

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS CÁLCULO DIFERENCIAL SEGUNDA EVALUACIÓN 04 de Febrero de 2011 Nombre: #Matrícula:..... Firma:..... Paralelo:.....	CALIFICACIÓN	
	TEMA 1	
	TEMA 2	
	TEMA 3	
	TEMA 4	
	BONUS	
	TOTAL EXAMEN	
	DEBERES Y LECCIONES	
	TOTAL	

TEMA 1 (17 puntos)

- a) Enuncie y demuestre el Teorema de Rolle. **(VALOR 12 puntos)**
- b) Utilizando el polinomio de Taylor de primer orden o similarmente diferenciales, calcule $\arcsin(0.49)$. **(VALOR 5 puntos)**

TEMA 2 (16 puntos)

a) Determine $\frac{d^2y}{dx^2}$, si $y = f(\ln(x))$. (VALOR 6 puntos)

b) Calcule el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin(x)}{x - \tan(x)}. \quad (\text{VALOR 5 puntos})$$

c) Suponga que la ecuación dada a continuación define una función derivable respecto a x .
Encuentre $\frac{dy}{dx}$, por medio de derivación implícita, si

$$xy + \sin(xy) = 1. \quad (\text{VALOR 5 puntos})$$

TEMA 3 (15 puntos)

- a) Un cartel publicitario debe tener 100 pulgadas cuadradas para el espacio impreso con márgenes superior e inferior de 3 pulgadas cada uno y cada margen lateral de 2 pulgadas. ¿Qué dimensiones del cartel requerirán el menor papel posible?. (**VALOR 8 puntos**)
- b) Bosqueje la gráfica de una función de variable real f tal que
- i.) f es continua y diferenciable en $\mathbb{R}$.
 - ii.) $f(-1) = f(2) = 0$; $f(0) = -2$; $f(1) = -4$.
 - iii.) $\forall x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty), f'(x) > 0$.
 - iv.) $\forall x \in (-1, 1), f'(x) < 0$.
 - v.) $\forall x \in (-\infty, 0), f''(x) < 0$.
 - vi.) $\forall x \in (0, +\infty), f''(x) > 0$. (**VALOR 7 puntos**)

TEMA 4 (12 puntos)

- a) Decimos que una función $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ es *convexa* o *cóncava hacia arriba* en $\mathbb{R}$ si $f(tx + (1 - t)y) \leq tf(x) + (1 - t)f(y)$, para todo $x, y \in \mathbb{R}$, $t \in [0, 1]$.
Suponga que $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ es una función convexa y derivable. Demuestre que $f(x) \geq f(c) + f'(c)(x - c)$, para todo $x, c \in \mathbb{R}$. (**VALOR 7 puntos**)
- b) Sea $f : (a, b) \mapsto \mathbb{R}$ una función derivable en el intervalo abierto (a, b) . Demuestre que entre distintos ceros sucesivos de f' solo puede haber a lo más un cero de f . (**VALOR 5 puntos**)

BONUS (30 puntos, opcional) Sea $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ derivable, con derivada f' no necesariamente continua. Califique la siguiente proposición como Verdadera o Falsa y justifique rigurosamente su respuesta: “Dado cualquier intervalo $[a, b]$, y dado c entre $f'(a)$ y $f'(b)$ existe por lo menos un punto $x_0 \in [a, b]$ tal que $f'(x_0) = c$ ”.

Observación: Recuerde que si la suma de las calificaciones de las preguntas que no son del tipo Bonus (Temas 1-4) con la calificación de la pregunta tipo Bonus que el estudiante ha optado por desarrollar llegara a ser superior a la nota máxima del Examen, entonces el resultado final del Examen será el equivalente al 100% de la nota del Examen.