las veintiséis variables seleccionadas para realizar éste análisis son las variables cualitativas involucradas en este estudio, para determinar si es procedente aplicar ésta técnica, se utiliza la Prueba de Bartlett, la cual se muestra en el Cuadro 4.10. El valor pequeño de p, que redondeado a tres decimales es 0, dice que se rechace la hipótesis nula a favor de la alterna, lo cual significa que existen correlaciones entre algunos pares de variables y es procedente aplicar Componentes Principales.

<b>Cuadro 4.10</b>	
<i>La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico</i>	
<b>Prueba de Bartlett</b>	
$H_0: \Sigma =$	$\begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_n \end{bmatrix}$
	vs.
	$H_1: \text{No es verdad } H_0$
	Estadístico de Prueba = 3772,333
	Valor p = 0,000

Al aplicar esta técnica a los datos originales se logra una reducción de 21 variables observables a 4 variables no observables denominadas componentes, las cuales explican el 91,8% de variación total. Véase la proporción explicada por cada componente, en la tercera columna de la Tabla 4.22.

La reducción obtenida es muy buena, pero se ve opacada porque los datos originales están medidos en diferentes escalas, por ejemplo, las notas del colegio se miden con valores entre 0 y 20 y las notas

**Tabla 4.22**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Varianza Explicada por las Componentes Principales**

Componente	Valores Propios		
	$\lambda_i$	Proporción de Varianza Explicada	Proporción Acumulada
1	642,575	0,491	0,491
2	306,970	0,234	0,725
3	196,351	0,150	0,875
4	56,295	0,043	0,918
5	39,776	0,030	0,948
6	28,608	0,022	0,970
7	26,341	0,020	0,990
8	5,394	0,004	0,995
9	1,824	0,001	0,996
10	1,626	0,001	0,997
11	1,339	0,001	0,998
12	0,973	0,001	0,999
13	0,549	0,000*	0,999
14	0,292	0,000*	1,000*
⋮	⋮	⋮	⋮
26	0,000	0,000*	1,000*

\* Valores significativos con tres decimales de precisión

del Pre Politécnico, con valores entre 0 y 100, y la técnica de Componentes Principales es sensible a la heterogeneidad de las escalas, para evitar este inconveniente se aplicó la técnica a los datos estandarizados (restados de su media y divididos entre su respectiva desviación estándar).

En la Tabla 4.23 se muestran los valores propios obtenidos, luego se utilizar la técnica de Componentes Principales, con los datos estandarizados. El valor propio asociado a cada componente principal, es la varianza explicada por la correspondiente componente. Nótese que con siete componentes principales ( $p=7$ ) se logra explicar alrededor del 80,0% de la varianza total del conjunto de las 21 variables utilizadas en este análisis, esta no es una reducción suficientemente significativa para realizar estudios

posteriores utilizando Componentes Principales, por esto no se presentan los coeficientes de cada componente.

**Tabla 4.23**  
**La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico**  
**Varianza Explicada por las Componentes Principales**

Componente	<i>Valores Propios</i>		
	$\lambda_i$	Proporción de Varianza Explicada	Proporción Acumulada
1	7,628	0,363	0,363
2	2,618	0,125	0,488
3	2,012	0,096	0,584
4	1,360	0,065	0,649
5	1,092	0,052	0,700
6	1,003	0,048	0,748
7	0,957	0,046	0,794
8	0,746	0,036	0,829
9	0,715	0,034	0,863
10	0,649	0,031	0,894
11	0,518	0,025	0,919
12	0,465	0,022	0,941
13	0,409	0,019	0,961
14	0,333	0,016	0,976
15	0,224	0,011	0,987
16	0,139	0,007	0,994
17	0,092	0,005	0,999
18	0,000*	0,000*	1,000*
⋮	⋮	⋮	⋮
26	0,000*	0,000*	1,000

\* Valores significativos con tres decimales de precisión

## 4.7 ANÁLISIS DE CORRELACIÓN CANÓNICA

En la Sección 4.3 se analizó la asociación lineal entre pares de variables, en esta sección, mediante la técnica de Correlación Canónica se analizará el grado de asociación lineal entre dos grupos de variables, pero antes se describirá esta técnica.

Sea  $\mathbf{X}^{(1)}$  un vector aleatorio  $p$ -variado y  $\mathbf{X}^{(2)}$  otro vector aleatorio  $q$ -variado, si  $p \leq q$ , entonces  $\mathbf{X}^{(1)}$  será el primer vector y  $\mathbf{X}^{(2)}$  el segundo, tal que

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}^{(1)} \\ \dots \\ \mathbf{X}^{(2)} \end{bmatrix} \in R^{p+q}$$

Para cada par de vectores se tiene:

$$E[\mathbf{X}^{(1)}] = \boldsymbol{\mu}^{(1)} ; E[\mathbf{X}^{(2)}] = \boldsymbol{\mu}^{(2)}$$

$$\text{Cov}[\mathbf{X}^{(1)}, \mathbf{X}^{(1)}] = \Sigma_{11} ; \text{Cov}[\mathbf{X}^{(2)}, \mathbf{X}^{(2)}] = \Sigma_{22}$$

$$\text{Cov}[\mathbf{X}^{(1)}, \mathbf{X}^{(2)}] = \Sigma_{12}$$

Sean  $\mathbf{U}$  y  $\mathbf{V}$  combinaciones lineales de las variables del primer y segundo vector respectivamente, es decir:

$$\mathbf{U} = \mathbf{a}^t \mathbf{X}^{(1)} ; \quad \mathbf{V} = \mathbf{b}^t \mathbf{X}^{(2)},$$

donde  $\mathbf{a}$  es un vector con dimensión  $p$  y  $\mathbf{b}$  es un vector con dimensión  $q$ , tales maximizan la correlación entre el par  $\mathbf{U}$  y  $\mathbf{V}$ , sujetas a la restricción de que la varianza de  $\mathbf{U}$  y  $\mathbf{V}$  sean 1.

En base a esto definimos, el primer par de *variables canónicas*, como el primer par de combinaciones  $U_1$  y  $V_1$ , que tienen varianzas unitarias y máxima correlación (correlación canónica) entre ellas.

El segundo par de *variables canónicas*, como el par de combinaciones  $U_2$  y  $V_2$ , que tienen varianzas unitarias y máxima correlación (correlación canónica) entre ellas, a excepción del primer par de variables canónicas.

El p-ésimo par de *variables canónicas*, como el par de combinaciones  $U_p$  y  $V_p$ , que tienen varianzas unitarias y máxima correlación (correlación canónica) entre ellas, a excepción de los anteriores (p -1) pares de variables canónicas anteriores.

#### **4.7.1. Identificación de los grupos de variables a analizar**

Las variables con las que se realiza este análisis son las listadas en el Cuadro 4.11. Se analizará y cuantificará la asociación lineal existente entre el desempeño de los estudiantes de la cohorte investigada antes de ingresar a la ESPOL y el desempeño de éstos una vez que son alumnos de la ESPOL.

**Cuadro 4.11**  
**La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico**  
**Grupos de Variables a ser analizados con Correlación Canónica**

Vectores $X^{(i)}$		No.	Característica
(1) <i>Desempeño Antes de la ESPOL</i>	Información referente al desempeño en el <b>Colegio</b>	1	Número de Años entre la Graduación del Colegio y el Ingreso a la ESPOL (1999)
		2	Clasificación del Colegio del que proviene
		3	Promedio de Notas Globales de 1° a 5° Curso del Colegio
		4	Promedio de las Notas Correspondientes a Sexto Curso de Colegio
		5	Nota de Exámenes de Grado del Colegio
		6	Nota Final de Trabajos de Investigación o Prácticos realizados previos a la obtención del Título de Bachiller
		7	Número de Pre Politécnicos antes de Aprobar
	Información referente al desempeño en el <b>Pre Politécnico</b>	8	Nota Final de Matemáticas en el Pre Politécnico
		9	Nota Final de Física en el Pre Politécnico
		10	Nota Final de Química en el Pre Politécnico
		11	Nota de la Prueba de Aptitud
		12	Forma de Ingreso (Regular, Aptitud, Especial)
(2) <i>Desempeño al Ingresar a la ESPOL</i>	Información referente al desempeño en la <b>ESPOL</b>	13	Estado Actual en la ESPOL
		14	Promedio General
		15	Promedio al Salir de Ciclo Básico
		16	Número de Años hasta pasar a Facultad o hacer cambio de Carrera
		17	Número de Materias Tomadas
		18	Número de Materias Aprobadas
		19	Número de Materias Aprobadas a la Tercera Vez
		20	Número de Materias Aprobadas a la Cuarta Vez
		21	Número Promedio de Materias Tomadas por Término
		22	Número Promedio de Materias Aprobadas Término
		23	Número de Semestres Regulares Registrado
		24	Número de Semestres no Regulares Registrado (cursos de invierno)

**4.7.2. Correlación Canónica entre el grupo de variables que miden el *Desempeño antes de la ESPOL* y el *Desempeño al Ingresar a la ESPOL***

A continuación se presentan las variables y correlaciones canónicas calculadas entre los vectores denominados *Desempeño antes de la ESPOL*, que se compone de  $p=12$  variables y *Desempeño al Ingresar a la ESPOL*, que tiene se compone de  $q=12$  variables, por lo que  $U_1$  estará

asociada con el *Desempeño en la ESPOL* y  $V_1$  con *Desempeño antes de la ESPOL*.

Al igual que en correlación de pares de variables, en esta sección, se consideran significativas las correlaciones en valor absoluto mayor a 0,6. En la Tabla 4.24 aparecen, el número de par de variable canónica y su respectiva correlación. Nótese que el primer par tiene una correlación igual a 0,735, lo cual indica que existe una relativamente “fuerte” relación lineal entre este par de variables no observadas  $U_1$  y  $V_1$ , que están en función de las variables del par del vectores *Desempeño Antes de la ESPOL* y *Desempeño al Ingresar a la ESPOL*. De la segunda correlación en adelante no presentan valores significativos en este estudio.

**Tabla 4.24**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Correlaciones Canónicas entre**  
**Desempeño antes de la ESPOL y el Desempeño en la ESPOL**

<b>Pares de Variables</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<b>Correlación Canónica</b>	<b>0,735</b>	0,433	0,393	0,362	0,346	0,267	0,210	0,182	0,122	0,09	0,061	0,007

Sólo el primer par de los doce pares de variables canónicas calculadas presentan una correlación significativa, sin embargo, en la Tabla 4.25 aparecen los valores de los coeficientes de cada vector que definen  $U_1$ ,  $U_2$  y hasta  $U_7$ .

En la variable canónica  $U_1$  predominan las *Notas de Primero a Quinto Curso*, pues la ponderación que tiene sobre dicha variable es 0,520; la sigue de lejos la nota final de Matemáticas del Pre Politécnico, cuya ponderación es 0,283.

La Prueba de Aptitud no tiene una importante presencia en  $U_1$ , pues su ponderación es sólo 0,207. La mayor ponderación en alguna  $U_i$  de la Prueba de Aptitud ocurre en el sexto par de variables canónicas, específicamente en  $U_6$ , con su coeficiente que resultó -0,554 y donde es la segunda con mayor ponderación después de *Notas de Sexto Curso* que tiene un coeficiente igual que 0,807. Pero como se dijo anteriormente no hay interés en el estudio de este sexto par de variables canónicas porque su correlación con una valor igual que 0,267 no es significativo.

**Tabla 4.25**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Coefficientes de las Primeras Variables Canónicas de**  
**Desempeño antes de la ESPOL**

VECTOR	COEFICIENTES						
	$U_1$	$U_2$	$U_3$	$U_4$	$U_5$	$U_6$	$U_7$
<b>Desempeño Antes de la ESPOL</b>							
Notas de 1° a 5° curso	<b>0,520</b>	-0,209	-0,313	0,418	0,379	-0,445	<b>-1,161</b>
Matemáticas en el Pre Politécnico	0,283	0,007	-0,173	0,447	0,106	0,228	-0,129
Exámenes de Grado del Colegio	0,236	0,333	0,053	-0,070	-0,256	-0,385	-0,058
Prueba de Aptitud	0,207	-0,218	-0,495	-0,448	-0,257	<b>-0,554</b>	0,186
Química del Pre Politécnico	0,191	-0,013	-0,071	0,157	0,315	0,458	0,239
Física en el Pre Politécnico	0,186	-0,670	-0,501	-0,200	-0,091	0,348	0,423
Trabajos de Investigación del Colegio	0,168	-0,254	-0,021	-0,181	0,066	0,044	-0,068
Clasificación del Colegio	0,112	-0,071	0,522	<b>0,590</b>	-0,146	-0,316	0,029
Pre Politécnicos antes de Aprobar	0,052	-0,232	-0,401	-0,359	0,227	-0,038	-0,758
Forma de Ingreso	0,041	<b>1,224</b>	0,166	-0,026	-0,020	-0,398	-0,188
Años entre la Graduación del Colegio y el Ingreso a la ESPOL	0,039	-0,097	0,007	0,364	<b>-0,994</b>	0,296	-0,232
Notas de 6° curso	-0,187	-0,114	<b>1,041</b>	-0,533	-0,639	<b>0,807</b>	0,615

Los coeficientes de la variable canónica  $V_1$  se presentan en la Tabla 4.26. Nótese que está “dominada” por el *Promedio de Ciclo Básico* y el número de *Materias Aprobadas* de los estudiantes investigados, pues, sus coeficientes son 0,771 y 0,687 respectivamente. El número promedio de *Materias Tomadas* por Término es la variable de menor presencia en el vector  $V_1$ , así como el *Estatus Actual en la ESPOL* de los estudiantes investigados.

**Tabla 4.26**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Coefficientes de las Primeras Variables Canónicas de**  
**Desempeño al Ingresar a la ESPOL**

VECTOR	COEFICIENTES						
	$V_1$	$V_2$	$V_3$	$V_4$	$V_5$	$V_6$	$V_7$
Desempeño Antes de la ESPOL							
Estado Actual en la ESPOL	-0,031	0,676	0,038	1,116	0,881	-0,123	-0,090
Materias Aprobadas a la Cuarta Vez	-0,069	0,172	0,395	0,414	-0,085	-0,696	0,111
Materias Aprobadas a la Tercera Vez	-0,271	0,947	<b>1,948</b>	-1,405	-0,642	<b>-2,207</b>	-0,999
Materias Aprobadas Término	0,228	0,835	-0,624	-0,587	2,740	1,496	<b>1,780</b>
Materias Tomadas por Término	0,022	0,511	-0,210	0,174	-1,057	0,192	-1,152
Número de Años hasta para terminar "Ciclo Básico" o cambiar de Carrera	0,041	0,664	-0,301	-0,284	0,113	0,086	0,058
Número de Materias Aprobadas	-0,373	0,616	1,493	-1,424	1,925	-0,606	1,400
Número de Materias Tomadas	0,687	<b>-3,029</b>	-1,335	<b>3,590</b>	<b>-3,830</b>	0,541	-0,263
Promedio al Salir de Ciclo Básico	<b>0,771</b>	0,022	-1,105	-0,195	0,093	-0,766	-0,363
Promedio General	-0,091	-0,501	1,238	0,015	0,326	0,372	0,000
Semestres Regulares Registrado	0,089	0,174	-0,760	-1,347	-0,547	1,036	-0,341
Término no Regulares Registrado (cursos de invierno)	0,007	0,062	-0,286	-0,153	0,223	0,380	-1,263

Los coeficientes de la variable canónica  $V_1$  se presentan en la Tabla 4.26. Nótese que está “dominada” por el *Promedio de Ciclo Básico* y el número de *Materias Tomadas* de los estudiantes investigados, pues, sus coeficientes son 0,771 y 0,687 respectivamente. El número promedio de *Materias Tomadas por Semestre*, así como el *Estado Actual* de los

estudiantes investigados en la Politécnica del Litoral son las variables que reciben menor ponderación de acuerdo a los coeficientes calculados para estas variables.

En el Cuadro 4.12 se presentan las combinaciones lineales  $U_1$  y  $V_1$ , que son el primer par de variables canónicas y el único con una correlación significativa e igual que 0,735. A  $U_1$  se la ha denominado *Notas de Primero a Quinto Curso*, porque tiene el mayor coeficiente calculado. A  $V_1$  se la ha denominado Promedio de “Ciclo Básico” y *Número de Materias Tomadas* por ser éstas las variables dominantes.

**Cuadro 4.12**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Variables Canónicas entre Desempeño antes de la ESPOL y en la ESPOL**

**Notas de Primero a Quinto Curso**

$$U_1 = 0.520 \text{ Notas de Primero a Quinto Curso} + 0.283 \text{ Nota de Matemáticas en el Pre Politécnico} \\ + 0.236 \text{ Nota de Exámenes de Grado del Colegio} + 0.207 \text{ Nota de la Prueba de Aptitud} + \\ 0.191 \text{ Nota de Química del Pre Politécnico} + 0.186 \text{ Nota de Física en el Pre Politécnico} + \\ 0.168 \text{ Nota Final de Trabajos de Investigación del Colegio} + 0.112 \text{ Clasificación del} \\ \text{Colegio del que proviene} + 0.052 \text{ Número de Pre Politécnicos antes de Aprobar} + 0.041 \\ \text{Forma de Ingreso} + 0.039 \text{ Años entre la Graduación del Colegio y el Ingreso a la ESPOL} - \\ 0.187 \text{ Notas de Sexto Curso}$$

**Promedio de Ciclo Básico y Matemáticas del Pre Politécnico:**

$$V_1 = 0,771 \text{ Promedio de "Ciclo Básico"} + 0,687 \text{ Número de Materias Tomadas} - 0,373 \text{ Número} \\ \text{de Materias Aprobadas} - 0,271 \text{ Materias Aprobadas a la Tercera Vez} + 0,228 \text{ Materias} \\ \text{Aprobadas Término} - 0,091 \text{ Promedio General} + 0,089 \text{ Semestres Regulares Registrado} - \\ 0,069 \text{ Materias Aprobadas a la Cuarta Vez} + 0,041 \text{ Número de Años hasta para terminar} \\ \text{"Ciclo Básico"} \text{ o cambiar de Carrera} - 0,031 \text{ Estado Actual en la ESPOL} + 0,022 \text{ Materias} \\ \text{Tomadas por Término} + 0,007 \text{ Término no Regulares Registrado (cursos de invierno)}$$

$$\text{Corr}(U_1, V_1) = 0,735$$

## 4.8 ANÁLISIS DE CLUSTERS

El Análisis de Segmentación o Análisis de Clusters es utilizado para identificar conglomerados o grupos similares bajo ciertos criterios en una población o muestra. Para identificar estos conglomerados entre los individuos de este estudio primero se halla la distancia euclídea entre pares de observaciones estandarizadas. Luego mediante el método aglomerativo de Ward que se basados en las distancias calculadas se determinan progresivamente los conglomerados.

El “método aglomerativo” de Ward, que se ha utilizado, es también llamado Método de la Varianza Mínima, su algoritmo comienza considerando a cada elemento un conglomerado, luego desde la primera a la última observación la asigna en un conglomerado de tal manera que el incremento de la varianza luego de la unión sea mínima, su desventaja frente a métodos más conocidos como el “Vecino más Próximo”, “Vinculación entre Grupo” y “Vecino más Lejano” es que requiere mayor cantidad de cálculos, pues por cada observación, luego de las dos primeras, calcula la suma media de cuadrados (indicativo de la varianza) por cada conglomerado que ya tenga determinados. Una representación gráfica en dos dimensiones de los conglomerados se denomina Dendograma, en el que uno de los ejes coordenado representa los individuos (o variables) y el otro eje representa el nivel de similaridad entre los conglomerados.

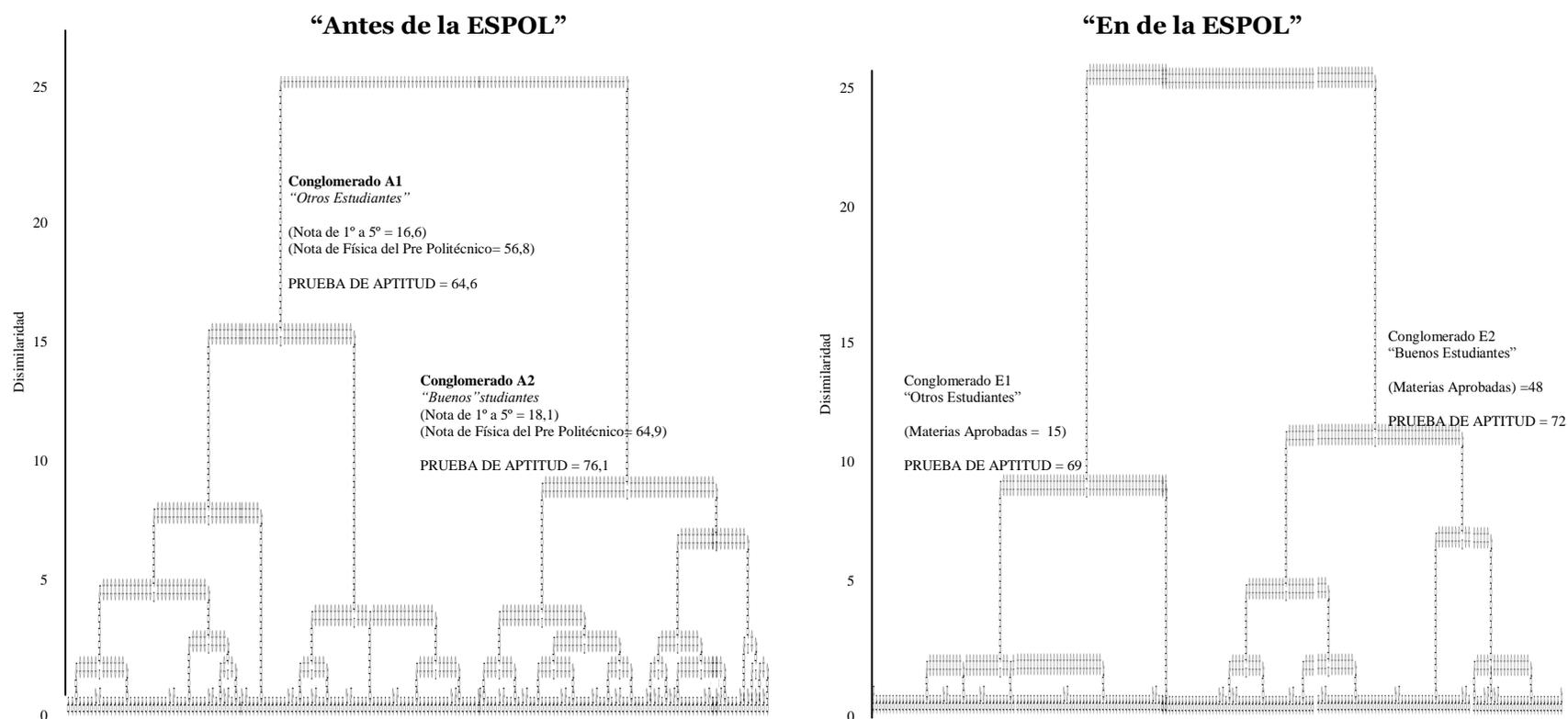
### **1. Identificación de conglomerados entre los estudiantes de la cohorte investigada “Antes de la ESPOL” y “Después de la ESPOL”**

Utilizando primero las variables que indican el desempeño de los estudiantes tanto en el colegio como en el Pre Politécnico, es decir *Antes de Ingresar a la ESPOL* y luego las variables que miden el *Desempeño en la ESPOL* se construyeron los Dendogramas mostrados en el Gráfico 4.1

Nótese que los estudiantes investigados de acuerdo a su desempeño “Antes de la ESPOL” y “En la ESPOL” se dividen en dos grupos muy diferenciados, la disimilaridad, que es una medida de la diferenciación entre estos dos grupos, es 25 en ambos casos. Los conglomerados de los estudiantes antes de ser estudiantes politécnicos se los ha rotulado como Conglomerado A1 y Conglomerado A2, y a los conglomerados de estudiantes según el rendimiento durante su estancia en la Politécnica como Conglomerado E1 y Conglomerado E2. Véase el Gráfico 4.1.

La diferencia en el desempeño de los estudiantes en cada grupo se hace mayor “En la ESPOL”, pues las líneas verticales, que representan disimilaridad tienen mayor longitud en el primer conglomerado que en el segundo.

**Gráfico 4.1**  
**La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico**  
**Dendograma de las Variables “Antes de la ESPOL” y “En de la ESPOL”**



En la Tabla 4.27 se muestran los cálculos de la media y la desviación estándar para cada variable, por grupo, en base a ésta se decidió identificar al Conglomerado A2, como el conglomerado de “Buenos estudiantes”, pues nótese que las medias de las calificaciones son mayores para este grupo, se destaca que la media de la Nota en Física de los “Buenos estudiantes” es aproximadamente sesenta y cinco, en tanto que para los “Otros” estudiantes es casi cincuenta y siete y el Promedio de Graduación del primer grupo citado es dieciocho y entre el segundo grupo citado es dieciséis.

**Tabla 4.27**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**VARIABLES QUE MIDEN EL DESEMPEÑO “ANTES DE LA ESPOL”**

<i>Proporción que representa</i>	Conglomerado A1		Conglomerado A2	
	<i>0,581</i>		<i>0,419</i>	
<b>Variables</b>	<b>Media</b>	<b>Desviación Estándar</b>	<b>Media</b>	<b>Desviación Estándar</b>
Nota de 1° a 5° curso	16,609	1,234	18,073	1,122
Nota de 6°	16,634	1,176	18,336	1,063
Exámenes de Grado	<b>16,404</b>	<b>1,711</b>	<b>18,204</b>	1,561
Trabajos de Prácticos	18,383	1,624	19,018	1,035
Promedio General	17,037	0,949	18,409	0,890
Forma de Ingreso	1,897	0,414	1,407	0,494
Matemáticas	61,744	6,305	68,907	10,500
Física	<b>56,821</b>	8,274	<b>64,917</b>	12,468
Química	58,256	6,837	64,213	6,989
Aptitud	<b>64,603</b>	22,502	<b>76,139</b>	11,140
Clasificación del Colegio	1,756	0,432	1,676	0,470
Especialización	2,641	0,483	2,787	0,411

Respecto al desempeño de los estudiantes en la ESPOL, también se distinguen dos grupos de estudiantes, los “Buenos” y los “Otros”, refiérase a la Tabla 4.28 para observar las medias obtenidas en cada variable por cada conglomerado. Destaca la diferencia de materias aprobadas entre grupos, pues en tanto que los “Buenos” estudiantes han aprobado en promedio 48,37 materias el “otro” grupo de estudiantes han aprobado en promedio sólo 15,53.

**Tabla 4.28**  
**La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico**  
**Variables que miden el Desempeño “En la ESPOL”**

	Conglomerado “Otros Estudiantes”		Conglomerado “Buenos Estudiantes”	
<i>Proporción que representa</i>	0,632		0,368	
<b>Variables</b>	<b>Media</b>	<b>Desviación Estándar</b>	<b>Media</b>	<b>Desviación Estándar</b>
Promedio General	6,975	0,346	7,323	0,414
Promedio en Ciclo Básico	6,921	0,328	7,235	0,434
Materias Aprobadas	<b>15,532</b>	12,532	<b>48,374</b>	8,437
Eficiencia	<b>0,499</b>	0,180	<b>0,858</b>	0,101
Materias Tomadas por Tercera Vez	1,286	1,404	1,061	1,522
Materias Tomadas por Cuarta Vez	0,935	1,104	0,098	0,368
PRUEBA DE APTITUD	69,012	3,568	72,213	2,868

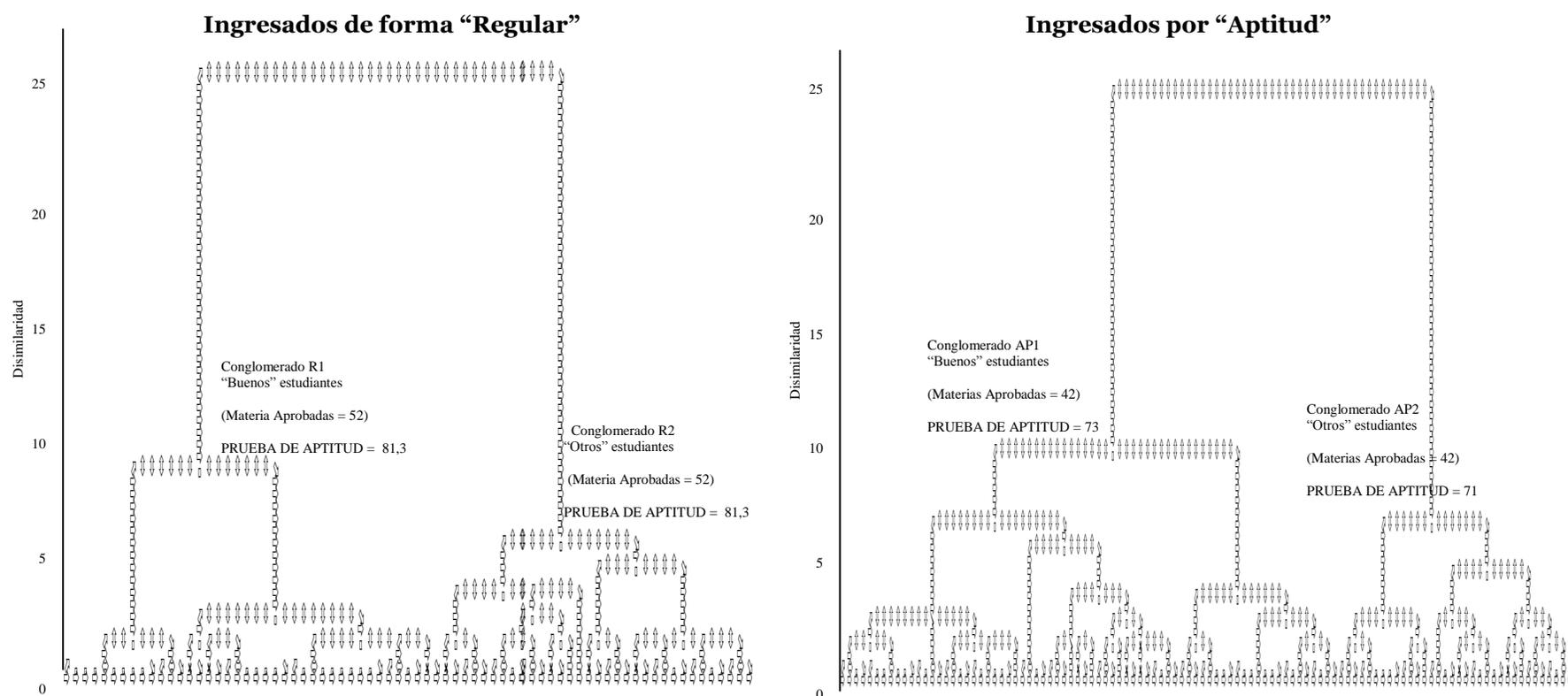
La variable *Prueba de Aptitud* no fue considerada para la construcción del Dendograma desempeño “en la ESPOL”, pero fue calculada para cada grupo identificado y está en la Tabla 4.28. Nótese que la media de la Prueba de Aptitud es 69,012 para el conglomerado de los estudiantes denominados “Otros”, que no tienen, en promedio, más de 15,5 materias aprobadas. En tanto que, la nota de la Prueba de Aptitud de los denominados “Buenos Estudiantes” es 72,213. La desviación estándar de la variable que se está analizando es, en los dos grupos relativamente alta.

## **2. Identificación de conglomerados entre los estudiantes que aprobaron por “Aptitud” y los que aprobaron de forma “Regular” el Pre Politécnico.**

Para la construcción de los dendogramas presentados en el Gráfico 4.3 se dividió a la cohorte investigada en dos grupos, los que aprobaron el Pre Politécnico de forma “Regular” y los que aprobaron por “Aptitud”.

Nótese que entre los estudiantes que aprobaron el ingreso a la Politécnica de forma “Regular” hay dos grupos, los de aprovechamiento “Bueno” y “Otros” estudiantes con rendimiento menor. En la Tabla 4.29 se presentan las medias de las variables que miden el desempeño escolar, tanto en el colegio, como en el Pre Politécnico y en al ESPOL de los estudiantes que *no* necesitaron de la Prueba de Aptitud para aprobar.

**Gráfico 4.2**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Dendograma de estudiantes que aprobaron por “Aptitud” y de forma “Regular”**



**Tabla 4.29**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Descripción de los estudiantes que ingresaron a la ESPOL**  
**de forma “Regular”**

<i>Proporción que representa</i>	Conglomerado R1		Conglomerado R1	
	0,541		0,459	
Variables	Media	Desviación Estándar	Media	Desviación Estándar
Nota de 1° a 5° curso	18,472	0,928	16,654	1,304
Nota de 6°	18,598	0,913	17,020	1,144
Exámenes de Grado	18,510	1,334	16,742	1,678
Trabajos de Prácticos	19,236	0,844	18,237	1,541
Promedio de Graduación	18,706	0,737	17,165	1,002
Matemáticas	<b>76,250</b>	9,156	<b>66,882</b>	5,454
Física	75,250	9,287	66,147	6,243
Química	69,225	6,146	63,647	3,708
Prueba de Aptitud	<b>81,350</b>	11,641	<b>62,235</b>	24,581
Clasificación del Colegio	1,850	0,362	1,647	0,485
Especialización	2,900	0,304	2,529	0,507
Promedio General	7,505	0,466	6,934	0,316
Promedio en Ciclo Básico	7,545	0,516	6,896	0,288
Materias Aprobadas	<b>52,125</b>	5,603	<b>33,412</b>	16,271
Eficiencia	<b>0,887</b>	0,104	<b>0,657</b>	0,201
Materias Tomadas por Tercera Vez	<b>0,400</b>	0,672	<b>1,706</b>	1,993
Materias Tomadas por Cuarta Vez	0,075	0,267	0,412	1,019

Refiérase al Gráfico 4.2 para identificar los conglomerados AP1 y AP2, los estudiantes de por “Aptitud” con buen aprovechamiento y de aquellos con menor rendimiento. El perfil de los estudiantes de los conglomerados identificados es el siguiente:

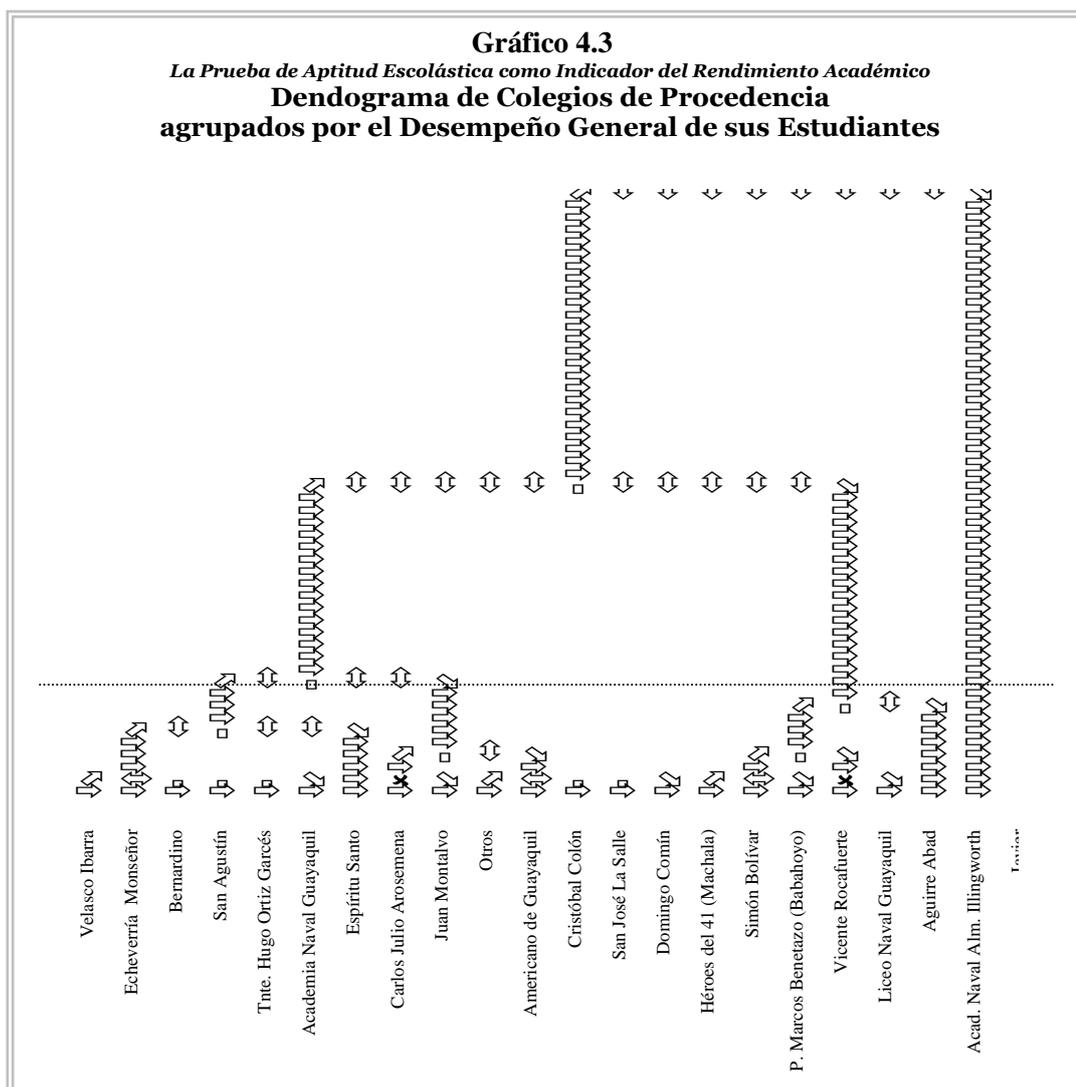
*La nota de los Exámenes de Grado* es de 18 para el grupo de “buenos estudiantes” y de 16 para el “otro” grupo. Los estudiantes con mayor aprovechamiento tienen en promedio 41 materias aprobadas, en tanto que los “otros” estudiantes 17. La variable número de materias tomadas por *Tercer Vez* indica que aún los “buenos” estudiantes que aprobaron por “Aptitud” toman en promedio una materia por tercera vez y 0,2 por cuarta vez, estos promedios por su puesto son mayores entre los “otros” estudiantes. Ver tabla 4.30.

**Tabla 4.30**  
***La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico***  
**Descripción de los estudiantes que ingresaron a la ESPOL por “Aptitud”**

<i>Proporción que representa</i>	<b>Conglomerado AP1</b>		<b>Conglomerado AP2</b>	
	<i>0,679</i>		<i>0,321</i>	
<b>Variables</b>	<b>Media</b>	<b>Desviación Estándar</b>	<b>Media</b>	<b>Desviación Estándar</b>
Nota de 1° a 5° curso	17,845	1,106	16,441	1,092
Nota de 6°	17,959	1,254	16,587	1,217
Exámenes de Grado	<b>17,969</b>	1,576	<b>16,039</b>	1,762
Trabajos de Prácticos	18,974	1,202	18,247	1,470
Promedio de Graduación	18,218	0,890	16,830	0,836
Matemáticas	61,889	8,767	61,177	5,760
Física	55,208	8,003	54,706	8,089
Química	58,931	6,048	57,588	7,415
Clasificación del Colegio	1,639	0,484	1,735	0,448
Especialización	2,750	0,436	2,677	0,475
Promedio General	7,275	0,294	6,832	0,228
Promedio en Ciclo Básico	7,114	0,245	6,783	0,207
Materias Aprobadas	<b>41,667</b>	15,350	<b>17,677</b>	11,332
Eficiencia	<b>0,755</b>	0,199	<b>0,452</b>	0,145
Materias Tomadas por Tercera Vez	<b>1,000</b>	1,222	<b>1,765</b>	1,597
Materias Tomadas por Cuarta Vez	0,194	0,547	1,118	1,038
PRUEBA DE APTITUD	72,917	9,166	71,294	11,493

### 3. Colegios de Procedencia

El Gráfico 4.3 agrupa a los colegios de acuerdo al desempeño de sus bachilleres a lo largo de su vida estudiantil. La lista de colegios corresponde a la mostrada en el Capítulo 3, son los colegios con mayor proporción de bachilleres en la cohorte investigada, los colegios con menor proporción de estudiantes se identifican como otros. Se ha trazado una línea vertical en el dendograma para decidir el número de conglomerados a analizar, al nivel de disimilaridad de la línea trazada se tienen cuatro conglomerados.



El nombre de los colegios clasificados en cada grupo se muestra también en la Tabla 4.22. Nótese que el grupo 2 contiene mayor cantidad de colegios porque están incluidos los otros colegios.

**Tabla 4.22**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Descripción de los estudiantes que ingresaron a la**

<b>Grupo 1</b>	<b>Grupo 2</b>	<b>Grupo 3</b>	<b>Grupo 4</b>
Velasco Ibarra	Juan Montalvo	Simón Bolívar	Javier
Echeverría Monseñor Bernardino	Americano de Guayaquil	P. Marcos Benetazo (Babahoyo)	
San Agustín	Cristóbal Colón	Vicente Rocafuerte	
Tnte. Hugo Ortiz Garcés	San José La Salle	Liceo Naval Guayaquil	
Academia Naval Guayaquil	Domingo Comín	Aguirre Abad	
Espíritu Santo	Héroes del 41 (Machala)	Acad. Naval Alm. Illingworth	
Carlos Julio Arosemena	Otros		

En la Tabla 4.23 se muestran las medias de las variables de desempeño de los estudiantes por grupos de colegios, el perfil de los estudiantes de acuerdo al *Colegio de Procedencia* es el siguiente:

Los estudiantes del grupo 1 de colegios, donde la institución educativa con mayor ponderación de bachilleres en la cohorte investigada Academia Naval Guayaquil y San Agustín, tienen la mayor cantidad de materias aprobadas 50.52, el más alto Promedio de Graduación 18,55, las mayores notas promedio de Matemáticas, Química y en la Prueba de Aptitud y tienen en promedio 0,0 materias tomadas por cuarta vez.

**Tabla 4.23**  
**La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico**  
**Desempeño de los Estudiantes por Colegio**

	Grupo 1		Grupo 2		Grupo 3		Grupo 4	
<i>Proporción</i>	<i>0,298</i>		<i>0,493</i>		<i>0,190</i>		<i>0,019</i>	
<b>Variables</b>	<b>Media</b>	<b>Desviación Estándar</b>	<b>Media</b>	<b>Desviación Estándar</b>	<b>Media</b>	<b>Desviación Estándar</b>	<b>Media</b>	<b>Desviación Estándar</b>
Promedio de 1° a 5° Curso	18,070	0,861	<b>17,253</b>	1,419	17,405	1,432	17,619	1,278
Promedio de 6° Curso	18,575	0,952	17,554	1,353	<b>17,497</b>	1,477	17,801	1,294
Exámenes de Grado	17,100	2,796	17,646	1,798	17,306	1,801	17,599	1,933
Trabajos de Prácticos	18,458	0,533	18,604	1,579	<b>18,831</b>	1,275	18,732	1,376
Promedio de Graduación	<b>18,055</b>	1,043	17,830	1,149	17,761	1,173	17,938	1,105
Matemáticas	<b>73,500</b>	14,248	67,714	9,401	65,407	9,221	65,236	9,983
Física	61,750	12,920	64,571	10,882	61,593	12,403	61,345	10,822
Química	<b>63,000</b>	10,739	61,171	7,205	61,648	8,092	62,109	6,666
Aptitud	<b>76,250</b>	11,587	65,743	22,933	72,231	16,900	72,709	15,384
Promedio General	7,188	0,300	7,127	0,347	7,159	0,458	7,195	0,409
Promedio en Ciclo Básico	7,110	0,393	7,065	0,293	7,109	0,489	7,083	0,388
Materias Aprobadas	<b>50,250</b>	7,544	46,714	17,274	37,242	19,041	37,436	17,597
Eficiencia	0,854	0,141	0,700	0,221	0,684	0,262	0,690	0,230
Materias Aprobadas a la Tercera Vez	2,241	1,893	3,005	1,903	2,110	1,206	3,123	1,501
Materias Aprobadas a la Cuarta Vez	<b>0,000</b>	0,000	1,604	0,946	1,851	0,655	2,621	1,052
Forma Ingreso	7,018	1,821	7,824	1,532	7,114	2,153	7,750	1,893

Los estudiantes del grupo 2, donde domina en proporción el colegio San José La Salle, tienen el segundo mayor promedio en Eficiencia Académica en la ESPOL, el segundo mayor promedio en Matemáticas del Pre Politécnico y el más alto en Física, el más bajo promedio en la Prueba de Aptitud. El promedio de materias aprobadas es 46 y el número promedio materias que toman por tercera vez es 3.005.

Los estudiantes del grupo 3, donde predominan los tradicionales colegios nacionales masculinos, tienen el más bajo Promedio de Sexto curso, tienen el más bajo Promedio de Graduación, el valor promedio de la eficiencia

es 0,684 y el número promedio de materias aprobadas es 37,242.

Los estudiantes del grupo 4, que está compuesto solamente por el colegio Javier y representan aproximadamente el 2% de los estudiantes de la cohorte, tienen en promedio alrededor de 37 materias aprobadas y una eficiencia académica de 0,690, es decir, aprueban 7 de cada 10 materias .

## 4.9 ANÁLISIS DISCRIMINANTE

El Análisis Discriminante involucra el cálculo de funciones discriminantes, tales que al evaluar las observaciones de un individuo investigado en dicha función el resultado permita clasificar al individuo como miembro de una población u otra previamente identificada.

### 1. *Estado Actual del estudiante*

Se presentarán funciones discriminantes con las que se intenta clasificar estudiantes como miembros del Grupo 1, Grupo 2 o Grupo 3, donde cada grupo está determinado por el *Estado Actual*\*\* del estudiante, el número de materias aprobadas y el número de materias en las que ha estado “a prueba”. Así serán los estudiantes investigados serán clasificados como integrantes de cada grupo de acuerdo a lo mostrado en el Cuadro 4.13.

<b>Cuadro 4.13</b>	
<b><i>La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico</i></b>	
<b>Identificación de los sub Grupos de la cohorte investigada</b>	
Grupo C u “ <i>Otros</i> ” (Proporción respecto al total de la cohorte investigada: 0,253):	<ul style="list-style-type: none"> <li>Si han “Perdido Carrera” o si tienen menos de 20 materias aprobadas.</li> <li>Tienen más de 20 materias aprobadas, pero han estado a prueba 4 veces o más.</li> </ul>
Grupo B o <i>Grupo Medio</i> (Proporción respecto al total de la cohorte investigada: 0,371):	<ul style="list-style-type: none"> <li>Tienen entre 20 y 45 materias aprobadas, o</li> <li>Han perdido carrera alguna vez y no están egresados, o</li> <li>Han estado a prueba más de una vez.</li> </ul>
Grupo A ó <i>Grupo de Éxito</i> (Proporción respecto al total de la cohorte investigada: 0,376):	<ul style="list-style-type: none"> <li>Están graduados o egresados ó</li> <li>No están graduados o egresados pero tienen 45 o más materias aprobadas y no han estado a prueba más de una vez y no ha perdido carrera.</li> </ul>

\*\* El *Estado Actual* puede ser: Graduado, Egresado, Activo, Inactivo, A Prueba, ver más detalles en el Capítulo 2, Sección 5

Las variables con las que se construirá la función discriminante se listan en la Tabla 4.31, en ella también se muestran los resultados de la prueba de medias que indica que no se rechaza que las medias calculadas en los diferentes grupos de la variable *Clasificación del Colegio* y *Especialización* del bachiller, esto indica que estas variables no son efectivamente discriminantes como se verá más adelante.

**Tabla 4.31**  
**La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico**  
**Prueba de Hipótesis Respecto a las Medias de las Variables Discriminatorias**

$H_0$ : Las medias de cada variable correspondientes en cada grupo son iguales  
Vs.

$H_1$ : No es cierto  $H_0$

Variables Discriminatorias	Wilks' Lambda	Estadístico de Prueba, F	Valor p
Nota de 1° a 5° curso	0,822	19,760	0,000
Nota de 6°	0,881	12,415	0,000
Exámenes de Grado	0,922	7,772	0,001
Trabajos de Prácticos	0,938	6,067	0,003
Promedio General	0,826	19,318	0,000
Forma de Ingreso	0,909	9,185	0,000
Matemáticas	0,863	14,537	0,000
Física	0,884	12,047	0,000
Química	0,920	7,919	0,001
Aptitud	0,928	7,054	0,001
Clasificación del Colegio	0,823	6,452	0,003
Especialización	0,996	0,376	0,687

Elaborado por: M. Granda

En la Tabla 4.32 se muestran los coeficientes que acompañan a cada variable de las Funciones Discriminantes. Nótese que no constan en esta tabla la variable referente a la especialización; la clasificación del Colegio, se refiere a la clasificación hecha en la sección anterior.

**Tabla 4.32**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Coefficientes de las Funciones Discriminante**

<b>Variabes</b>	<b>1</b>	<b>2</b>
Nota de 1° a 5° Curso de Colegio	0,611	0,364
Nota de 6° Curso de Colegio	-0,466	0,805
Exámenes de Grado de Colegio	0,117	1,052
Trabajos de Prácticos e Investigación (Colegio)	0,272	0,705
Promedio General de la ESPOL	0,322	-2,574
Forma de Ingreso	-0,169	1,026
Matemáticas del Pre Politécnico	0,362	0,250
Física del Pre Politécnico	0,093	0,821
Química del Pre Politécnico	0,193	0,322
Prueba de Aptitud	0,216	0,254
Clasificación del Colegio	0,214	0,250

Nótese en la Tabla 4.33 que la probabilidad de que un estudiante del Grupo C sea clasificado como del Grupo C es 0,553, la probabilidad de que un estudiante del Grupo B sea clasificado correctamente es 0,547 y aunque las funciones clasifiquen correctamente a los estudiantes es 0,602, la probabilidad de que un estudiantes del Grupo A sea clasificado correctamente es 0,680.

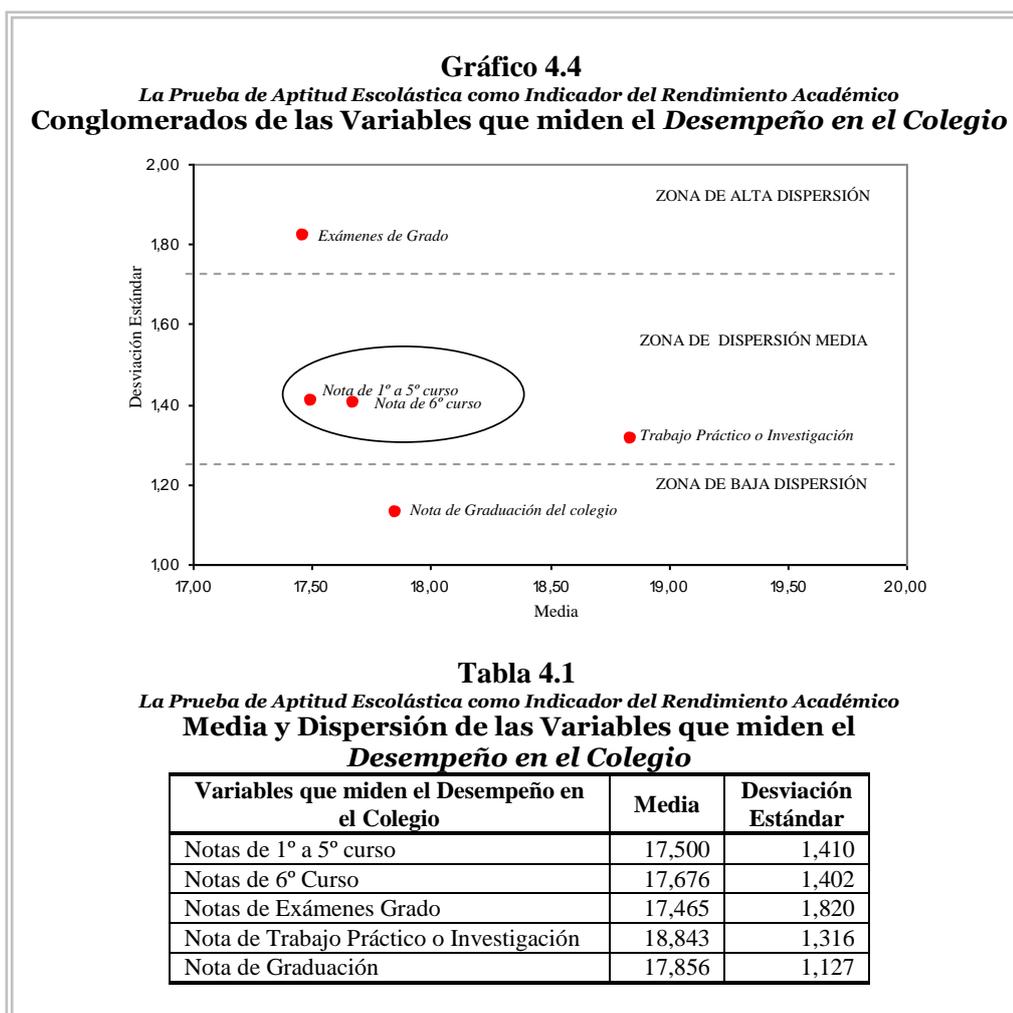
**Tabla 4.33**  
*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Poder de Clasificación de las Funciones Discriminantes**

	<b>Grupo C</b>	<b>Grupo B</b>	<b>Grupo A</b>	<b>Marginal de</b>
<b>Grupo C</b>	0.553	0.277	0.170	1.000
<b>Grupo B</b>	0.203	0.547	0.250	1.000
<b>Grupo A</b>	0.067	0.253	0.680	1.000
60.2% de clasificaciones correctas				

## 4.10 ANÁLISIS DE CONGLOMERADOS

### 4.5.1. Variables referentes al *Desempeño en el Colegio*

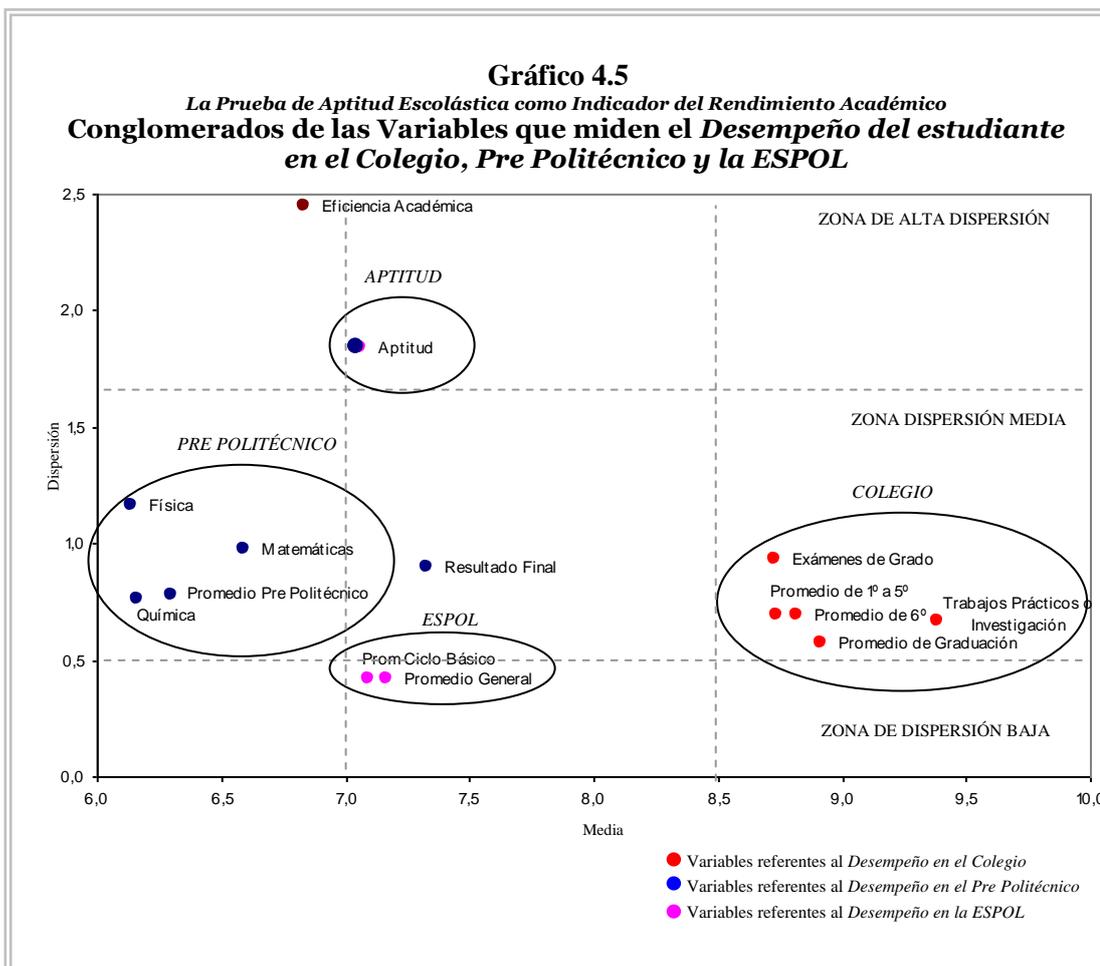
El Gráfico 4.4 permite comparar las variables referentes al *Desempeño en el Colegio* de los estudiantes de la cohorte investigada utilizando sus medidas de tendencia central y dispersión, dadas por la media y la desviación estándar respectivamente. Nótese que las *Notas de Primero a Quinto Curso* y las *Notas de Sexto Curso* forman un conglomerado de baja



media y dispersión media. *Exámenes de Grado* es la variable que presenta la menor media y la más alta dispersión. La nota de *Trabajo Práctico o Investigación* destaca como la variable con más alta media y su dispersión calculada está en la Zona de Dispersión Media.

### 4.5.2. Variables referentes al *Desempeño en el Colegio el Pre Politécnico y la ESPOL*

Para estudiar en conjunto la media y la desviación estándar de las variables que miden el desempeño de los estudiantes investigados tanto en el colegio, el Pre Politécnico como en la ESPOL, se ha debido llevar a una



misma escala a las notas de tal manera que todas estén entre cero y diez.

Nótese en el Gráfico 4.5 que hay cuatro conglomerados bien definidos, el conglomerado de notas del *Colegio*, el conglomerado de notas del *Pre Politécnico*, el conglomerado de notas de la *ESPOL* y la *Prueba de Aptitud* está apartado de los tres anteriores.

Por su ubicación en el eje de la *Media* podemos decir que el *Colegio* es “fácil”, respecto al *Pre Politécnico* y la *ESPOL*, pues este conglomerado se encuentra sobre valores mayores a 8,5 de un máximo de diez y en la zona de dispersión media. El *Pre Politécnico* es “difícil”, respecto a la *ESPOL* y el *Colegio* pues en este conglomerado las calificaciones presentan las más bajas medias y se ubica también en la zona de dispersión media. La ubicación del conglomerado *ESPOL*, indica que a los estudiantes investigados esta institución no se les ha hecho tan “fácil” como el *Colegio*, pero sí menos “difícil” que el *Pre Politécnico*. El conglomerado de desempeño en la *ESPOL* se encuentra en la zona de más baja dispersión. Por otro lado, la *Prueba de Aptitud*, se encuentra en la zona de mayor dispersión.

El Resultado Final está en función de las notas del *Pre Politécnico* y de la *Prueba de Aptitud* (véase Expresión 1 en el Capítulo 1), esta función altera dichas notas, así se justifica que el denominado Resultado Final no esté dentro del conglomerado identificado como *Pre Politécnico*.

## 4.11 ANÁLISIS DESCRIPTIVO MULTIVARIADO

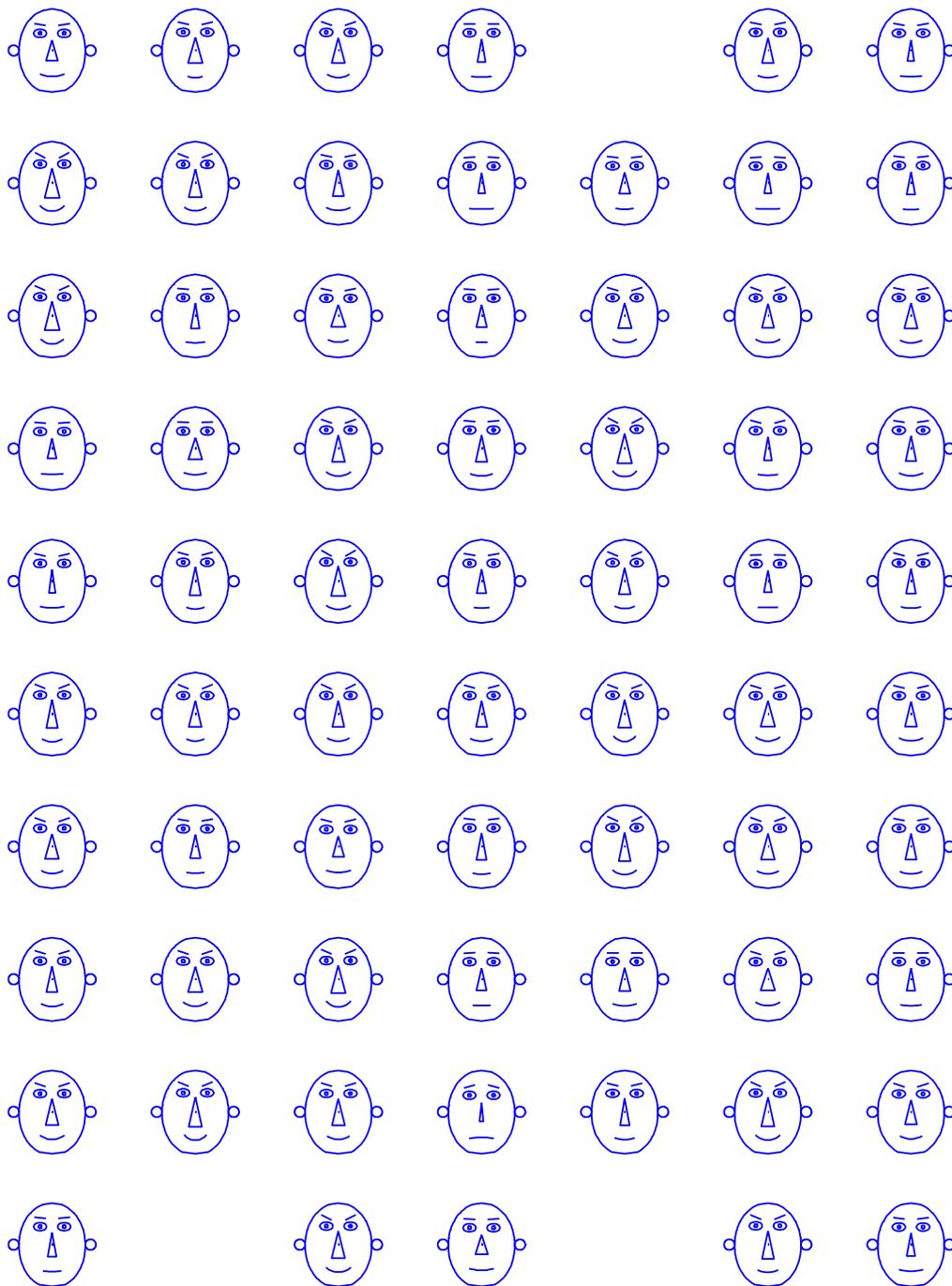
---

Mediante métodos gráficos como las Caras de Chernof y los Gráficos de Andrews pueden caracterizarse uno a uno los individuos de una población o muestra estudiada. En el caso de la primera técnica gráfica sólo se la ha realizado para 70 estudiantes.

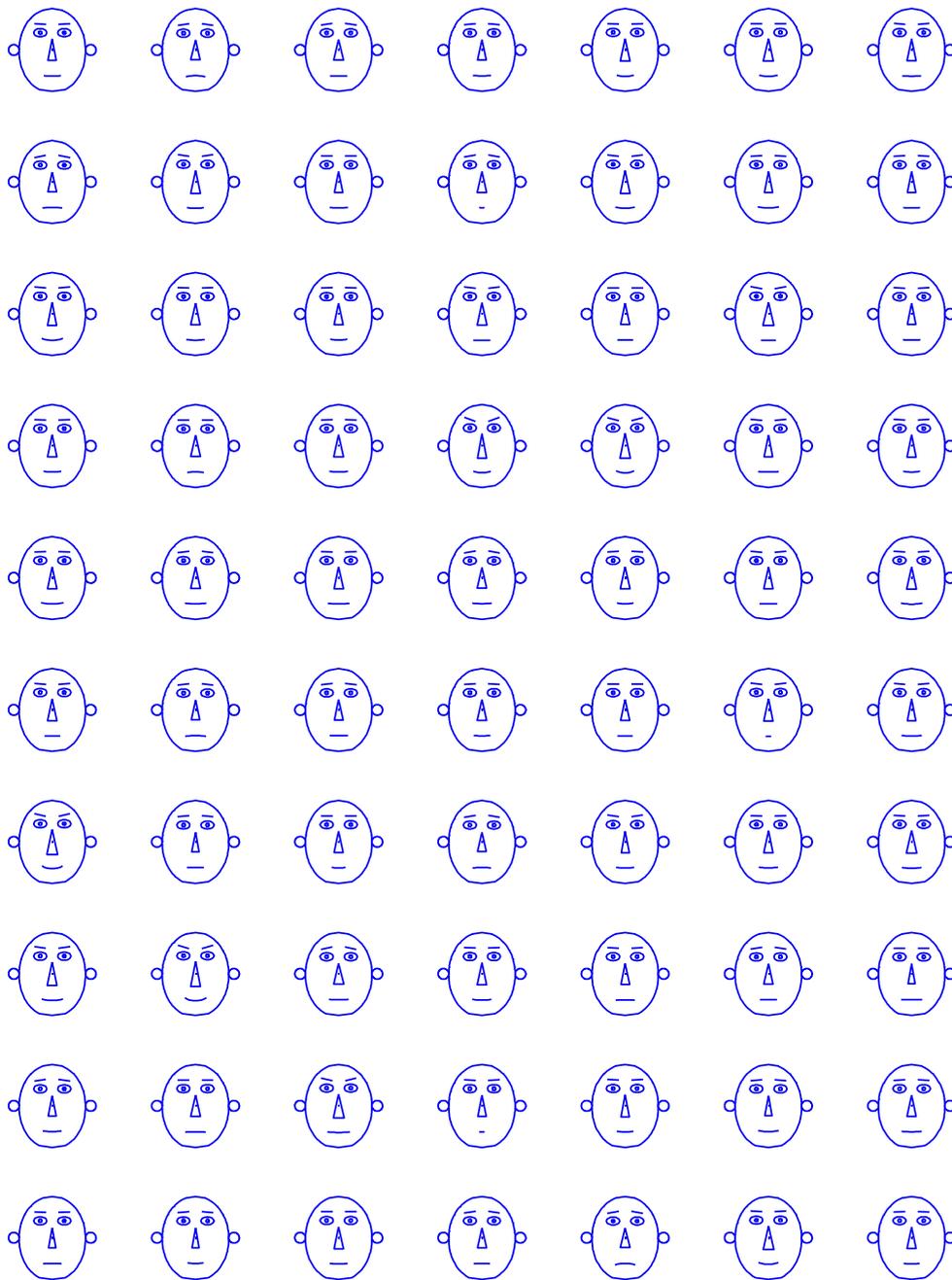
Las Caras de Chernof son determinadas por no más de siete variables, cada una de las cuales determina la forma de las facciones de la cara. El Gráfico 4.6 muestra las “caras de Chernof de los estudiantes en el colegio”, es decir, se han realizado los gráficos con las variables que miden el desempeño de los estudiantes en el Colegio, nótese que la variable que da forma a la boca en este caso, hacen que las caras luzcan “felices”. El Gráfico 4.7 muestra las “caras de Chernof de los estudiantes en el Pre Politécnico” y el Gráfico 4.8 las “caras de Chernof de los estudiantes en la ESPOL”.

Los gráficos de Andrews se los construye teniendo en cuenta las respuestas de los entrevistados y con soporte de series de Fourier. Cada serie en este tipo de gráficos representa las características de un individuo. Las series que se alejan del patrón dado por las demás indican que los individuos a los que les corresponden dichas tienen ciertas características diferentes a la de los otros.

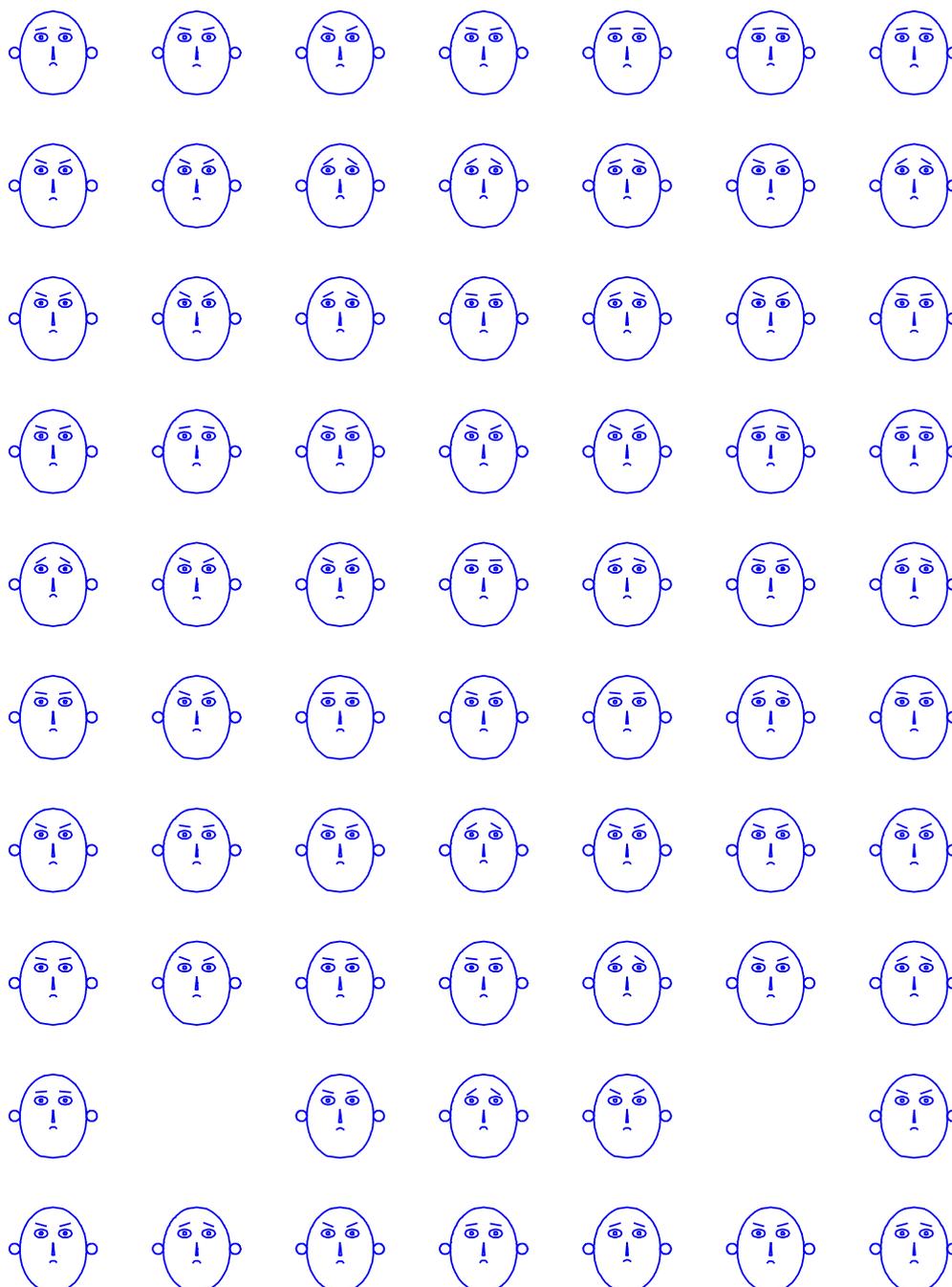
**Gráfico 4.6**  
**La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico**  
**Caritas de Chernof de Desempeño en el Colegio**



**Gráfico 4.7**  
**La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico**  
**Caritas de Chernof de Desempeño en el Pre Politécnico**

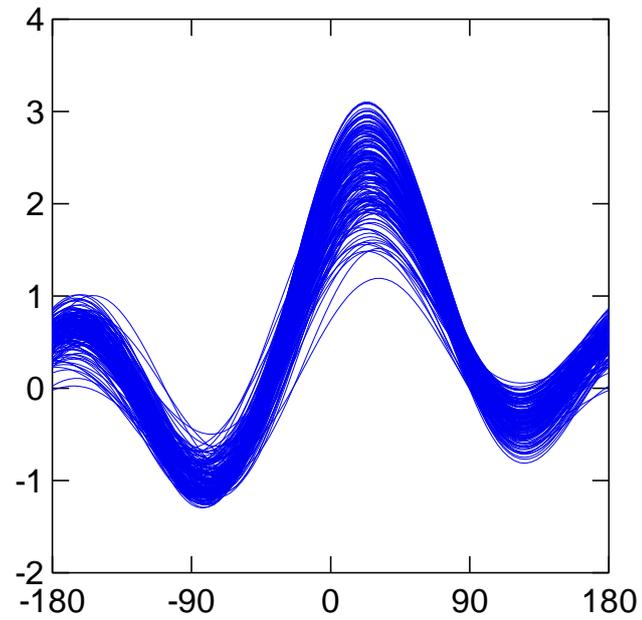


**Gráfico 4.8**  
**La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico**  
**Caritas de Chernof de Desempeño en la ESPOL**



**Gráfico 4.9**

*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Series de Andrews de las variables que miden el**  
*Desempeño en el Colegio*

**Gráfico 4.10**

*La Prueba de Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico*  
**Series de Andrews de las variables que miden el**  
*Desempeño en el Pre Politécnico*

