

Modelos Matemáticos para la optimización y reposición de maquinarias: Caso la Empresa Eléctrica de Milagro

Edwin León Plúas¹, Cesar Guerrero Looor²

¹ Ingeniero en Estadística Informática, 2003

² Director de Tesis, Matemático, Escuela Politécnica Nacional, Quito 2000. Postrado Brasil, Mestre en Matemática. Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Río de Janeiro, 2000.

RESUMEN

El presente trabajo trata de hallar un política optima de mantenimiento o reemplazo de transformadores en una empresa eléctrica. Para ello se considero dos modelos de control optimo. Para la determinación de las variables de los modelos se contó con los datos históricos dentro de un periodo de 2 años.

En consecuencia, uno de los objetivos del Trabajo es ayudar a entender cómo se puede aplicar los modelos matemáticos para analizar fenómenos y problemas, y tomar decisiones sobre ellos, es decir evidenciar el papel de la optimización en los procesos de toma de decisiones.

INTRODUCCIÓN

La reposición de maquinarias eléctricas es importante debido a no existe un estudio que indique el intervalo de tiempo que tiene que transcurrir para que un transformador se le dé mantenimiento o se lo sustituya. De acuerdo a la necesidad de aplicar un modelo para optimización de maquinarias específicamente de transformadores.

Los modelos matemáticos permiten aproximarse al análisis y evaluación del rendimiento de sistemas antes de que sean construidos, convirtiéndose así en una herramienta clave de diseño, en cualquiera de sus fases, o para estimar a priori el impacto de los cambios propuestos en sistema ya existentes.

I. DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS

Para la reposición de maquinarias se utilizan los modelos de control óptimo de Terborgh y Thompson, estos modelos al aplicarlos a los transformadores ayudaran a la toma de decisiones de reposición.

A continuación se detallaran las características de estos modelos:

TERBORGH: Se trata de un modelo continuo en el que interviene la capacidad productiva de la maquinas en un tiempo t , tasa de gastos de mantenimiento en un tiempo t , función de ingresos netos. Donde el objetivo de este modelo es el determinar una política de mantenimiento la cual estará dada en función de su capacidad productiva y eficiencia de las máquinas que componen un sistema.

En este modelo se ha tomado en consideración las siguientes hipótesis:

Las hipótesis que se tienen que cumplir en este modelo son las siguientes:

- Modelo Continuo
- La capacidad productiva de una máquina $x(t)$ (cada una de las de la cadena secuencial de máquinas) se puede medir en unidades monetarias.
- La tasa de cambio de la capacidad productiva de la máquina depende de la diferencia entre la tasa de gastos de mantenimiento $g(t)$ y un término que representa la reducción de capacidad si no existieran gastos de mantenimiento.
- La función de ingresos netos $R[x(t)]$ es cóncava y creciente.
- El valor residual de la máquina es función únicamente de su capacidad productiva.
- La función valor residual $S[g(t)]$ es cóncava y creciente.

- Los gastos de mantenimiento $G(T)$ en cada instante no pueden exceder de un cierto valor preestablecido y constante.
- No existe cambio tecnológico.

La tasa de descuento α es constante

Existe estabilidad monetaria

Se desea maximizar el valor actual de los beneficios netos.

Se cumplen todas cuantas hipótesis adicionales requiera la aplicación del principio continuo del máximo.

Las variables siguientes no están implícitas en las hipótesis.

I = Costes de la nueva máquina

r = Tasa constante de descuento.

G = Cota superior de gastos de mantenimiento.

En este modelo se considera a la función F , que es el funcional. La solución analítica de este modelo determina que:

$$F = \frac{1}{1 - e^{-r.T}} \int_0^T e^{-r.t} \cdot (R[x(t)] - g(t)) \cdot dt + S[x(T)] \cdot e^{-r.T} - I$$

donde se calcula T , que es el tiempo óptimo que debe darse mantenimiento al transformador.

THOMPSON: Se trata de un modelo también continuo en el que interviene la capacidad productiva de la máquinas en un tiempo t , tasa de gastos de mantenimiento en un tiempo t , función de ingresos netos. Donde el objetivo de este modelo es el determinar una política de mantenimiento la cual estará dada en función de su valor residual de la máquina en el tiempo, función de obsolescencia, función de ingresos brutos, tasa de producción en el tiempo, y la tasa constante de descuento.

Las hipótesis que se tienen que cumplir en este modelo son las siguientes:

Modelo Continuo

La capacidad productiva $X(t)$ de una máquina se puede medir en unidades monetarias

La $G(t)$ tasa de cambio del valor residual depende de la tasa de obsolescencia y del producto de la tasa de mantenimiento, es decir, es una función del deterioro de la máquina y de la política de mantenimiento.

La tasa de obsolescencia es no decreciente

La tasa de mantenimiento efectivo es no creciente

La función valor residual es no creciente

Se considera una sola máquina

La tasa de producción de la máquina es constante

La tasa de descuento es constante

Podemos considerar el flujo de ingresos y el valor residual como las variables de estado mientras que los costes de mantenimiento constituyen la variable de control.

El funcional que resuelve el problema adoptará la forma siguiente:

$$F = S(T) e^{-r \cdot T} + \int_0^T e^{-r \cdot t} [p \cdot S(t) - m(t)] dt$$

lo que maximizando F , se demuestra que la política de mantenimiento óptima es del tipo bang-bang, es decir, $\tau \in [0, T_0]$, tal que se aplica el gasto de mantenimiento máximo hasta τ para luego cesar los gastos de esta naturaleza, la solución se da resolviendo la siguiente ecuación:

$$f(t) = \frac{r}{p - (p - r) \cdot e^{-r(T_0 - t)}}$$

II. APLICACIÓN AL CASO DE ESTUDIO.

Para la aplicación de este modelo se utilizaron los datos o lecturas de un equipo para determinar cuanto de energía pasaba por un transformador en un periodo

determinado. Se calculo mediante un análisis de ajuste exponencial las funciones de X(t) Capacidad Productiva y G(t) Función de Gastos. Con esto iniciamos la aplicación de estos modelos.

TERBORGH:

Con la enumeración de las hipótesis y sus variables, donde $x(t) = 9.411 \exp(-0.11 t)$ y $g(t) = 4.11 \exp(-0.22 t)$ y su notación se procedió a resolver con los datos proporcionados por la EEMCA con lo cual obtenemos las siguientes funciones que nos ayudarán a plantear el modelo:

Donde F será:

$$F = \int_0^{T_0} (9.411 x - g(t)) \cdot e^{-0.07t} dt + (1 - 0.07)^{25} \cdot e^{-r \cdot T}$$

Por ser I el valor de la máquina una constante, si operamos suponiendo que $T=T_0$ está fijado, bastará maximizar el funcional.

Para el que se llega a las condiciones necesarias y suficientes de optimalidad que se dan a continuación:

$$\lambda' + (\alpha + r)\lambda - k_1 = 0$$

Donde resolviendo esta ecuación diferencial nos das como resultado que la constante de la ecuación diferencial es:

$$C = (k_2 - \frac{k_1}{\alpha + r}) e^{T(\alpha+r)}$$

De donde podemos llegar a que la solución es :

$$\lambda(T) = T - \frac{\ln\left(\frac{\alpha + r - k_1}{(\alpha + r)k_2 - k_1}\right)}{\alpha + r}$$

Donde $K_1 = 9.411$

$r = 7\%$ $\alpha = 1/25$ y entoces $k_2 = 0.1629$

En introduciendo estos datos en $\lambda(T)$ vamos a encontrar que el resultado será un mantenimiento continuo de aproximadamente 4 años 10 meses y cesando este mantenimiento durante 2 meses para continuar con su ciclo de mantenimiento

EL MODELO DE THOMPSON

El planteamiento de este modelo resulta de obtener $f(t)$, la misma que se la obtiene ajustando los valores que se obtuvieron de preguntar a personas que trabajan con el mantenimiento de los transformadores llegamos a la siguiente función de ajuste:

$$f(t) = 1.3889 e^{-0.1733 t}$$

Entonces como p = la tasa de producción en t , entonces haciendo un ajuste con los datos de la producción de los transformadores se llega a:

$$p(t) = 29 e^{0.0515 t}$$

Y el único valor que nos falta es $r = 7\%$ que es un valor constante.

Aplicando Métodos Numéricos para obtener una solución de la ecuación nos da como resultado: 7,87 años.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Modelo de Terborgh

Este modelo presenta limitaciones en el sentido que solo muestra una política de mantenimiento simple que se tiene que dar en ciclos de aproximadamente 5 años, con esto el transformador no podrá optar por ser reemplazado al fin de estos ciclos porque tiene que cumplir todo su ciclo de vida, y con esto alcanzara un valor residual de cero.

Modelo de Thompson

El modelo de Thompson es mas completo porque la política de mantenimiento que llega se le da al transformador durante aproximadamente 7 años un mantenimiento continuo y después de este periodo la empresa puede optar por cambiarlo o seguir con el mantenimiento, con esto el transformador puede ser reemplazado en la tercera etapa de su vida útil y esto garantizara el reemplazamiento optimo de los transformadores.

Comparación de modelos

El modelo de Thompson es diferente al de Terborgh porque este utiliza la tasa de eficacia del mantenimiento sobre la base de mantenimientos anteriores, y con ello obteniendo un resultado mas aproximado a las Estándares Internacionales. Dicho en otras palabras, el modelo de Thompson da una mejor política de mantenimiento que la de Terborgh porque sus resultados dan una mejor aproximación a los Estándares Internacionales, es decir que un transformador solo este funcionando por el lapso de 7 años y de ahí tiene que ser reemplazado.

Conclusión General

La determinación de las características de los modelos a usarse es compleja debido a la determinación de las funciones de gastos y capacidad productiva, y de las hipótesis.

Los modelos determinan políticas de mantenimiento en ciclos de 5 a 7 años.

Este trabajo se ha basado en acoplar los dos modelos para que la Empresa Eléctrica tenga un informe adicional en la toma de decisiones.

RECOMENDACIONES

1. Las empresas eléctricas deben ejecutar permanentemente planes para la evaluación, de los transformadores, para lo cual se deben cumplir con metas a corto, mediano y largo plazo.
2. Es importante difundir el uso de estos modelos dentro de las personas responsables del mantenimiento, a fin de que estos conozcan los beneficios de implantar una política de optimización de maquinarias.

3. Crear la Unidad de Estadísticas en cada empresa con los equipos necesarios así como de software y hardware para que puedan cumplir eficazmente sus funciones.

BIBLIOGRAFIA

1. M.B. Vidal, Teoría del Control Óptimo(Hispano Europea, S.A.1985), pp.208-253.
2. Folleto del Instituto Ecuatoriano de Electrificación – INECEL- “Transformadores de Fuerza y de Distribución”. Subdirección de Desarrollo de Recursos Humanos 1993, pp.1-53.
3. M. William, W. Dennis, S. Richard L Estadística Matemática con Aplicaciones.(2da. Edición, Grupo Editorial Iberoamérica S.A., 1984), pp.56-201.
4. W. SANCHEZ, K. MORALES “IDENTIFICACION Y CONTROL DE PERDIDAS DE ENERGIA EN EL SISTEMA DE DISTRIBUCION SECUNDARIA”(Tesis, Facultad de Ingeniería Eléctrica y Computación, Escuela Superior Politécnica del Litoral, 2000)