Conteste todas las preguntas en el espacio asignado para las mismas. Si le falta espacio use la parte de atrás de la hoja.

Nombre completo: ____

1. Suponga que el vector aleatorio $\boldsymbol{y}$ se puede expresar como la suma de dos vectores aleatorios $\boldsymbol{x}$ y $\boldsymbol{z}$, esto es, $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x} + \boldsymbol{z}$. Suponga que $\mathrm{var}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\Sigma}_{xx}$, $\mathrm{var}(\boldsymbol{z}) = \boldsymbol{\Sigma}_{zz}$.

   (a) (15 puntos) Suponiendo que $\mathrm{cov}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{z}) = \boldsymbol{0}$, encuentre $\mathrm{var}(\boldsymbol{y})$, $\mathrm{cov}(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{x})$ y $\mathrm{var}(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{x})$.

   (b) (15 puntos) Suponiendo que $\mathrm{cov}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{z}) = \boldsymbol{\Sigma}_{xz}$, encuentre $\mathrm{var}(\boldsymbol{y})$, $\mathrm{cov}(\boldsymbol{y}, \boldsymbol{x})$ y $\mathrm{var}(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{x})$.

2. (20 puntos) Suponga que $\boldsymbol{y}$ es un vector aleatorio, tal que $\mathrm{E}(\boldsymbol{y}) = \boldsymbol{\mu}$ y $\mathrm{var}(\boldsymbol{y}) = \boldsymbol{\Sigma}$. Demuestre que $\mathrm{E}(\boldsymbol{y}'\boldsymbol{A}\boldsymbol{y}) = \mathrm{traza}(\boldsymbol{A}\boldsymbol{\Sigma}) + \boldsymbol{\mu}'\boldsymbol{A}\boldsymbol{\mu}$, donde $\boldsymbol{A}$ es una matriz simétrica de constantes.

3. (20 puntos) Suponga que $f(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x'Ax}$. Desmuestre que el gradiante de f (vector de derivadas parciales con respecto a los componentes de $\boldsymbol{x}$) está dado por $\dfrac{\partial f}{\partial \boldsymbol{x}} = \boldsymbol{(A + A')x}$

4. (30 puntos) Utilice la prueba de Hotelling para probar que ambos grupos tienen la misma media, suponiendo que ambos tienen la misma matriz de varianzas y covarianzas.

Grupo	y_1	y_2
1	-0.24	1.72
1	-0.78	2.51
1	1.6	0.37
1	3.05	-0.63
2	2.41	0.69
2	2.59	-0.39
2	3.58	-0.69
2	2.66	1.14