

Nombre:

Paralelo:

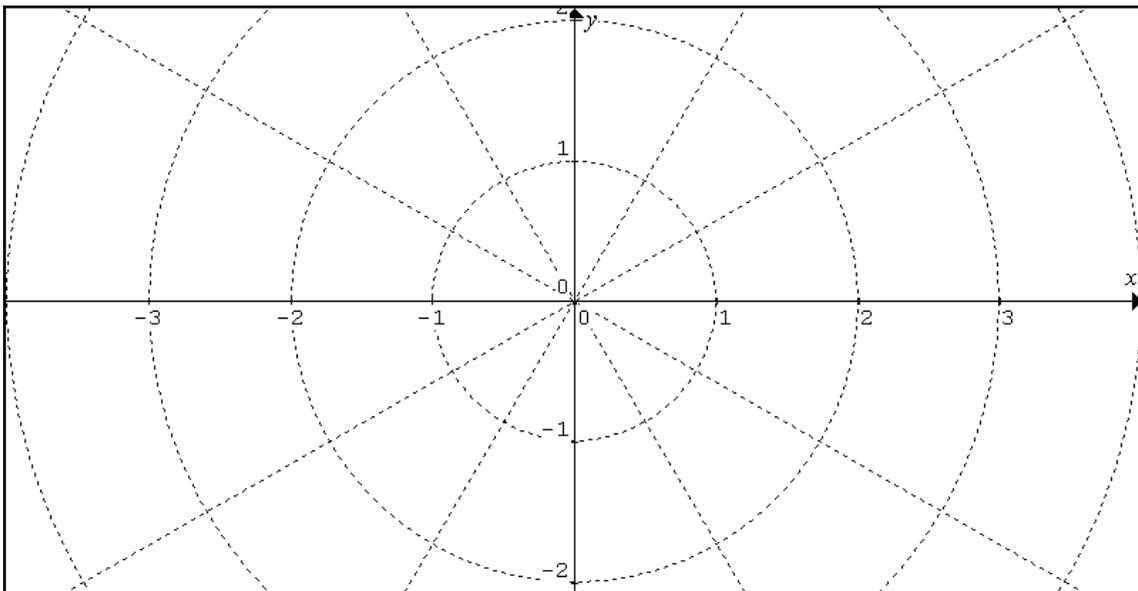
Firma:

Matrícula:

TEMA 1

VALOR: 12 puntos

1.1 Calcule el área de la región común a las curvas $r = 2\cos(\theta)$ y $r = 2\sin(\theta)$,
graficándolas previamente en el plano polar.



1.2 Un fabricante de partes de maquinaria estima que los mayoristas demandarán q (miles) de unidades de una pieza particular cuando el precio sea $p(q) = 65 - q^2$ dólares por unidades; mientras que se ofertarán el mismo número de unidades cuando el precio sea $p(q) = \frac{1}{3}q^2 + \frac{16}{3}q + 5$, dólares por unidades. Determine:

a) El precio y la cantidad de unidades en el punto de equilibrio.

b) El excedente de los consumidores y de los productores.

TEMA 2

VALOR: 5 puntos

La vida x en meses de cierto electrodoméstico está distribuida exponencialmente con función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} 0.08 e^{-0.08x} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

El electrodoméstico tiene garantía del fabricante por un año. Suponga que adquiere uno de estos aparatos, seleccionado al azar entre el stock del fabricante, determine la probabilidad de que la garantía expire antes de que el referido aparato se vuelva inútil.

TEMA 3

VALOR: 8 puntos

3.1 Dada la función de dos variables $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$:

a) Determine analítica y gráficamente el dominio de la función.

b) Construya las curvas de nivel para valores de $c = 0, 1, 2, 3$.

TEMA 4

VALOR: 15 puntos

4.1 Determine todas las derivadas parciales de primer y segundo orden para la función:

$$z = f(x, y) = 2xe^y - 3ye^{-x} + \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$

- 4.2** Suponga que p_1 y p_2 son los precios de dos artículos cuyas ecuaciones respectivas de demanda están dadas por:

$$D_1 = \frac{100}{p_1+2} + 2000 - 25 p_2 \quad \text{y} \quad D_2 = 1500 - \frac{p_2}{p_1+7}$$

Realice el análisis correspondiente para determinar si los referidos artículos son sustitutos, complementarios o ninguno de éstos.

- 4.3** Se deposita arena en una pila cónica de modo que en cierto instante, la altura es de 100 pulgadas y crece a razón de 3 pulgadas/minuto, mientras que el radio es de 40 pulgadas y crece a 2 pulgadas/minuto. ¿Qué tan rápido aumenta el volumen en ese instante?

TEMA 5

VALOR: 10 puntos

Un fabricante planea vender un nuevo producto al precio de US\$ 350 por unidad y estima que si se gastan x miles de dólares en diseño e y miles de dólares en publicidad, los consumidores comprarán aproximadamente $\frac{250y}{y+2} + \frac{100x}{x+5}$ unidades del producto. Si los costos de fabricación de este producto son US\$150 por unidad, ¿cuánto debería gastar el fabricante en diseño y cuánto en publicidad para generar la mayor utilidad posible, si dispone de fondos ilimitados?

TEMA 6

VALOR: 10 puntos

6.1 Evalúe la siguiente integral doble:

$$\int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \frac{3}{2+y^3} dy dx$$

6.2 Evalúe la siguiente integral triple:

$$\int_0^1 \int_0^x \int_0^{xy} x dz dy dx$$