



**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**  
**Instituto de Ciencias Matemáticas**  
**TERCERA EVALUACIÓN DE CÁLCULO DE VARIAS VARIABLES**

Guayaquil, 15 de febrero de 2012

*Para uso exclusivo del profesor*

<b>Tema</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>Total</b>
Puntaje sobre 10						

Nombre:.....Paralelo.....

1. (10 puntos) Determine de ser posible los puntos de la superficie dada por  $4x^2 + y^2 + z^2 - 2z = 0$ , donde el plano tangente es normal a la recta:  $2x + y = 1$ ;  $x + y + z = 5$ .

2. (10 Puntos) Sea  $f(x, y) = x^{4/3} y^{4/3}; (x, y) \in \mathbb{R}^2$ .

- a) Empleando la definición, determine si  $f$  es diferenciable en  $(0, 0)$ .
- b) Determine los puntos críticos de  $f$  y califíquelos como máximo relativo, mínimo relativo o punto de silla. Justifique formalmente su respuesta.

3. (10 Puntos) Sea  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / \sqrt{2x} \leq y \leq 6 - x^2; 0 \leq x \leq 2\}$ .

a) Empleando integrales dobles, calcule el área de  $D$ .

b) Determine el valor promedio de  $f(x, y) = xy$  en  $D$ .

4. (10 puntos) Considere el campo de fuerzas  $\mathbf{F}(x, y, z) = (4x - z, 1, -x)$ . Un objeto se mueve a lo largo de la trayectoria  $C_1$  dada por  $r_1(t) = (t, t^2, t+1)$ ;  $0 \leq t \leq \alpha$  y luego a lo largo de  $C_2$ :  $r_2(t) = (e^{\cos^2(\pi t)-1}, e^{\sin^2(\pi t)}, 2t)$ ;  $\alpha \leq t \leq 2\alpha$ . Determine de ser posible:

- El valor positivo de  $\alpha$  para que el trabajo realizado por  $\mathbf{F}$  a lo largo de  $C_1$  sea igual a 1 u.
- Con el valor  $\alpha$  obtenido en a), el trabajo realizado por  $\mathbf{F}$  en el trayecto  $C_1 \cup C_2$ .

5. (10 puntos) Determine el flujo del campo  $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, y, z^2 - 1)$  a través de la porción de la superficie  $z = 9 - x^2 - y^2$  ubicada sobre  $XY$ .