# INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS

**ECUACIONES DIFERENCIALES**

SEGUNDA EVALUACIÓN Febrero 03 de 2012

**RUBRICA**

**TEMA 1  *(12 puntos)***

Utilizando series de potencias determinar la solución general de la siguiente ecuación diferencial alrededor de **x0=0**:

1. Usando el mayor índice de singularidad, identifique la función trigonométrica a la que converge una primera solución en serie: **y1**
2. Usando la identidad de Abel, determine una segunda solución linealmente independiente: **y2**

|  |  |
| --- | --- |
| **CRITERIO** | **PUNTAJE** |
| Demuestra que X0=0 es un punto singular regular, expresa la forma de la solución y la deriva 2 veces | hasta 1 |
| Reemplaza la solución asumida en la ecuación y luego agrupa términos semejantes y obtiene los índices de singularidad y una regla general de formación de los coeficientes | hasta 2 |
| Con el mayor índice de singularidad (r=1/2)obtiene una regla de particular para los coeficientes de la primera solución en serie y reconoce que la serie obtenida converge a **sen** | hasta 4 |
| Obtiene la segunda solución linealmente independiente por el método de la Identidad de Abel. **cos** | hasta 4 |
| Expresa correctamente la solución general pedida. | hasta 1 |

**TOTAL 12 PUNTOS**

**TEMA 2**

Determinar la solución del problema de valor inicial: ***(12 puntos)***



|  |  |
| --- | --- |
| **CRITERIO** | **PUNTAJE** |
| Aplica correctamente transformada de Laplace a cada término de la ecuación diferencial dada. | hasta 2 |
| Usando las condiciones dadas, halla la ecuación algebraica en términos de la variable Y(s) y la resuelve. | hasta 2 |
| Determina la transformada inversa de Y(s) aplicando fracciones parciales o el Teorema de la Transformada de la integral y el segundo Teorema de Traslación . | hasta 7 |
| Expresa correctamente la solución | hasta 1 |
| **TOTAL** | **12 PUNTOS** |

**TEMA 3**

***(12 puntos)***

**a)** Determine la serie de Fourier de la función periódica f(x) cuya regla de correspondencia es:



**b)** Usando la respuesta hallada en a) , determine a que converge la serie numérica: 

|  |  |
| --- | --- |
| CRITERIO | VALOR |
| Grafica correctamente la función reconociéndola como una función par y determina las constantes de Fourier bn como nulas. | hasta 2 |
| Determina las constantes de Fourier: ao y an | hasta 4 |
| Expresa la serie de Fourier de la función y halla los primeros términos de la misma. | hasta 2 |
| Aplicando el teorema de convergencia de Fourier y usando el punto adecuado determina correctamente a que es igual la suma pedida en b) | Hasta 4 |
| **TOTAL** | **12 puntos** |

**TEMA 4 *(12 puntos)***

*Una masa de* ***1*** *kilogramo adherida al extremo libre de un resorte que está fijado en el techo, hace*

*que éste se estire* ***2.5*** *m. hasta llegar a la posición de reposo en equilibrio. Luego es permitida*

*vibrar con una perturbación externa definida por la función* ***sen(2t)*** *Newtons desde el tiempo t=0,*

*la cual cesa abruptamente el tiempo t =2π seg. (Use g=10 m/seg2)*

1. *Determine la posición de la masa en todo el tiempo t >0.*
2. *Determine la posición de la masa en los tiempos t=π seg. y t=3π seg.*

|  |  |
| --- | --- |
| CRITERIO | **VALOR** |
| Establece el modelo matemático del problema hallando: k, la fuerza externa y las condiciones iniciales | hasta 3 |
| Aplicando Laplace transforma la ecuación diferencial en una ecuación algebraica con variable la Transformada de Laplace de la solución | hasta 2 |
| Resuelve la ecuación algebraica | hasta 1 |
| Determina la transformada inversa aplicando el Teorema de Laplace de la Convolución y el segundo Teorema de Traslación | hasta 3 |
| Aplicando las correspondiente reglas de correspondencia de la solución halla la posición de la masa en los tiempos pedidos | hasta 3 |
|  |  |
|  |  |
| **TOTAL** | **Hasta 12** |

**TEMA 5 *(10 puntos)***

Resuelva el siguiente sistema con las condiciones iniciales dadas. Obtenga primero la variable **y** determine que es solución de una ecuación conocida. ¿Cúal es? Identifíquela en la resolución.



|  |  |
| --- | --- |
| **CRITERIO** | **VALOR** |
| Aplica el Método de Eliminación para hallar una primera variable reconociendo a la ecuación de Euler como la ecuación que define a la primera variable | hasta 4 |
| Obtiene la segunda variable del sistema | hasta 3 |
| Define el conjunto solución general del sistema | hasta 1 |
| Determina el valor de las constantes con las condiciones dadas y expresa el conjunto solución particular del sistema | hasta 2 |
| **TOTAL** | **10 puntos** |

**TEMA 6 *(12 puntos)***

Usando el método Separación de Variables resuelva:



|  |  |
| --- | --- |
| **CRITERIO** | **VALOR** |
| Aplica el método de separación de variables a la ecuación del problema y llega al sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias | hasta 2 |
| Realiza un análisis de las condiciones de frontera dadas transformándolas en condiciones de las funciones factores asumidas como solución. | hasta 2 |
| Usando las condiciones del paso anterior resuelve las ecuaciones ordinarias analizando todos los casos de los valores se la constante, asegurando que no surjan soluciones triviales. | hasta 2 |
| Expresa la solución general mediante una serie infinita aplicando superposición. | hasta 2 |
| Determina los coeficientes de la serie obtenida aplicando el concepto de expansiones impares de medio rango | hasta 3 |
| Expresa correctamente la solución del problema | hasta 1 |

**TOTAL 12 PUNTOS**