



ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL

Instituto de Ciencias Matemáticas

SEGUNDA EVALUACIÓN DE CÁLCULO DE VARIAS VARIABLES

Guayaquil, 01 de febrero de 2012

Nombre:.....Paralelo.....

1. (10 puntos) Una lata cilíndrica de $4\pi \text{ in}^3$ de volumen, tiene un costo de fabricación de $\$0.2/\text{in}^2$ para la superficie lateral y el doble de este valor para la fabricación de las tapas. Empleando el método de Lagrange, determine las dimensiones de la lata cilíndrica que puede construirse a menor costo. Justifique su respuesta.

2. (10 puntos) Una lámina Ω se encuentra acotada por las curvas $xy=1$; $xy=5$; $x=1$; $x=5$. Empleando un cambio de variable adecuado, determine la masa de Ω si la función de densidad de masa está dada por $f(x, y) = \frac{xy}{1+x^2y^2}$.

3. (10 Puntos) Evaluar $\iint_S \sqrt{x^2 + y^2} \, ds$, siendo S la rampa espiral dada por:

$$r(u, v) = (u \cos(v), u \sin(v), \sqrt{5} v) ; 0 \leq v \leq 2\pi ; 0 \leq u \leq 2.$$

4. (10 puntos) Sea el campo vectorial $\mathbf{F}(x, y, z) = (2x - 3y)\mathbf{i} + (4x + z)\mathbf{j} + (z^2 - 1)\mathbf{k}$; $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Calcular el trabajo realizado por \mathbf{F} al mover un objeto a lo largo de la curva C dada por: $x^2 + y^2 = 4$; $z = x^2 + y^2$.

- a) Utilizando integrales de línea.
- b) Utilizando el Teorema de Stokes.

5. (10 puntos) Sea el campo vectorial $\mathbf{F}(x, y, z) = x\mathbf{i} + (y + e^{xz^2})\mathbf{j} + \text{sen}(x^2 + y^2)\mathbf{k}$.

Determine el flujo de \mathbf{F} a través de la porción de la superficie $z^2 = x^2 + y^2$; $1 \leq z \leq 3$.