Escuela Superior Politécnica del Litoral

Examen del Primer Parcial de Optimización Combinatoria y Grafos

22 de julio de 2011

Profesor: Xavier Cabezas

Nombre: ____

1. Defina formalmente:

   a) Grafo no orientado Bipartito.

   b) Problema de Recubrimiento.

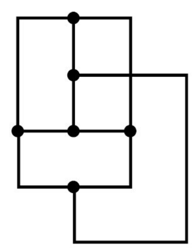
   c) Grafos isomorfos.

2. Califique las siguientes proposiciones como verdaderas o falsas y justifique su calificación:

   a) Todo grafo bipartito tiene un número cromático mayor a 2.

   b) En un grafo no orientado, el número de vértices de grado impar es un número par.

   c) El siguiente grafo es bipartito:

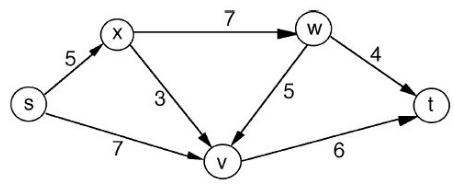


3. Una carrera de matemáticas con 20 estudiantes registrados (algo que no es estraño, en el Ecuador se conoce de carreras de matemáticas con 4 estudiantes registrados o menos) y 8 materias ofrecidas en un semestre desea programar un horario de exámenes considerando que los estudiantes tienen derecho a tomar no más de un exámenes al día. Con la información del Cuadro [1], formule el *Scheduling Problem*, como un problema de Optimización Combinatoria y grafique el grafo resultante:

Cuadro 1: Cuadro Estudiantes vs Materias

	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8
1	X		X					X
2		X				X		
3		X		X				
4	X						X	
5	X	X						
6							X	X
7	X		X	X	X			
8	X							X
9			X					
10					X			X
11					X			X
12	X				X			
13					X			X
14	X						X	
15	X							X
16					X			X
17					X			X
18	X							X
19	X				X			X
20							X	X

4. Considere el siguiente grafo:

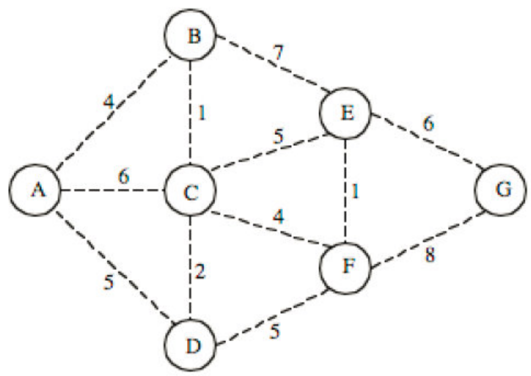


a) Aplicar de forma detallada (paso a paso) el algoritmo de camino aumentante sobre esta red y defina el flujo máximo.

b) Encontrar dos cortes, uno mínimo y otro no mínimo y **escríbalos**.

c) Escriba el modelo lineal detallado (completo, con todas las restricciones) para este caso.

5. Considere el siguiente grafo:



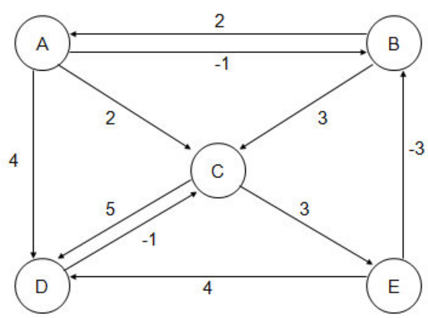
a) Dado el grafo $G = (X, E)$, Encuentre un arbol generador $T \in (X, E')$ de peso mínimo utilizando el algoritmo de Prim (paso a paso).

b) Verifique que el árbol resultante, cumple (para al menos dos aristas en cada caso) con la características (para al menos dos aristas en cada caso):

1) $\forall u \in E - E'$; $c(u) \geq \underset{w \in C_u}{Max}\{c(w)\}$; donde C_u es la única cadena que une los vértices u en un T, $\forall u \in E - E'$

2) $\forall v \in E'$; $c(v) \leq \underset{w \in \Omega_v}{Min}\{c(w)\}$; donde Ω_v es el conjunto de aristas de $E - E' \cup \{v\}$ que conectan las dos componentes conexas de $(X, E' - \{v\})$

6. Considere el siguiente grafo:



a) Si es posible utlice el algoritmo de Bellman Ford para encontrar una arborescencia de caminos más cortos partiendo desde el vertice A.

b) Formule el problema de encontrar la ruta más corta entre el nodo A y el nodo E con un modelo de programación lineal.

7. Fromule el siguiente problema con un modelo lineal de Flujo de Costo Mínimo: