Escuela Superior Politécnica del Litoral
Examen Final
Término I, 2011-2012
Estadística Computacional
Andrés G. Abad, Ph.D.

Responda las preguntas en las hojas adicionales.
Buena suerte.

Nombre: ____
Número de matrícula: ______________________________________

Tema:	1	2	3	**TOTAL**
Puntos:	40	30	30	100
Nota:				

1. Se aplicó un análisis de Projection Pursuit en 2 dimensiones sobre un conjunto de datos, X, compuesto por $n = 400$ observaciones en $d = 4$ variables, y se obtuvo como vectores óptimos a:

$$\alpha^* = [0.5466 \quad -0.8079 \quad 0.1291 \quad -0.1783]$$
$$\beta^* = [0.7198 \quad 0.5874 \quad 0.1896 \quad -0.3177]$$

   (a) Grafique las siguientes dos observaciones en el plano proyectado: (20)

$$x_1 = [-0.5523 \quad -1.3488 \quad -0.2418 \quad -0.3956]$$
$$x_2 = [-1.1568 \quad 0.1389 \quad 0.4395 \quad 1.0445]$$

   (b) Considere el vector aleatorio: (20)

$$v = [-0.7287 \quad -0.5957 \quad 0.3248 \quad -0.0930],$$

   uniformemente distribuido en la esfera unitaria d-dimensional.

   Genere dos nuevos vectores a_1 y b_1 siguiendo el algoritmo propuesto en Posse[1995] (método visto en clase). Utilice el valor de $c = 0.01$ como parámetro del tamaño de la vecindad para la busqueda.

2. Suponga que usted ha obtenido una muestra $X = [2.8, 1]$ y sospecha que esta muestra fue generada por una densidad de mezclas finitas dada por:

$$f(x_j) = p_1 \exp_1(x_j; \lambda_1) + p_2 \exp_2(x_j; \lambda_2)$$

   donde $\exp_i(x_j; \lambda_i)$ es una función de densidad exponencial:

$$\exp_i(x_j;\lambda_i) = \begin{cases} \lambda_i e^{-\lambda_i x_j} & \text{si } x_j \geq 0; \\ 0 & \text{si } x_j < 0. \end{cases}$$

(a) Realice una iteración del algoritmo EM para estimar los parámetros p_1, p_2, λ_1, y λ_2. Asuma los valores iniciales $\hat{p}_1^0 = \hat{p}_2^0 = 0.5$, $\hat{\lambda}_1^0 = 1$ y $\hat{\lambda}_2^0 = 2$. (30)

3. Suponga que ha estimado una función de densidad $\hat{f}(x)$ mediante un método de tres mezclas finitas como:

$$\hat{f}(x) = 0.2\phi_1(x;0,1) + 0.3\phi_2(x;3,1) + 0.5\phi_3(x;4,2)$$

donde $\phi(x;\mu,\sigma^2)$ es una función de densidad normal con media μ y varianza σ^2.

(a) Genere una variable aleatoria proveniente de esta distribución. Utilice los números aleatorios $u = 0.2457$ y $z = -1.2273$, donde $u \sim U(0,1)$ y $z \sim N(0,1)$. (30)