

USANDO SINGLE VALUE DECOMPOSITION, PROPONER UNA SEÑAL QUE PERMITA IDEALMENTE CANCELAR CASI CUALQUIER TIPO DE INTERFERENCIA EN UN CANAL ALÁMBRICO

Adrian Gabriel Loiza Collantes
Joan Mabel Villon Pineda
Facultad de Ingeniería en Electrónica y Telecomunicaciones (FIEC)
Escuela Superior Politécnica del Litoral (ESPOL)
Campus Gustavo Galindo, Km 30.5 Vía Perimetral
Apartado 09-01-5863. Guayaquil, Ecuador
adrianloaiza@gmail.com
joanvillon@hotmail.com
Msc. Hernan Cordova
hcordova@fiec.espol.edu.ec

Resumen

El siguiente estudio de graduación se enfoca en analizar dos métodos para cancelar los diferentes tipos de interferencias como FEXT, NEXT y otras, que existen en un medio de transmisión alámbrico, de estos métodos el que vamos a detallar y simular en la herramienta matemática MATLAB es el de Singular Value Decomposition, también realizaremos el cálculo de la capacidad del canal para cada usuario con el fin de comparar las tasas de descarga antes y después de optimizar el sistema.

Palabras Claves: ADSL2, FEXT, NEXT, SVD, QR, capacidad del canal

Abstract

The following study focuses in analyzing two methods to cancel the different kinds of interferences as FEXT, NEXT and many others, that may exist in a transmission line or wired channel, of this methods the one that we are going to detail and simulate over the mathematical tool MATLAB is the Singular Value Decomposition, also we calculate the channel capacity for each user with the purpose of comparing the downstream rate before and after system optimization.

Keywords: ADSL2, FEXT, NEXT, SVD, QR, channel capacity

1. Introducción

Cuando la tasa de bits en dirección de upstream es mayor que la tasa de bits en dirección de downstream, se denomina asymeric digital subscriber line (ADSL). ADSL es utilizado en aplicaciones como video sobre demanda, juegos en red, navegación en internet entre otras aplicaciones, donde la mayor parte de datos viajan desde la oficina central hacia el abonado. El

existente estándar para ADSL soporta tasas de bits de 64 a 8000 kbits/s en downstream y de 32 a 800 kbits/s en el upstream; ADSL2 desde los 12 Mbits/s en descarga y 1.3 Mbits/s. Finalmente tenemos el estándar very-high-speed digital subscriberlines (VDSL), el cual soporta tasas de datos simétricas y asimétricas, logrando así velocidades superiores a 52 Mbits/s. [1]

Algunos factores importantes para considerar en la red de acceso son: el tipo y calidad de los cables, longitud de los cables y topología de la red.

Como el despliegue de la red telefónica ha tomado lugar durante varios años, la calidad y topología de la red difiere entre países y entre regiones. Generalmente la calidad de la red es mucho mejor en países que desarrollaron sus sistemas telefónicos más tarde; debido a que la longitud promedio de los cables es menor y las características de transmisión frecuentemente son mejores. La longitud de un cable es un factor muy importante debido a que largos cables atenúan más la señal, lo que nos da como resultado una menor capacidad de tasa de bits. Otras importantes propiedades de los cables que determinan las características de transmisión son: dimensión (calibre), material de aislamiento (papel, PVC, polietileno) y tipo de trenzado, las redes de acceso modernas generalmente consisten en cables de cobre unshielded twisted pair (UTP). Los pares de cobre trenzado son menos susceptibles al crosstalk y otros tipos de interferencia

2. Modelo empírico del Canal

El sistema de transmisión a usarse es de tipo SIMO (single input multiple output), con tecnología DSL, el sistema es afectado por las interferencias de tipo NEXT y FEXT, las cuales causan disminución en la capacidad del sistema, se debe acotar que el grado en que afecta este tipo de interferencias aumentan directamente proporcional a la frecuencia, y por ende el plan de bandas DSL que se use puede generar una interferencia mayor si pasa de los 12 MHz. [2]

Tabla 1. Parámetros del cable

Tipo de cable	TP1	TP2
diámetro (mm)	0.4	0.5
r_{oc} (Ω/km)	286.176	174.559
a_c	0.1476962	0.0530735
l_o ($\mu\text{H}/\text{km}$)	675.369	617.295
l_∞ ($\mu\text{H}/\text{km}$)	488.952	478.971
b	0.929	1.152
f_m (kHz)	806.339	553.76
c_∞ (nF/km)	49	50
g_o (nVH/km)	43	0.000234875
g_c	0.7	1.38

Se han realizado exhaustivas mediciones para obtener el modelo de canales directos y de Crosstalk en las redes DSL. Como resultado, el canal directo de un par trenzado se puede estimar con precisión mediante un modelo RLCG [6], el cual define la resistencia, inductancia, capacitancia y conductancia por cada kilómetro de para trenzado. Los modelos de R, L, C y G para el cable de cobre son:

$$R_k = (r_{oc}^4 + a_c f_k^2)^{1/4}$$

$$L_k = (l_0 + l_\infty (f_k/f_m)^b)(1 + (f_k/f_m)^b)^{-1}$$

$$C_k = c_\infty$$

$$G_k = g_0 (f_k)^{g_e}$$

Donde $f_k = \Delta_f \cdot k$ es la frecuencia sobre el tono k en Hz, los modelos son dependientes de la frecuencia. Los parámetros r_{oc} , l_0 , l_∞ , f_m , b , c_∞ , g_0 y g_e dependen del diámetro del cable, materiales y construcción del mismo. Los valores de estos parámetros para los tipos de cable estándar TP1 y TP2 son mencionados en la tabla 1.

La constante de propagación por unidad de longitud para el par trenzado en el tono k viene dada por la siguiente ecuación,

$$\gamma_k = \sqrt{(R_k + j2\pi f_k L_k)(G_k + j2\pi f_k C_k)},$$

La impedancia característica de la línea en el tono k es definida como,

$$Z_{0,K} = \sqrt{\frac{R_k + j2\pi f_k L_k}{G_k + j2\pi f_k C_k}},$$

La función de transferencia del canal directo para un par trenzado de longitud d en kilómetros puede ser modelado como,

$$H_K(d) = \frac{Z_L + Z_S}{Z_L \cosh(\gamma_k d) + Z_{0,K} \sinh(\gamma_k d) + Z_S Z_L Z_{0,K}^{-1} \sinh(\gamma_k d) + Z_S \cosh(\gamma_k d)}$$

Donde Z_S es la impedancia de la fuente del modem transmisor y Z_L es la impedancia de carga del modem receptor.

Los modelos empíricos para los canales de Crosstalk se basan en el análisis del 1% worst-case. Así que en el 99% de los casos de este tipo de interferencia es menos grave que los modelos empíricos. Así que el modelo del peor de los casos se utiliza para garantizar que los módems operan para la mayoría de clientes.

En el modelo del 1% worst-case, la ganancia del canal de Crosstalk entre dos líneas viene dada por,

$$h_k^{n,m} = \alpha_{k,n,m} |h_k(d^{n,m})|,$$

Donde,

$$\alpha_{k,n,m} = k_{fext}(f_k/f_0) \sqrt{d_{coupling}^{n,m}},$$

Y donde $f_0 = 1\text{MHz}$ y $k_{fext} = 0.0056$, como se muestra en la figura 4 $d_{coupling}^{n,m}$ es la longitud del segmento de los cables, en la que ocurre el acoplamiento entre la línea m (perturbador) y la línea n (víctima), y es medida en kilómetros, además podemos notar que,

$$d_{coupling}^{n,m} \leq \min(d_m, d_n),$$

Donde d_n es la longitud de la línea n (víctima) y d_m la longitud de la línea m (perturbadora), por ejemplo, si el usuario n se encuentra a 500 metros y el usuario m a 1000 metros, ambos desde saliendo desde el mismo CO (Central Office), la distancia de acoplamiento sería de 500 metros que es la distancia común en la que los 2 cables están juntos. La distancia total de la fuente de interferencia (transmisor m) a la víctima (receptor n) es $d^{n,m}$, que vendría a ser la distancia total en donde ocurre el FEXT que se observa entrecortada en la figura 4, para el ejemplo anterior sería 500 metros también. El término $h_k^{n,m}$ denota la función de transferencia para un canal de longitud $d^{n,m}$.

2.1 Cálculo de la capacidad del canal de transmisión

El enlace entre el transmisor y el receptor de un sistema de comunicaciones, incluidas las fuentes de ruido y el medio de transmisión es conocido como el canal de transmisión. La tasa límite de transmisión de información a través de un canal es conocida como la capacidad del canal.

El concepto de capacidad de un canal de transmisión se basa en el teorema establecido por C. E. Shannon. Este teorema establece que si la tasa de transmisión de información R es igual o menor que la capacidad del canal C , existe entonces una técnica de codificación que permite la transmisión de datos a través del canal.

Un teorema importante en la teoría de comunicación, es el teorema de Hartley-Shannon. Esta ley establece lo siguiente [1],

$$C = B \cdot \log_2(1 + S/N),$$

Donde C representa la capacidad en bits por segundo, B es el ancho de banda del canal y S/N es la razón señal a ruido. Para obtener la contribución total de todo el espectro de frecuencias de ancho de banda del canal, se debe realizar la sumatoria de la capacidad individual de cada una de las subportadoras o tonos.

$$C_{DOWN} = B \cdot \sum_{i=33}^{255} \log_2 \left(1 + \frac{PSD_{SEÑAL}(i \cdot \Delta f) |H_{channel}(i \cdot \Delta f)|^2}{(PSD_{DSL_NEXT} + PSD_{DSL_FEXT} + AWGN) 10^{\frac{\sigma}{10}}} \right) bps$$

Para las sumatorias de FEXT de cada usuario usamos el método FSAN obtenido de la siguiente ecuación:

$$Fext_{FSAN} = \left[\sum_{i=1}^n [S_i(f) |H_i(f)|^2 n^{0.6}]^{1/0.6} \right]^{0.6},$$

Donde $S_i(f)$ es la PSD de la señal perturbadora, $H_i(f)$ es la función de transferencia del canal con $Fext$ y n es el número de usuarios perturbadores.

3. Singular Value Decomposition – SVD

Singular Value decomposition es un algoritmo que permite eliminar las interferencias causadas por crosstalk, en este caso nos enfocaremos en el FEXT (far end crosstalk), ya que el NEXT se evita mediante el uso de FDD (Frecuency división duplexing) [2] [4].

Para el uso de Singular Value Decomposition es necesario considerar que el transmisor y el receptor se encuentran co-localizados, por lo que tanto podemos decir que la transmisión y recepción pueden ser coordinadas entre los módems sobre un nivel de señal [2].

Mediante el uso de Singular Value Decomposition, descomponemos el canal en tres matrices representadas de la siguiente forma [7],

$$H_k = U_k \cdot \Delta_k \cdot V_k^H$$

Donde U_k y V_k son matrices que contienen los vectores singulares: izquierdo y derecho del canal H respectivamente. La matriz diagonal Δ_k contiene los valores singulares o eigenvalores.

Los símbolos generados por medio de la modulación QAM son representados de la siguiente forma,

$$\tilde{x}_k = [\tilde{x}_k^1 \dots \tilde{x}_k^N]^T$$

A continuación se utiliza la matriz V_k como prefiltro, con lo que podemos decir que los datos transmitidos van a ser transmitidos de la siguiente manera,

$$x_k = V_k \cdot \tilde{x}_k$$

Por lo tanto los datos recibidos serán representados de la siguiente forma,

$$y_k = H_k \cdot V_k \cdot \tilde{x}_k + z_k$$

A continuación se aplica el filtro W_k , el cual utiliza la matriz unitaria U_k y la matriz diagonal Δ_k ,

$$W_k = \Delta_k^{-1} \cdot U_k^H$$

Para estimar el símbolo recibido se establece la siguiente ecuación,

$$\begin{aligned} \hat{x}_k^n &= e_n^H \cdot W_k \cdot y_k \\ \hat{x}_k^n &= e_n^H \cdot W_k (H_k \cdot V_k \cdot \tilde{x}_k + z_k) \\ \hat{x}_k^n &= e_n^H \cdot W_k (U_k \cdot \Delta_k \cdot (V_k^H \cdot V_k) \cdot \tilde{x}_k + z_k) \end{aligned}$$

Como V_k es una matriz unitario, podemos decir que $V_k^H \cdot V_k = V_k^* \cdot V_k = I$ [7],

$$\begin{aligned} \hat{x}_k^n &= e_n^H \cdot W_k (U_k \cdot \Delta_k \cdot I_k \cdot \tilde{x}_k + z_k) \\ \hat{x}_k^n &= e_n^H \cdot \Delta_k^{-1} \cdot U_k^H (U_k \cdot \Delta_k \cdot \tilde{x}_k + z_k) \\ \hat{x}_k^n &= e_n^H \cdot \Delta_k^{-1} \cdot (U_k^H \cdot U_k) \cdot \Delta_k \cdot \tilde{x}_k + e_n^H \cdot \Delta_k^{-1} \cdot U_k \cdot z_k \\ \hat{x}_k^n &= e_n^H \cdot \Delta_k^{-1} \cdot I_k \cdot \Delta_k \cdot \tilde{x}_k + e_n^H \cdot \Delta_k^{-1} \cdot U_k \cdot z_k \\ \hat{x}_k^n &= e_n^H \cdot (\Delta_k^{-1} \cdot \Delta_k) \cdot \tilde{x}_k + e_n^H \cdot \Delta_k^{-1} \cdot U_k \cdot z_k \end{aligned}$$

Como Δ_k es una matriz cuadrada, podemos decir que $\Delta_k^{-1} = \Delta_k^*$ entonces tenemos que $\Delta_k^* \cdot \Delta_k = I$ [7],

$$\begin{aligned} \hat{x}_k^n &= e_n^H \cdot I_k \cdot \tilde{x}_k + e_n^H \cdot \Delta_k^{-1} \cdot U_k \cdot z_k \\ \hat{x}_k^n &= e_n^H \cdot \tilde{x}_k + e_n^H \cdot \Delta_k^{-1} \cdot U_k \cdot z_k \\ \hat{x}_k^n &= \tilde{x}_k^n + \tilde{z}_k^n \end{aligned}$$

Donde:

$$e_n^H = [I_N],$$

donde I_N representa una matriz identidad de $N \times N$ y $\tilde{z}_k^n = e_n^H \cdot \Delta_k^{-1} \cdot U_k \cdot z_k$.

4. QR decomposition

QR es utilizado en el método Decision Feedback, el cual está formado por un filtro no retroalimentado denominado feed forward y un filtro retroalimentado denominado feedback; el filtro no retroalimentado convierte el crosstalk de la matriz del canal en una matriz triangular superior, por lo tanto obedece a una forma de casualidad, en sentido de que cada usuario sólo experimente el crosstalk de usuarios previos. Esto permite al decisión feedback ser usado para detectar cada usuario a la vez, antes de restar la interferencia

que causan a los usuarios que permanecen sin detectarse.

Para conformar el filtro forward se utiliza la matriz transpuesta conjugada o hermítica de Q_k [4] [8], la cual es representada de la siguiente forma Q_k^H , esto permite transformar los datos recibidos,

$$y_k = H_k \cdot x_k + z_k$$

En:

$$W_k = Q_k^H \cdot y_k$$

Lo que nos permite obtener la siguiente ecuación,

$$\begin{aligned} w_k &= Q_k^H \cdot (H_k \cdot x_k + z_k) \\ w_k &= Q_k^H \cdot (Q_k \cdot R_k \cdot x_k + z_k) \end{aligned}$$

Luego de esto utilizamos la propiedad de matrices que nos indica que [7],

$$Q_k^H \cdot Q_k = I$$

$$\begin{aligned} w_k &= Q_k^H \cdot Q_k \cdot R_k \cdot x_k + Q_k^H \cdot z_k \\ w_k &= I \cdot R_k \cdot x_k + Q_k^H \cdot z_k \\ w_k &= R_k \cdot x_k + Q_k^H \cdot z_k \end{aligned}$$

$$\hat{x}_k^n = \left(\frac{w_k^n}{r_k^{n,n}} - \sum_{m=n+1}^N \frac{r_k^{n,m}}{r_k^{m,m}} \cdot \hat{x}_k^m \right)$$

Despejando la variable \hat{x}_k^N obtenemos la siguiente ecuación,

$$\hat{x}_k^N = \frac{w_k^N}{r_k^{N,N}} - 0$$

5. Simulación

La herramienta de simulación a usar es MATLAB, un software matemático que ofrece un entorno de desarrollo integrado (IDE) con un lenguaje de programación propio (lenguaje M). Se lo usara bajo la plataforma de Windows.

Se utilizaran funciones basadas en las ecuaciones de modelación de la matriz de canal con FEXT [10], sumatoria del FEXT con FSAN, cálculo de la capacidad, y finalmente se podrecherà a descomponer la matriz de canal mediante el método matemático de descomposición de valores singulares SVD para eliminar las interferencias causadas por el FEXT, luego veremos como la capacidad para cada usuario aumenta.

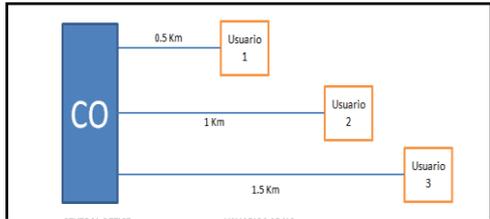


Figura 1. Escenario de Simulación

El ruido aleatorio blanco Gaussiano está siempre presente, el número de usuarios es 3 y la distancia entre usuarios es variable. Cada usuario interfiere a los demás con diferente intensidad siendo el más afectado el que se encuentra a mayor distancia por lo cual su capacidad es menor.

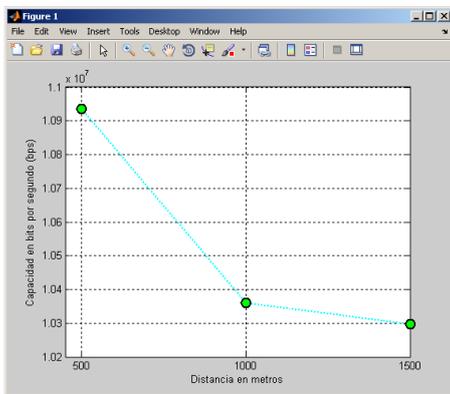


Figura 2. Capacidad de los usuarios sin SVD.

Tabla 2. Capacidad sin SVD

	CAPACIDAD
USUARIO 1	10.945 Mbps
USUARIO 2	10.371 Mbps
USUARIO 3	10.369 Mbps

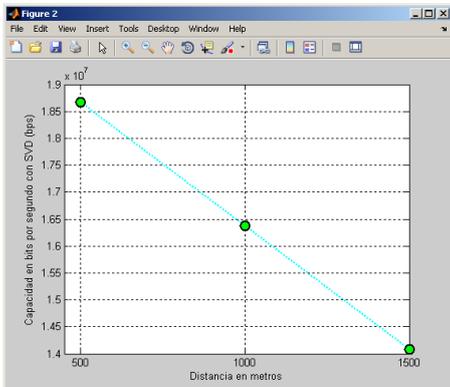


Figura 3. Capacidad de los usuarios con SVD.

Tabla 3. Capacidad con SVD

	CAPACIDAD
USUARIO 1	23.10 Mbps
USUARIO 2	20.82 Mbps
USUARIO 3	18.53 Mbps

6. Conclusiones

Luego de aplicar SVD, la matriz de canal queda diagonalizada, lo que quiere decir que los componentes de la diagonal principal son más fuertes que los elementos del FEXT en la matriz, por lo tanto la capacidad de cada usuario aumenta.

Para el usuario 1 la capacidad aumenta de 10.945 Mbps a 23.10 Mbps, es decir, en 12.055 Mbps (110.14%).

Para el usuario 2 la capacidad aumenta de 10.371 Mbps a 20.82 Mbps, es decir, en 10.449 Mbps (100.75%).

Para el usuario 3 la capacidad aumenta de 10.369 Mbps a 18.53 Mbps, es decir, en 8.161 Mbps (78.71%).

También se puede concluir que es impráctico implementar SVD en una red existente de xDSL ya que eso implicaría cambiar todos los equipos receptores en el lado del usuario a un costo elevado.

7. Recomendaciones

El inconveniente con el uso de SVD es que la complejidad del sistema aumenta haciéndolo más difícil de implementar por la cantidad de procesamiento que requiere para la descomposición del canal.

Se recomienda por lo tanto usar algoritmos más sencillos que no requieran de mucho procesamiento y de menor número de operaciones matemáticas.

8. Referencias

- [1] Sjöberg Frank, A VDSL Tutorial, <http://epubl.luth.se/1402-1528/2000/02/index-en.html>, Abril del 2000.
- [2] Cendrillon Raphael, Partial Crosstalk Precompensation in Downstream, espace.library.uq.edu.au/eserv/UQ:9944/partial_p_recode.pdf, Noviembre 23 del 2003.

- [3] Nedev Nedko, Analysis of the Impact of Impulse Noise in Digital Subscriber Line Systems, www.see.ed.ac.uk/~dgmc/PhDthesis/Nedev.pdf, Marzo del 2003.
- [4] Gujrathi Mandar, Performance of Crosstalk Cancellation in VDSL, eprints.lib.uts.edu.au/dspace/bitstream/handle/2100/78/112_Gujrathi.pdf, Diciembre del 2009.
- [5] Lindvist Fredrik, Crosstalk Channel Estimation via Standardized Two Port Measurements, downloads.hindawi.com/journals/asp/2008/916865.pdf, Diciembre 19 del 2008.
- [6] Huberman Sean, Analysis of Theoretical RLCG Far-End Crosstalk (FEXT) Channel, www.ece.mcgill.ca/~sean/Analysis%20of%20Theoretical%20RLCG%20FEXT%20Channel.pdf, Julio del 2008.
- [7] Andrew Stuart, Matrix Analysis and Algorithms, seehuhn.de/media/papers/numlinalg.pdf, Agosto del 2009.
- [8] Cendrillon Raphael, A Near-Optimal Linear Crosstalk, http://espace.library.uq.edu.au/eserv.php?pid=UQ:9916&dsID=linear_canc.pdf, Noviembre del 2004.
- [9] Clifford G.D., Singular Value Decomposition & Independent Component Analysis for Blind Source Separation, www.mit.edu/~gari/teaching/6.222j/ICASVDnotes.pdf, Abril 1 del 2005.
- [10] Cendrillon Raphael, Multi-user Signal and Spectra Co-ordination for Digital Subscriber Lines, espace.library.uq.edu.au/eserv.php?pid=UQ:9945&dsID=thesis.pdf, December del 2004.