ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS

ECUACIONES DIFERENCIALES

SEGUNDA EVALUACIÓN Febrero 4 de 2011

CALIFICACIÓN	
TEMA 1	
TEMA 2	
TEMA 3	
TEMA 4	
TEMA 5	
TEMA 6	
TOTAL EXAMEN	

Nombre: ....

Paralelo: .... **# Matrícula:** ………………………

TEMA 1

Utilizando series de potencias en x determinar la solución general de la siguiente ecuación diferencial: $x(x-1)y'' - (1-3x)y' + y = 0$, identificando las funciones elementales a las cuales converge las dos soluciones linealmente independientes. ***(12 puntos)***

TEMA 2

Determinar la solución del problema de valor inicial: ***(12 puntos)***

$$y'' + 4y' + 4y = f(t); \quad y(0) = 1, y'(0) = -1 \;\; y \;\; f(t) = \begin{cases} 0 & , \quad t \le 2 \\ e^{-(t-2)} & , \quad t > 2 \end{cases}$$

TEMA 3 ***(10 puntos)***

Demostrar que: Si f y g son funciones continuas por tramos en el intervalo $[0,+\infty)$ y exponencial acotada función, entonces $L((f*g)(t)) = L(f(t))L(g(t))$

TEMA 4 ***(12 puntos)***

Un resorte se estira 50 cm cuando se le adhiere un peso de 4.5 N. Dicho resorte es suspendido del techo y en el extremo libre se coloca una masa de 1 kg, la cual se suelta desde el reposo a 1 m por debajo de la posición de equilibrio y empieza a vibrar. En el tiempo $t = \frac{\pi}{2}$ segundos, la masa es golpeada verticalmente hacia arriba con una fuerza de 3 N. Determinar:

a) La posición de la masa con respecto a la posición de equilibrio en todo tiempo t.

b) Determine la posición de la masa en $t = \frac{\pi}{4}$ y en el tiempo $t = \pi$

TEMA 5 ***(12 puntos)***

Utilizando el método de operadores diferenciales , determinar la solución general del siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:
$$\begin{cases} x''(t) + y'(t) - x(t) + y(t) & = & 1 \\ y''(t) + x'(t) - x(t) + y(t) & = & 0 \end{cases}$$

TEMA 6 ***(12 puntos)***

Dada la función $f(t) = \begin{cases} 0 & , \quad -1 < t < 0 \\ t & , \quad 0 < t < 1 \end{cases}; \quad f(t+2) = f(t)$

a) Grafique f y determine su desarrollo como una serie de Fourier.

b) Usando el resultado del literal a) y el teorema de convergencia, calcular la suma de la serie numérica: $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$