

**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL**  
**INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS**  
**EXAMEN DE MEJORAMIENTO DE *ESTADÍSTICA PARA INGENIERÍAS***

Yo, ..... estudiante de la Escuela Superior Politécnica del Litoral, cuyo número de matrícula es:..... dejo constancia al pie de la presente que: conozco que este examen ha sido diseñado para ser resuelto de manera individual, esto es, sin ayuda de otra u otras personas, sea que éstas se encuentren dentro o fuera del aula en que se administra esta prueba; y, que solo puedo dirigirme al profesor que controla la misma. Toda contravención sobre el particular será sancionada por la autoridad correspondiente.

.....  
 (Firme en el espacio punteado)  
 Γυαφαθουλ, φεβρερο 16 δε 2012

**NOTA: Los temas 1, 2, 5, 6 y 7 valen 10% del examen cada uno; los temas 3 y 4, 15% cada uno; y, 20% el tema 8.**

**TEMAS:**

- 1.- a) Enuncie el Teorema de Bayes.  
 b) Defina Función de probabilidades.

2.- Grafique el histograma de probabilidades de una Variable Aleatoria Poisson con  $\lambda = 3$ . Utilice dos decimales de precisión.

3.-  $\mathbf{X}^T = [X_1 \ X_2 \ X_3]$  es un Vector Aleatorio cuyo vector de medias  $\boldsymbol{\mu}^T = [E(X_1) \ E(X_2) \ E(X_3)] = [1 \ 1 \ 1]$  y cuya matriz de varianzas y covarianzas es

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 5 \\ 0 & 5 & 9 \end{bmatrix}$$

- a) Determine el valor de  $E[X_3 X_1 - 4]$   
 b) Calcule  $\text{Var}(4X_1 + 5X_2 - 8X_3)$   
 c) Calcule la covarianza entre T y U si  $T = (X_3 + X_2)$  y  $U = (X_1 - X_2)$ .

4.- Se pretende verificar la calidad de un producto industrial utilizando solamente una característica X, que tiene distribución  $N(\mu, 16)$ ; la idea es diseñar una prueba  $\phi$  para el contraste de hipótesis

$$H_0: \mu = 30 \text{ vs. } H_1: \mu < 30$$

Para el efecto se define la *región crítica*

$$C = \{ \mathbf{X} \in \mathbb{R}^n \mid \bar{X} < k \}$$

Siendo n el tamaño de la *muestra aleatoria X*, tomada de X; y,  $\bar{X}$  su media aritmética.

Se pide que la potencia  $\beta_\phi$  de la prueba  $\phi$  sea 0.99 para  $\mu = 29.1$  y que su *nivel de significancia* sea 0.02.

- a) Determine n y k; b) Tabule y grafique *con precisión* la potencia de la prueba determinando 11 puntos igualmente espaciados entre  $\mu = 27$  y  $\mu = 33$ .

5.- Durante un estudio de tráfico se verifica durante 10 horas el número de vehículos por minuto que pasa por un punto de observación, obteniéndose los resultados siguientes:

Vehículos por minuto	Menos de 19	19	20	21	22	Más de 22
Frecuencia	19	130	290	90	51	20

Efectúe el correspondiente análisis de Bondad de Ajuste y decida lo que corresponda. (*Indispensable establezca primero un contraste de hipótesis y decida en base a valor p*)

6.- Para el tiempo de sobrevivencia T de un sistema de ingeniería se define la denominada función de sobrevivencia S, como  $S(t) = P(T \geq t)$  y la función de riesgo h como  $h(t) = f(t)/S(t)$ , determine y grafique h y S para un sistema cuya densidad es una función exponencial con parámetro  $\beta$ .

7.- La población de estudiantes de una universidad tiene estaturas, en metros, que se distribuyen  $N(1.71, 0.010)$  para los hombres y  $N(1.68, 0.011)$  para las mujeres. En el campus existe un arco que tiene altura 1.70mts. De 1300 estudiantes varones, y 800 mujeres. ¿Cuántas mujeres y cuantos hombres pasan por el arco sin agacharse?

Si se quiere que el 97% de los estudiantes varones pasen sin agacharse, cuánto debe ser la altura del arco? Si se quiere que sin cambiar la altura original del arco 777 mujeres pasen sin agacharse, cuánto debe ser la varianza de la estatura de estas. **Grafique en cada caso.**

**8.- Análisis de Regresión: C<sub>3</sub> explicada por C<sub>1</sub> y C<sub>2</sub>**

**Análisis de Varianza**

Fuente	GL	SC	MC	F	valorP
Regresión	2	555.29	277.64	26.15	0.001
Error residual	7	74.31	10.62		
Total	9	629.60			

Fuente	GL	SC secuenciales
C1	1	255.00
C2	1	300.28

Predictor	Coef.	EE de Coef.	T	valor P
Constante	3.008	2.252	1.34	0.223
C1	-0.3410	0.3428	-1.00	0.353
C2	1.5019	0.2824	5.32	0.001

$$S = 3.25826 \quad R\text{-Cuad.} = 0.882$$

Efectúe el análisis estadístico que corresponda para cada uno de los valores que se presentan en el cuadro previo, relativo a un problema de *Regresión*. ¿Cuánto sería  $Y=C_3$  para  $C_1 = 2$  y  $C_2 = 5$ ? (*No olvide especificar el modelo utilizado*).

