

ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL
Ινστιτυτο δε Χιενχιασ Ματεμάτιχασ
Examen final de Estadística y Probabilidad para Ingenierías

Nombre **Paralelo**.....

Nota: Este examen está diseñado para ser desarrollado a *libro cerrado* y sin mas apoyo que una calculadora *sin capacidad de almacenar datos*. Es *ilícito* comunicarse con personas dentro o fuera del aula, que no sea el profesor presente. Ponga su teléfono en modo silencioso y ubíquelo, junto a sus demás materiales en la parte anterior del aula, lejos de su alcance.

Temas:

1.- Determine el valor de n , *tamaño de la muestra*, si se requiere que $P(|\bar{X} - \mu| \leq 0.02) = 0.01$, cuando la muestra se toma de una población X que es $B(2,1)$. **10%**

2a.- Enuncie el Teorema del Límite Central. **10%**

2b.- *Pruebe* que si dos variables aleatorias son independientes, entonces la *covarianza* entre ambas es cero. **10%**

3.- De la cantidad de azúcar que contiene una bebida energizante, depende su aceptación en el mercado; se conoce que para una determinada marca, tal cantidad está distribuida normalmente con varianza 25 y media μ ; para efectos de experimentación se postula que la aceptación en el mercado de la bebida se dará si la cantidad de azúcar es inferior a 12 mg/cc. Construya y grafique con *precisión* la *potencia de la prueba* para el contraste de hipótesis siguiente:

$H_0: \mu = 12$ vs. $H_1: \mu < 12$; si se exige que la probabilidad de *Error Tipo I* sea 0.03 y la probabilidad de *Error Tipo II* en $\mu = 10.5$ valga 0.02 Siendo su *Región Crítica* $R = \{X \in R^n \mid \bar{X} < k\}$. Siendo n el tamaño de la muestra. (*Muestre con detalles sus cálculos, tabulados y conclusiones*). **15%**

4.- Se tiene una población discreta finita $X = \{1;2;3;3;4;5\}$ de tamaño $N=6$. Si se toman muestras de tamaño $n=3$, determine la distribución, media y varianza del *estadístico de orden* $X_{(3)}$. **10%**

5.- Para verificar el porcentaje de clorofila contenida en dos tipos diferentes de hierbas se hacen pruebas de laboratorios con muestras de tamaño $n_1 = 43$ y $n_2 = 37$ encontrándose que: $\bar{x}_1 = 14$ $s_1 = 0.5$; y, $\bar{x}_2 = 15$ $s_2 = 2$, respectivamente. Con esta información, verifique si las medias poblacionales son iguales o una de ellas es mayor que la otra. Construya además un *intervalo con 95% de confianza* para la diferencia de medias. *¿Qué supuestos ha efectuado?* (El criterio de decisión es *valor p*, esto es, el nivel de significancia de la muestra). **15%**

6.- En Regresión Lineal, a partir del modelo $Y = X\beta + \epsilon$, se puede estimar, utilizando matrices, el vector de parámetros β con b , donde $b = (X^T X)^{-1} X^T Y$. Pruebe que b es un *estimador insesgado* de β . **15%**

7.- Se *postula* que una muestra de tamaño $n = 30$ ha sido tomada de una población X que es $B(2,1)$; los datos de tal *muestra* se presentan en la siguiente tabla:

Y	[0, 1/2)	[1/2, 1)	[1, 3/2)	[3/2, 2)
Frecuencia	2	5	8	15

Verifique si lo postulado es verdadero (utilice *valor p* para decidir). **15%**

Guayaquil, agosto 30 de 2012